# Functionaalanalyse 2006/7

**Inleverdatum: 6 october 2006 (11:00)**

5). Zij $H$ een Hilbertruimte en $F < H$ een gesloten deelruimte. Ga na dat $F$ en de quotientruimte $H/_F$ dan ook Hilbertruimten zijn.

6). Beschouw op $C[0,1]$ het inproduct

$$(f \mid g) \quad = \quad \int_0^1 f(x)\overline{g(x)}\mathrm{d}x$$

en de d.m.v.

$$(Tf)(x) \quad = \quad x \cdot f(x)$$

gedefinieerde operator.

(*i*) Laat zien dat $T : C[0,1] \longrightarrow C[0,1]$ continu is en concludeer dat men $T$ ook als operator $T : L^2[0,1] \longrightarrow L^2[0,1]$ can beschouwen.

(*ii*) Is $T$ injectief?

(*iii*) Is $T$ surjectief?

(*iv*) How zou het antwoord op (*ii*) en (*iii*) zijn als we het interval $[0,1]$ door het interval $[1,2]$ vervangen?