Huiswerk Micro, serie 2, 15-2-12

Inleveren: Inleveren op 22-2 bij begin van hoorcollege. Eerder inleveren is uitsluitend mogelijk per email bij de student-assistent: `W.J.H.M.Taks@uu.nl`

Opgave 1. Maak de exercise bovenaan p. 37 (van de uitgedeelde syllabus).

Opgave 2. Maak de exercise vlak onder Figure 2.3.

Opgave 3. Zij $Z \subset \mathbb{R}^n$ een lineaire deelruimte. Noteer de orthogonale projectie $\hat{\mathbf{y}}$ van $\mathbf{y}$ op Z, zoals in Definition 2.3.2 is gedefinieerd, met $\pi_Z(\mathbf{y})$. Dit definieert de orthogonale projectieafbeelding $\pi_Z : \mathbb{R}^n \to Z$. Bewijs dat deze een lineaire afbeelding is, d.w.z. bewijs dat (i) $\pi_Z(\alpha\mathbf{x}) = \alpha\pi_Z(\mathbf{x})$ en (ii) $\pi_Z(\mathbf{x}+\mathbf{y}) = \pi_Z(\mathbf{x}) + \pi_Z(\mathbf{y})$ voor alle $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ en alle $\alpha \in \mathbb{R}$.

Opgave 4. Bepaal de orthogonale projectie van $(-1, 1, 3)^T$ op de lineaire deelruimte

$$Z := \{(x_1, x_2, x_3)^T : x_1 + x_2 + x_3 = 0, 2x_1 - x_3 = 0\}$$

op de volgende twee manieren (ze zijn analoog aan Example 2.3.7):
Methode 1. Herformuleer Z zodanig dat formule (2.11) kan worden gebruikt.[1]
Methode 2. Uitgaand van Definition 2.3.2. *Hint:* Z bestaat uit alle vectoren die loodrecht op $(1, 1, 1)^T$ en $(2, 0, -1)^T$ staan.

Opgave 5.* Laten Z_1 en Z_2 lineaire deelruimten van $\mathbb{R}^n$ zijn, met $Z_1 \subset Z_2$. Zij $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ en noteer de orthogonale projectie van $\mathbf{x}$ op Z_i als $\pi_{Z_i}(\mathbf{x})$, $i = 1, 2$. Bewijs:
a. $\pi_{Z_2}(\pi_{Z_1}(\mathbf{x})) = \pi_{Z_1}(\mathbf{x})$, m.a.w. de orthogonale projectie van $\pi_{Z_1}(\mathbf{x})$ op Z_2 is $\pi_{Z_1}(\mathbf{x})$. *Aanwijzing:* Pas Definition 2.3.2 toe op $\mathbf{y} := \pi_{Z_1}(\mathbf{x})$.
b. $\pi_{Z_1}(\pi_{Z_2}(\mathbf{x})) = \pi_{Z_1}(\mathbf{x})$. *Aanwijzing:* Opgaven 2 en 3 zijn inzetbaar.
c. Verifieer onderdelen a en b concreet in het volgende speciale geval in $\mathbb{R}^3$: zij $\mathbf{x} = (1, 1, 2)^T$, $Z_2 := \{(x_1, x_2, x_3)^T : x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$ en zij $Z_1 := Z$ met Z als in opgave 4.

Opgave 6. Maak de exercise vermeld in Definition 3.1.5.

Opgave 7. Maak de eerste exercise die vermeld staat onder Figure 3.6.

---

[1] Als je goed kijkt in Example 2.3.7, zie je dat method 1 daar uiteindelijk teruggrijpt op formule (2.11).