Functionaalanalyse 2008/9

Inleverdatum voor opgaven 27 en 28 is 31 october (11:00)

25). Zij $(\lambda_i)_{i\in\mathbb{N}} \in \ell^\infty$. Ga na dat d.m.v.

$$T\left((a_i)_{i\in\mathbb{N}}\right) \;=\; (\lambda_i a_i)_{i\in\mathbb{N}}$$

een begrensde lineaire operator $T \in L(\ell^2)$ wordt gedefinieerd.

26). Zij E een Banachruimte t.o.v. twee normen $\|..\|$ en $|||..|||$ met

$$\bigwedge_{x\in E} \|x\| \;\leq\; |||x||| \;.$$

Bewijs dat deze normen equivalent zijn.

27). Zij B een Banachalgebra met 1 en $T \in B$. Laat zien dat voor $\rho(T) < 1$ het element $1-T \in B$ inverteerbaar is. *Hint:* ga na dat de meetkundige reeks $\sum_{k=0}^{\infty} T^k$ convergeert.

28). Zij $E = F \oplus G$ een Banachruimte die algebraïsch directe som van twee gesloten deelruimten $F, G < E$ is. Laat zien dat E dan automatisch de topologisch directe som van F en G is.