Uitwerking deeltentamen Microeconomie d.d. 19-4-2013

Aanwijzingen: Zet boven het eerste vel van je werk je naam en studienummer. Zet in elk geval je naam bovenaan elk ander vel en nummer alle vellen en opgaven die je inlevert. Lees elke opgave volledig en aandachtig alvorens je met het oplossen ervan begint! Bij het maken van een opgave mag je je altijd beroepen op eerdere onderdelen ervan, ook al heb je die niet kunnen oplossen.

Opgave 1 [30 pt.] Stel dat de $N \times d$-matrix (design matrix) X van volle rang $d \leq N$ is. Zij A een $q \times d$-matrix met rang $q \leq d$. Beschouw het volgende kleinste kwadraten probleem met gelijkheids-nevenvoorwaarde:

$$\text{minimaliseer } \|\mathbf{y} - X\boldsymbol{\theta}\|^2 \text{ over alle } \boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^d \text{ met } A\boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}. \tag{1}$$

Claim: de optimale oplossing $\tilde{\boldsymbol{\theta}} \in \mathbb{R}^d$ van dit probleem is

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}} = (X^TX)^{-1}X^T\mathbf{y} - (X^TX)^{-1}A^T[A(X^TX)^{-1}A^T]^{-1}A(X^TX)^{-1}X^T\mathbf{y}. \tag{2}$$

In volgende onderdelen wordt deze claim bewezen.
a. [5 pt.] Welke bekende formule uit het boek volgt direct uit (2)? Licht je antwoord duidelijk toe en verklaar in het voorbijgaan ook waarom in (2) de matrices X^TX en $M := A(X^TX)^{-1}A^T$ inverteerbaar zijn.
b. [10 pt.] Bewijs dat voor elke $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^d$ met $A\boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}$ geldt: $\mathbf{y} - X\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ staat loodrecht op de vector $X(\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})$. *Aanwijzing:* Laat eerst zien dat (2) impliceert dat $A\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}$. Ga vervolgens voorzichtig te werk met het vervangen van het linkerlid van (2) door het rechterlid: doe dit niet te snel en/of automatisch.
c. [10 pt.] Gebruik nu de stelling van Pythagoras om te bewijzen dat formule (2) de optimale oplossing levert voor probleem (1).
d. [5 pt.] Uit het *bewijs* van (2) hierboven kan ook de bekende formule voor de kleinste kwadratenschatter (= LSE) uit het boek worden afgeleid. Geef die afleiding.

Oplossing. a. De formule uit Proposition 2.3.7 volgt direct door te kiezen voor $d = N = n$ en $X := n \times n$ identiteitsmatrix I_n, want dan geeft (2) $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = I_n\mathbf{y} - I_nA^T(AA^T)^{-1}AI_n\mathbf{y} = \mathbf{y} - A^T(AA^T)^{-1}A\mathbf{y}$. Zoals op het college is bewezen, is X^TX is inverteerbaar omdat uit $X^TX\mathbf{u} = \mathbf{0}$ volgt dat $\|X\mathbf{u}\|^2 \overset{*}{=} \mathbf{u}^TX^TX\mathbf{u} = 0$ en dus $X\mathbf{u} = \mathbf{0}$. Dus volgt $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ uit de rangeigenschap van X. Voor M geldt iets soortgelijks: uit $M\mathbf{v} = \mathbf{0}$ volgt $0 = \mathbf{v}^TM\mathbf{v} = \mathbf{w}^T(X^TX)^{-1}\mathbf{w}$ met $\mathbf{w} := A^T\mathbf{w}$. Omdat X^TX positief definiet is (volgt uit $\overset{*}{=}$ hierboven), is $(X^TX)^{-1}$ het ook (het bewijs van dit laatste volgt direct uit $\mathbf{z}^T(X^TX)^{-1}\mathbf{z} = \mathbf{p}^TX^TX\mathbf{p}$ voor $\mathbf{p} := (X^TX)^{-1}\mathbf{z}$). Dus geldt $\mathbf{w} = \mathbf{0}$ en dan volgt $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ uit de rangeigenschap van A.

b. De aanwijzing klopt, want $A\tilde{\boldsymbol{\theta}} = A(X^TX)^{-1}X^T\mathbf{y} - MM^{-1}A(X^TX)^{-1}X^T\mathbf{y} = \mathbf{0}$. Het inproduct $(\mathbf{y} - X\tilde{\boldsymbol{\theta}}) \cdot X(\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})$ is gelijk aan $\alpha - \beta$, met $\alpha := \mathbf{y}^TX(\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})$ en $\beta := \tilde{\theta}^T(X^TX)(\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})$. Volgens (2) geldt $\beta = \alpha - \mathbf{y}^TX(X^TX)^{-1}A^TM^{-1}A(\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})$. Gevolg: voor $A\boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}$ volgt $\beta = \alpha$, want $A\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}$ is al bewezen. Dus bovengenoemd inproduct is gelijk aan nul, en dat impliceert de gevraagde orthogonaliteit.

c. Je kunt de redenering in het bewijs van Theorem 2.4.3 compleet nabootsen: zij $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^d$ willekeurig, met $A\boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}$; dan volgt uit de ontbinding $\mathbf{y} - X\boldsymbol{\theta} = \mathbf{y} - X\tilde{\boldsymbol{\theta}} + X(\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})$, dankzij onderdeel b en de stelling van Pythagoras, dat

$$\|\mathbf{y} - X\boldsymbol{\theta}\|^2 = \|\mathbf{y} - X\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2 + \|X(\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})\|^2 \geq \|\mathbf{y} - X\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2.$$

Hiermee is het bewijs afgerond.

d. Als je voor A de rijvector $\mathbf{0}^T$ kiest is het probleem (1) identiek aan het klassieke KK-probeem; vervang dan $A^T[A(X^TX)^{-1}A^T]^{-1}A$ in (2) door de $d \times d$ nulmatrix. Herhaling van het bewijs van onderdeel b toont dan voor $\hat{\boldsymbol{\theta}} := (X^TX)^{-1}X^T\mathbf{y}$ aan dat $\mathbf{y} - X\hat{\boldsymbol{\theta}}$ loodrecht staat op $X(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})$ voor elke $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^d$, zodat de in onderdeel c verkregen identiteit van Pythagoras geldt met $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ in plaats van $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$. Dit geeft de bekende formule.

Opgave 2 [40 pt.] a. [20 pt.] Beschouw een consument waarvan de preferenties kunnen worden gerepresenteerd door de nutsfunctie $u(x_1, x_2) := -(x_1)^2 + 2x_1 - (x_2)^2 + 6x_2 - 19$ op $\mathbb{R}^2_+$. Bepaal voor alle mogelijke waarden van $p_1, p_2 > 0$ en $y \geq 0$ de Marshalliaanse vraag van deze consument (je mag zelf een methode kiezen die je daarvoor wilt gebruiken). *Aanwijzing:* Het kan verstandig zijn om je oplossing te controleren voor het speciale geval $y = 0$.
b. [20 pt.] Beschouw een financieel 1-periode model met toestandsruimte $\Omega := \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ en twee goederen (=assets), waarvan het eerste (met index 0) risicoloos op de bank kan uitstaan tegen $r = \frac{1}{10}$. Voor goed 1 geldt op tijdstip $t = 0$ dat $W_1(0) = 5$ en op $t = 1$ gelden $W_1(1)(\omega_1) = 8$, $W_1(1)(\omega_2) = 5$ en $W_1(1)(\omega_3) = 3$.

(*i*) [5 pt.] Laat *rechtstreeks* vanuit de definitie van het begrip hedgeable (= repliceerbaar) zien dat de portefeuille $(B(\omega_1), B(\omega_2), B(\omega_3)) := (10, 4, 0)$ hedgeable is. Bepaal ook de arbitragevrije prijs (= no arbitrage price) ervan op $t = 0$.

(*ii*) [7.5 pt.] Bepaal de verzameling Π_{RN} van alle risico-neutrale kansvectoren voor dit model.

(*iii*) [7.5 pt.] Laat nogmaals zien, maar ditmaal uitsluitend op basis van je uitkomst voor Π_{RN} bij (*ii*), dat repliceerbaarheid in onderdeel (*i*) klopt en ook dat de prijs voor $(10, 4, 0)$ klopt die je in onderdeel (*i*) hebt berekend.

Oplossing. a. Uit $u(x_1, x_2) = -(x_1 - 1)^2 - (x_2 - 3)^2 - 9$ volgt dat u over $\mathbb{R}^2$ (dus zeker ook over $\mathbb{R}^2_+$) een globaal maximum heeft in $(1, 3)$. N.B.: Net als in Example 4.4.5, waar deze opgave sterk op lijkt, is de functie u niet strikt stijgend, want bijvoorbeeld $u(\frac{1}{2}, 4) = -10.25 > -13.2401 = u(0.51, 5)$ (maar je ziet ook direct aan de "ronde" niveaulijnen van u dat u niet stijgt).

Geval 1: $p_1 + 3p_2 \leq y$. Dan $(1, 3) \in B_{p_1,p_2,y}$, dus $(1, 3)$ is evident de Marshalliaanse vraag.

Geval 2: $p_1 + 3p_2 > y$. Nu toont de grafische oplosmethode aan dat de Marshalliaanse vraag het punt $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ op de budgetlijn is dat het dichtst bij $(1, 3)$ ligt, maar *alleen* als $\hat{x}_1, \hat{x}_2 \geq 0$. Toch lijkt de beste aanpak om eerst $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ te bepalen en pas later te kijken of die bundel in $\mathbb{R}^2_+$ ligt:

Methode 1: Uit een figuur die sterk lijkt op figuur 4.7 in het boek (ondanks het feit dat de huidige u niet strikt stijgend is) zie je dat de Marshalliaanse vraag $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ moet voldoen aan (1) $p_1\hat{x}_1 + p_2\hat{x}_2 = y$ en (2) $\nabla u(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ is een scalair (en niet-negatief) veelvoud van (p_1, p_2): zeg $\nabla u(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = \lambda(p_1, p_2)$. Ingevuld in (1) volgt dan $p_1(1 - \lambda p_1) + p_2(3 - \lambda p_2) = y$, dus $\lambda = (p_1^2 + p_2^2)^{-1}(p_1 + 3p_2 - y)$ en daarmee volgt

$$(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = \left(\frac{p_2^2 + yp_1 - 3p_1p_2}{p_1^2 + p_2^2}, \frac{3p_1^2 + yp_2 - p_1p_2}{p_1^2 + p_2^2} \right). \tag{3}$$

Methode 2: Uit diezelfde figuur lees je af dat de getranslateerde vector $(1, 3) - (\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ een niet-negatief scalair veelvoud is van de normaalvector (p_1, p_2) van de lijn $p_1x_1 + p_2x_2 = 0$, als speciaal geval van een orthogonale projectie (merk op: de budgetlijn zelf gaat niet door $(0, 0)$, tenzij $y = 0$, en is dus alleen de translatie van een lineaire deelruimte die (p_1, p_2) als normaalvector heeft). Hierna is de afwikkeling hetzelfde als bij methode 1.

Methode 3: Gebruik substitutie: de functie $f(x_1) := (x_1 - 1)^2 + (\frac{y}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 - 3)^2$ beschrijft een dalparabool en moet geminimaliseerd worden over x_1 om $\hat{x}_1$ te bepalen. De FONC $f'(x_1) = 0$ geeft dan dezelfde $\hat{x}_1$ als in (3), en ook $\hat{x}_2 = \frac{y}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}\hat{x}_1$ blijkt dan conform (3) te zijn.

Na één van deze drie methoden gebruikt te hebben om tot (3) te komen, ga je kijken of $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ in $\mathbb{R}^2_+$ ligt. Zoja (d.w.z. als $p_2^2 + yp_1 - 3p_1p_2 \geq 0$ en $3p_1^2 - p_1p_2 + y \geq 0$), dan vormt $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ de Marshallianse vraag. Zonee, dan komen alleen nog de twee hoekpunten $(y/p_1, 0)$ en $(0, y/p_2)$ in aanmerking:

Methode i: grafische methode. Uit bijbehorende plaatjes lees je af: als $\hat{x}_1 \geq 0$ en $\hat{x}_2 \leq 0$, dan is $(y/p_1, 0)$ de Marshalliaanse vraagbundel en als $\hat{x}_1 \leq 0$ en $\hat{x}_2 \geq 0$, dan is $(0, y/p_2)$ de Marshalliaanse vraagbundel.

Methode ii: gebruik de UMP-oplosmethode. Merk op: dit gebruik is hier in zekere zin onconventioneel, want formeel is de nutsfunctie u niet strikt stijgend. Echter, in het huidige geval 2 tonen plaatjes aan dat deze methode toch moet werken. De methode geeft niets in stap 1(a) en geeft $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ in stap 1(b), maar die voldoet niet in het huidige "zonee" geval. Conclusie: alleen de beide hoekpunten $(y/p_1, 0)$ en $(0, y/p_2)$, aangeleverd in stap 1(c), zijn nog kandidaten voor optimaliteit. Dan leidt stap 2 van de UMP-oplosmethode tot de dezelfde uitkomst als bij methode i.

Methode iii: interval-optimalisatie. Scherp methode 3 aan door op te merken dat aldaar de functie $f(x_1)$ eigenlijk alleen over $[0, y/p_1]$ moet worden geminimaliseerd. Wat nu volgt is alleen zinvol voor $y > 0$ (het speciale geval $y = 0$ kan apart en geeft hier direct $\hat{x}_1 = 0$). Omdat $\hat{x}_1$ het enige punt is waarvoor de afgeleide f' nul is (zie boven), volgt dat het gezochte minimum hetzij in het linker-randpunt 0 van $[0, y/p_1]$ ligt (dat is *equivalent* met $f'(0) \geq 0$, zoals je uit een plaatje van de dalparabool-functie f kunt zien) of in het rechter-randpunt y/p_1 (en dat is dan equivalent met $f'(y/p_1) \leq 0$). Deze aanpak leidt tot dezelfde uitkomst als bij methode i.

Eindcontrole voor $y = 0$: voor $y = 0$ geldt $\hat{x}_1 \leq 0$ d.e.s.d.a. $p_2 \leq 3p_1$ en $\hat{x}_2 \leq 0$ d.e.s.d.a. $3p_1 \geq p_2$. Omdat $(0/p_1, 0) = (0, 0/p_2) = (0, 0)$ toont dit aan dat $(0, 0)$ de Marshalliaanse vraagbundel is als $y = 0$. En uiteraard moet dat ook zo zijn.

b. (i) Als je oplost $10 = \frac{11}{10}h_0 + 8h_1$, $4 = \frac{11}{10}h_0 + 5h_1$ en $0 = \frac{11}{10}h_0 + 3h_1$, dan volgen $h_0 = -\frac{60}{11}$ en $h_1 = 2$. De arbitragevrije prijs van $(10, 4, 0)$ op $t = 0$ is dus $-\frac{60}{11} + 2 * 5 = \frac{50}{11}$.

(ii) Een RN kansvector $(\pi_1, \pi_2, \pi_3) \in \mathbb{R}^3_{++}$ moet voldoen aan $8\pi_1+5\pi_2+3\pi_3 = \frac{55}{10}$ en $\pi_1+\pi_2+\pi_3 = 1$. Dit systeem is onderbepaald, en dus zet je $\pi_1 := \lambda$ (bijvoorbeeld). Dan volgt $5\lambda + 2\pi_2 = \frac{25}{10}$, en dus $\pi_2 = \frac{5}{4} - \frac{5}{2}\lambda$ en $\pi_3 = 1 - \lambda - (\frac{5}{4} - \frac{5}{2}\lambda) = \frac{3}{2}\lambda - \frac{1}{4}$. Wegens $(\pi_1, \pi_2, \pi_3) \in \mathbb{R}^3_{++}$ legt dit nog extra op aan λ: $\lambda > 0$, $\lambda < \frac{1}{2}$ en $\lambda > \frac{1}{6}$. Gecombineerd geeft dat

$$\Pi_{RN} = \{(\lambda, \frac{5}{4} - \frac{5}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda - \frac{1}{4}) : \frac{1}{6} < \lambda < \frac{1}{2}\}.$$

Omdat deze verzameling niet leeg is, zijn er dus geen arbitrage-mogelijkheden.

(iii) Volgens Propositie 3.3.3 is een willekeurige portefeuille (C_1, C_2, C_3) repliceerbaar d.e.s.d. als $\pi_1 C_1 + \pi_2 C_2 + \pi_3 C_3 = \lambda(C_1 - \frac{5}{2}C_2 + \frac{3}{2}C_3) + \frac{5}{4}C_2 - \frac{1}{4}C_3$ niet afhangt van λ, d.w.z. als $2C_1 - 5C_2 + 3C_3 = 0$. Uit $2B_1 - 5B_2 + 3B_3 = 20 - 20 = 0$ volgt dus andermaal dat $(10, 4, 0)$ repliceerbaar is. Volgens (3.7) is de arbtragevrije prijs van $(10, 4, 0)$ dan gelijk aan $\frac{10}{11}(\frac{5}{4}B_2 - \frac{1}{4}B_3) = \frac{50}{11}$. Ook dat klopt met de uitkomst die in onderdeel (i) werd verkregen.

Opgave 3 [30 pt.] Een consument heeft preferenties welke kunnen worden gerepresenteerd door de nutsfunctie $u(x_1, x_2) = \min(\sqrt{x_1}, x_2 - \beta)$ op $\mathbb{R}^2_+$. Hier is $\beta \in \mathbb{R}$ een parameter.

a. [5 pt.] Stel dat $\beta = 2$. Bepaal de twee indifferentieverzamelingen $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+ : u(x_1, x_2) = u(x_1^0, x_2^0)\}$ die respectievelijk horen bij de bundels $(x_1^0, x_2^0) = (4, 6)$ en $(x_1^0, x_2^0) = (9, 1)$.

b. [15 pt.] Zij $\beta \geq 0$. Gebruik de *grafische* oplosmethode om in **formulevorm** (dus niet alleen door punten aan te duiden in een plaatje!) de Marshalliaanse vraag van de consument te bepalen voor alle mogelijke waarden $p_1, p_2, y > 0$.

c. [10 pt.] Controleer je uitkomst in onderdeel b op correctheid door het limietgedrag ervan voor $\beta \to \infty$ vast te stellen (de parameters $p_1, p_2, y > 0$ blijven vast) en door te verfiëren of dat gedrag overeenstemt met de uitkomst die je zonder enige berekeningen zou hebben verwacht bij die limietname.

d. *Voor 10 extra punten:* Doe onderdelen b en c ook voor het geval $\beta \leq 0$ en dan met $\beta \to -\infty$ als limietsituatie.

Oplossing. Omdat zowel $\sqrt{x_1}$ als $x_2 - \beta$ strikt stijgen, is u strikt stijgend. Dus gaat grafisch oplossen volgens de bekende procedure van het "naar het noordoosten duwen" van indifferentieverzamelingen.

a. Er geldt $u(4, 6) = \min(2, 4) = 2$ en $u(9, 1) = \min(3, -1) = -1$. De verzameling $u^{-1}(2)$ kan op de gebruikelijke manier worden doorsneden: $u^{-1}(2) = (u^{-1}(2) \cap S_1) \cup (u^{-1}(2) \cap S_2)$, waar S_1 $[S_2]$ de verzameling is van alle $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+$ met $x_2 \geq \sqrt{x_1} + 2$ $[x_2 < \sqrt{x_1} + 2]$. Nu bestaat $u^{-1}(2) \cap S_1$ uit alle $(x_1, x_2) \in S_1$ met $\sqrt{x_1} = 2$, d.w.z. met $x_1 = 4$ en $u^{-1}(2) \cap S_2$ bestaat uit alle $(x_1, x_2) \in S_2$ met $x_2 = 4$. Dus $u^{-1}(2)$ is L-vormig, met $(4, 4)$ als knikpunt. Op soortgelijke manier volgt $u^{-1}(-1) = (u^{-1}(-1) \cap S_1) \cup (u^{-1}(-1) \cap S_2)$, maar hier is $u^{-1}(-1) \cap S_1$ leeg. Dus bestaat $u^{-1}(-1)$ alleen uit de horizontale halflijn $x_2 = 1$ (in $\mathbb{R}^2_+$).

b. Afhankelijk van de vraag of het startpunt $(0, \beta)$ van de niet-differentieerbaarheidscurve $x_2 = \sqrt{x_1} + \beta$ boven of onder het hoekpunt $(0, y/p_2)$ ligt, krijg je twee gevallen:

Geval 1: $\beta < y/p_2$. In dit geval leidt het "naar het noordoosten duwen" van de L-vormige verzamelingen $u^{-1}(v)$ (die een knik hebben in het punt $(v^2, v+\beta)$) tot de optimale bundel (x_1^*, x_2^*) die op de doorsnede van budgetlijn $x_2 = (y - p_1 x_1)/p_2$ en niet-differentieerbaarheidscurve $x_2 = \sqrt{x_1} + \beta$ ligt. Omdat $x_1 = (x_2 - \beta)^2$, volgt $p_1(x_2 - \beta)^2 + p_2 x_2 = y$, d.w.z. een kwadratische vergelijking in x_2 die je met de abc-formule kunt oplossen. Zo volgt $p_1 x_1^2 + (p_2 - 2p_1\beta)x_2 + p_1\beta^2 - y = 0$ en dus

$$x_2^* = \frac{-p_2 + 2p_1\beta + \sqrt{p_2^2 + 4p_1(y - p_2\beta)}}{2p_1} = -\frac{p_2}{2p_1} + \beta + \frac{1}{2p_1}\sqrt{p_2^2 + 4p_1(y - p_2\beta)},$$

want alleen één van beide wortels is niet-negatief. Vervolgens volgt x_1^* dan uit $x_1^* = (x_2^* - \beta)^2$, dus

$$x_1^* = (-\frac{p_2}{2p_1} + \frac{1}{2p_1}\sqrt{p_2^2 + 4p_1(y - p_2\beta)})^2.$$

Geval 2: $\beta \geq y/p_2$. In dit geval zijn de verzamelingen $u^{-1}(v)$ die je "naar het noordoosten moet duwen" horizontale halflijnen van het type $x_2 = v + \beta$. Als optimale oplossing lees je dus direct $(x_1^*, x_2^*) = (0, y/p_2)$ af uit de figuur.

c. Voor β groot genoeg kan alleen geval 2 gelden. Preciezer: $(x_1^*, x_2^*) = (0, y/p_2)$ geldt voor alle $\beta \geq y/p_2$. Intuïtief was dat ook te verwachten: voor grote β gaat $u(x_1, x_2)$ steeds meer lijken op $x_2 - \beta$, waarvan het UMP voorschrijft om x_2 zo groot mogelijk te maken. Dit leidt tot $x_2^* = y/p_2$ en dan volgt $x_1^* = 0$ uit de budget-gebalanceerdheid.