

Steropgave Maat en Integratie, 3-5-12

Inleveren op 24 mei aan het begin van het college.

Opgave* Laten $p, q > 1$ geconjugeerd zijn (dus $q = p/(p - 1)$). Zij u een functie in \mathcal{L}^p .

- a. Toon aan: er is een $w \in \mathcal{L}^q$ met $\|w\|_q = 1$ en $\int_X uw \, d\mu = \|u\|_p$.
- b. Stel dat $(u_j)_j$ een rij is in \mathcal{L}^p met $\lim_j \int_X u_j v \, d\mu = \int_X uv \, d\mu$ voor elke $v \in \mathcal{L}^q$ (men zegt dan dat (u_j) *zwak convergeert* in \mathcal{L}^p naar u). Bewijs dat dan $\|u\|_p \leq \liminf_j \|u_j\|_p$.