Rheinisch–Westfälische Technische Hochschule
Institut für Geometrie und Praktische Mathematik

Störungstheorie dynamischer Systeme

Heinz Hanßmann

7. Übungsblatt Aachen, den 27.5.2008

Sommersemester 2008

13. Skizziere die Menge

$$\Gamma_{\gamma,\tau} \quad := \quad \left\{ \omega \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; |2\pi\langle k \mid \omega\rangle| \geq \frac{\gamma}{|k|^\tau} \text{ für alle } k \in \mathbb{Z}^2 \backslash \{0\} \right\}$$

der (γ, τ)–Diophantischen Frequenzen, wobei $\gamma > 0$, $\tau > 1$ und $|k| := |k_1| + |k_2|$. Was ändert sich, wenn k statt $\mathbb{Z}^2 \backslash \{0\}$ nur $\mathbb{N}_0^2 \backslash \{0\}$ durchläuft ?

14. Beweise das Lemma von Paley–Wiener : Eine periodische Funktion mit Fourierreihe $f(x) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} f_k \, e^{2\pi i k x}$ ist genau dann analytisch, wenn die Koeffizienten exponentiell schnell abfallen :

$$\bigvee_{M,\eta>0} \quad \bigwedge_{k\in\mathbb{Z}} \quad |f_k| \;\leq\; M \cdot e^{-|k|\cdot\eta} \quad .$$