

Steropgave Maat en Integratie, 7-6-12

Inleveren op 14-6 aan het begin van het college.

Opgave* Stel $(X_1, \mathcal{A}_1, \mu_1)$ en $(X_2, \mathcal{A}_2, \mu_2)$ zijn σ -eindige maatruimten. Zij $\mu := \mu_1 \times \mu_2$ en $\mathcal{A} := \mathcal{A}_1 \otimes \mathcal{A}_2$.

a. Bewijs: voor elke $E \in \mathcal{A}$ geldt $\mu(E) = 0$ dan en slechts dan als $\mu_2(E_{x_1}) = 0$ voor μ_1 -bijna alle $x_1 \in X_1$. Hier $E_{x_1} := \{x_2 \in X_2 : (x_1, x_2) \in E\}$.

b. Zij \mathcal{A}^* met bijbehorende maat $\tilde{\mu}$ de completering van (\mathcal{A}, μ) zoals in problem 4.13 is ingevoerd. Stel dat $(X_1, \mathcal{A}_1, \mu_1)$ en $(X_2, \mathcal{A}_2, \mu_2)$ volledig zijn. Toon dan aan dat voor elke $E \in \mathcal{A}^*$ geldt dat $E_{x_1} \in \mathcal{A}_2$ voor μ_1 -bijna alle $x_1 \in X_1$.