Functionaalanalyse 2006/7

Inleverdatum: 22 september 2006 (11:00)

1). Definieer op $\mathbb{R}^2$ de normen van $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$

$$\begin{aligned} \|x\|_1 &:= |x_1| + |x_2| \\ \|x\|_2 &:= \sqrt{|x_1|^2 + |x_2|^2} \\ \|x\|_\infty &:= \max\{|x_1|, |x_2|\} \ . \end{aligned}$$

Toon aan dat dezen normen equivalent zijn. *Hint:* teken voor elk van deze normen de gesloten bol $\overline{U_1(0)}$ van straal 1 en een gesloten bol $\overline{U_r(0)}$ met een welgekozen straal r.

2). Zij H een inproductruimte. Laat zien dat $x + y$ en $(x \mid y)$ continue functies definieren. *Hint:* werk met rijtjes $x_n \to x$ en $y_n \to y$.