Rheinisch–Westfälische Technische Hochschule
Institut für Geometrie und Praktische Mathematik

Störungstheorie dynamischer Systeme

Heinz Hanßmann

1. Übungsblatt Aachen, den 10.4.2014

Sommersemester 2014

1. Untersuche die folgenden Vektorfelder. Handelt es sich um Hamiltonische Vektorfelder, oder um Gradienten? Finde wenn möglich Hamiltonfunktionen bzw. Potentiale. Welche Systeme sind reversibel (invariant unter Zeitumkehr bei gleichzeitiger Spiegelung an einer gutgewählten Geraden) ?

$$\begin{array}{llll} \dot{x} = y & \dot{x} = \sin y & \dot{x} = y - \varepsilon x^3 & \dot{x} = -y^2 \\ \dot{y} = -x & \dot{y} = \cos x & \dot{y} = -x - \varepsilon y^3 & \dot{y} = -2xy \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \dot{x} = \alpha x - xy & \dot{x} = x & \dot{x} = x - x^2 y & \dot{x} = x \\ \dot{y} = x^2 - y & \dot{y} = -y & \dot{y} = -y & \dot{y} = -y + xy^2 \end{array}$$

   Wer will kann diese Beispiele mit allen zur Verfügung stehenden Mitteln angehen (Gleichgewichtspunkte und deren Linearisierung berechnen, Stabilitätsanalysis, Lyapunovfunktionen, etc.). Es lohnt sich insbesondere, Phasenporträts zu zeichnen.

2. Beweise den folgenden Satz. Sei $f \in C^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$ mit $f(x_0) = 0$ und $\det Df(x_0) \neq 0$. Dann gibt es zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta > 0$ mit der Eigenschaft, daß für $g \in C^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$ mit $\|g - f\|_\infty < \delta$ und $\|Dg - Df\|_\infty < \delta$ die Differentialgleichung $\dot{x} = g(x)$ einen Gleichgewichtspunkt in der ε–Umgebung von x_0 hat. *Hinweis:* Verwende den Satz über die inverse Funktion.