# Functionaalanalyse 2006/7

**Inleverdatum: 8 december 2006 (10:45)**

19). Zij $H$ een Hilbertruimte en $F < H$ een gesloten deelruimte. Definieer de orthogonale projectie $\pi : H \longrightarrow H$ d.m.v. de splitsing $H = F \oplus F^{\perp}$, d.w.z. stel $\pi(x) = y$ voor $x = y + z$ met $y \in F$ en $z \in F^{\perp}$.

($i$) Ga na dat $\pi$ zelfgeadjungeerd is.

($ii$) Bereken het spectrum $\sigma(\pi)$.

($iii$) Onder welke voorwaarden is $\pi$ een compacte operator?

20). Zij $H$ een separabele Hilbertruimte en $T \in L(H)$ een zelfgeadjungeerde operator. Laat zien dat het spectrum $\sigma(T)$ hooguit aftelbaar veel eigenwaarden bevat. *Opmerking:* de vermenigvuldigingsoperator uit opgave 6 geeft een voorbeeld van een zelfgeadjungeerde operator (op de separabele Hilbertruimte $L^2[0,1]$) waarvoor het spectrum overaftelbaar is.