Rheinisch–Westfälische Technische Hochschule
Institut für Geometrie und Praktische Mathematik

Störungstheorie dynamischer Systeme

Heinz Hanßmann

3. Übungsblatt Aachen, den 22.4.2008

Sommersemester 2008

5. Zeige, daß $\mathfrak{sl}_n(\mathbb{R}) = \{A \in M_{n\times n} \mid \operatorname{Spur} A = 0\}$ die Liealgebra der Liegruppe $SL_n(\mathbb{R}) = \{S \in M_{n\times n} \mid \det S = 1\}$ ist. Berechne dazu für eine Kurve

$$\begin{array}{rccc} \gamma : & \mathbb{R} & \longrightarrow & M_{n\times n} \\ & t & \mapsto & \gamma(t) \end{array}$$

den entsprechenden Tangentialvektor

$$\left.\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\gamma(t)\right|_{t=0}$$

und schließe mittels $\gamma(t) = \exp tA$, daß $\mathfrak{sl}_n(\mathbb{R}) = T_{\mathrm{Id}} SL_n(\mathbb{R})$. Welche Konsequenzen hat dies für den Fluß eines divergenzfreien Vektorfeldes?

6. Schreibe den van der Polschen Oszillator $\ddot{x} + \mu\dot{x} - \dot{x}^3 + x = 0$ als Vektorfeld und gebe Phasenporträts für ausgewählte Werte $\mu \in [-1, 1]$ des Parameters.