

12. Übungsblatt zur Vorlesung Hamiltonsche Dynamische Systeme

32. Beweisen Sie das Lemma von Paley–Wiener: Eine periodische Funktion mit Fourierreihe $f(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} f_k e^{ikx}$ ist genau dann analytisch, wenn die Koeffizienten exponentiell schnell abfallen:

$$\bigvee_{M, \eta > 0} \bigwedge_{k \in \mathbb{Z}} |f_k| \leq M \cdot e^{-|k| \cdot \eta}.$$

33. Zeigen Sie, daß auf $\mathbb{T}^n \times \mathbb{R}^n$ die Koordinatenwechsel der Form

$$\begin{aligned} q &= x + \alpha(x) \\ p &= y + \beta(x) \cdot y \end{aligned}$$

mit $\alpha'(x) \neq -1, \beta(x) \neq -1 \quad \forall x \in \mathbb{T}^n$ eine Gruppe bilden.

34. Bestimmen Sie für das Hamiltonsche System auf $\mathbb{T}^2 \times \mathbb{R}^2$ mit

$$H(x, y) = \frac{1}{2}(y_1^2 - y_2^2) + \varepsilon \sin(x_1 - x_2)$$

die Lösung zum Anfangswert $(x, y) = 0$.