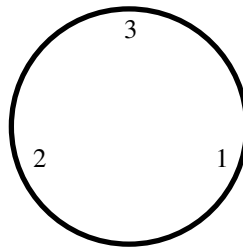
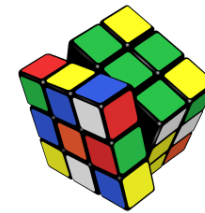


Imaginary 2017

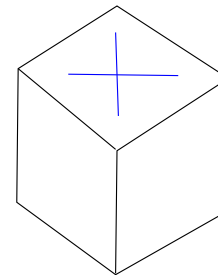


Universiteit Utrecht

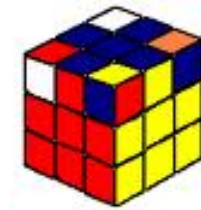
Drie uurs klokken op de Rubik kubus



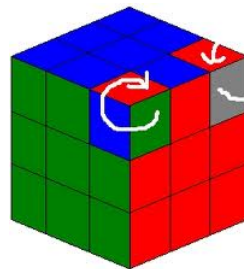
Wilberd van der Kallen



Een hoekkubus kan op zijn eigen plek zitten, maar gekanteld.



Er is een routine bestaande uit een flink aantal draaiingen die een van de hoekkubussen met de klok mee kantelt en een andere tegen de klok in. (De rest keert terug naar de oude stand.)



Kan je ook slechts één hoekkubus kantelen? Met bedrog wel:

Demonteer de grote kubus,



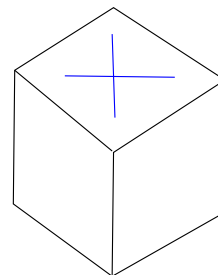
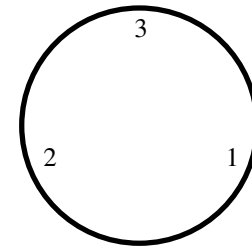
en zet hem dan weer op de gewenste manier in elkaar.

Ons doel is om te laten zien dat het zonder bedrog niet gaat. Daartoe zetten we 'drie uurs klokken' op de hoeken en kijken hoeveel we die klokken in totaal vooruit kunnen zetten.

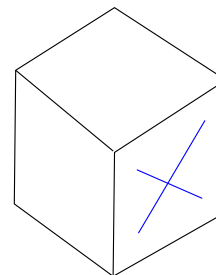
We beplakken de kubus, geïnspireerd door de boter kaas en eieren kubus.



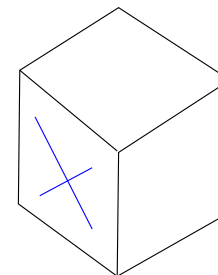
Zie elke hoek als 'drie uurs klok', die zich om de drie uur herhaalt:



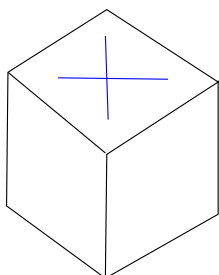
groen,



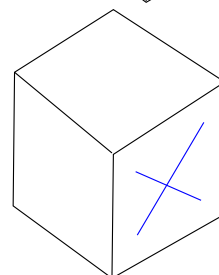
geel,



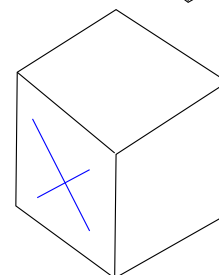
oranje,



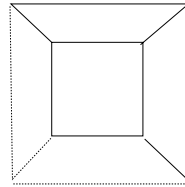
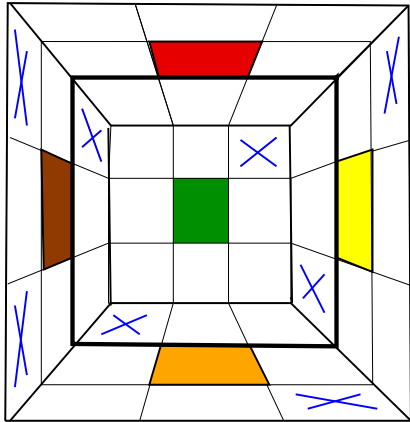
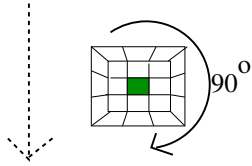
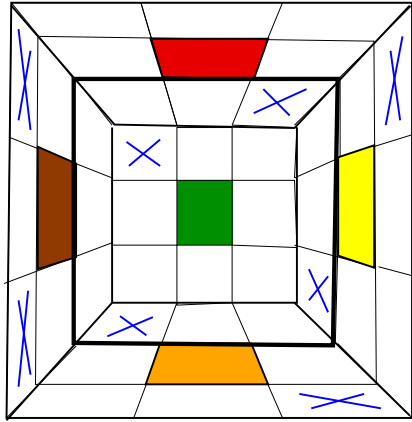
groen,



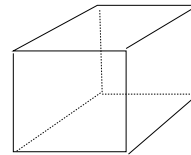
geel,

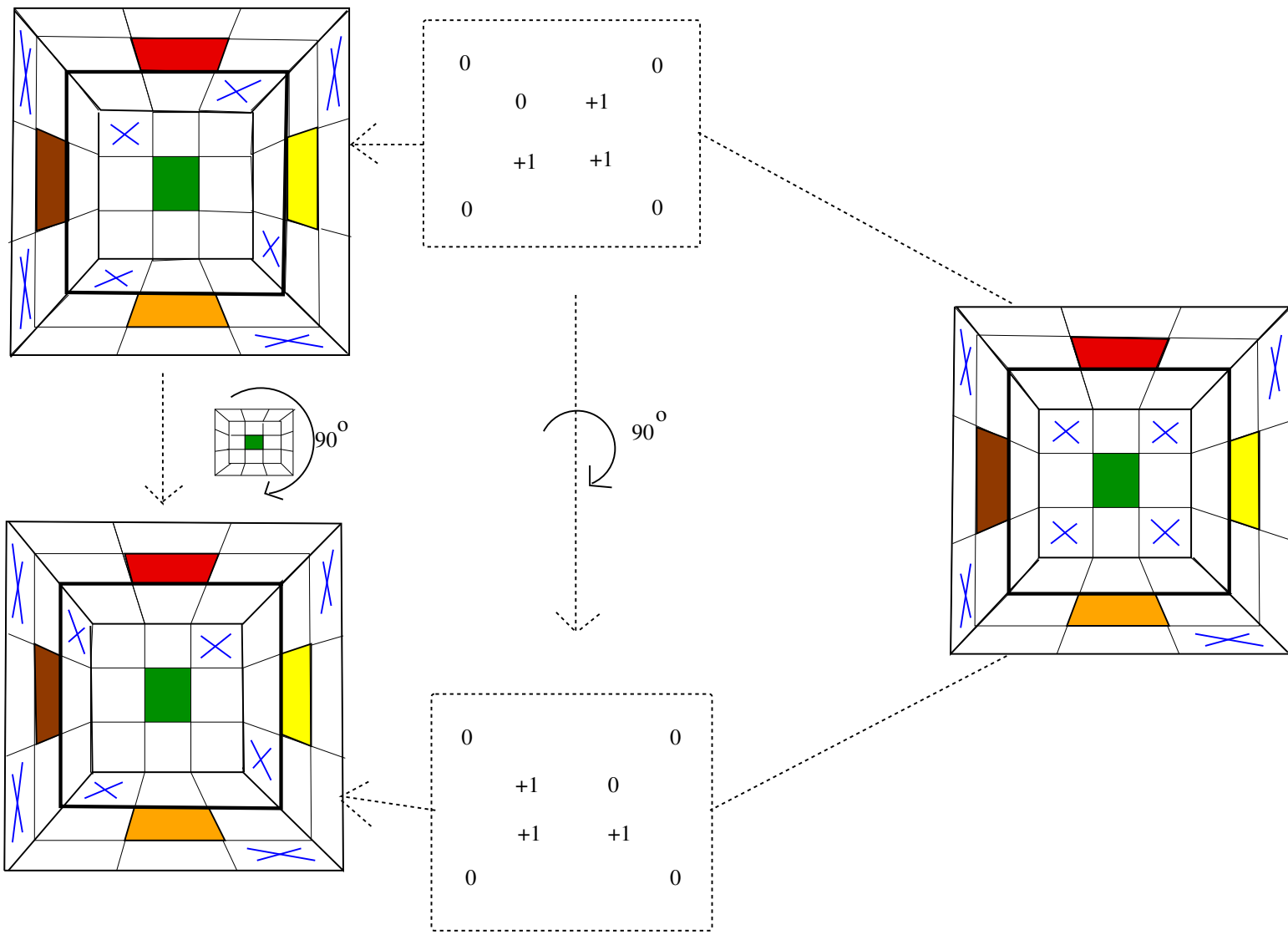


oranje, ...



=





Conclusie.

Zonder bedrog is de totale vooruitgang van de acht klokken altijd deelbaar door drie.

Één enkele hoekkubus kantelen gaat dus niet.



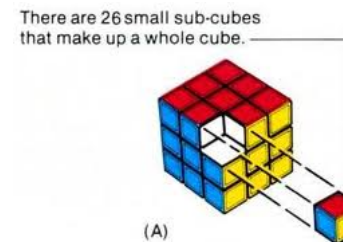
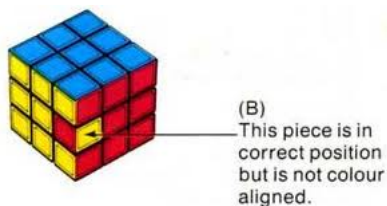
Op hoeveel manieren kun je de gesloopte kubus weer in elkaar zetten? Het assenkruis laten we heel.



Voor de acht hoekkubussen zijn er acht hoeken. Als je eenmaal een hoek gekozen hebt, kan een hoekkubus daar nog op drie manieren geplaatst worden. Voor de twaalf ribkubussen zijn er twaalf ribben, en als je eenmaal een ribbe hebt gekozen, kan de ribkubus daar nog op twee manieren geplaatst worden.

Alles bij elkaar $(8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)(3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)(12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = 519024039293878272000$ mogelijkheden. Maar zonder bedrog zijn er daarvan 'slechts' 43252003274489856000 te bereiken. Één uit twaalf dus.

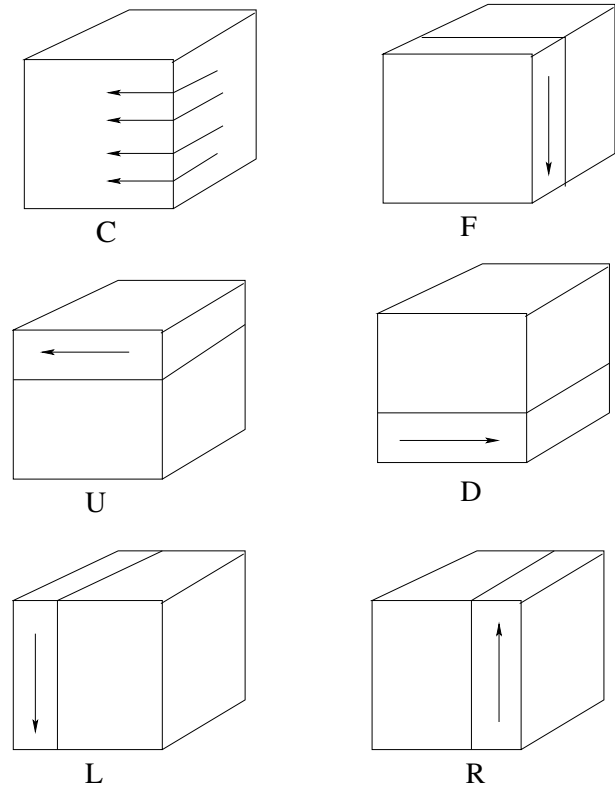
Twaalf is $3 \times 2 \times 2$. De factor drie komt van de drie uurs klokken. Door te werken met twee uurs klokken op de ribkubussen kun je nog een factor twee verklaren.



De resterende factor twee volgt uit het feit dat draaien altijd een 'even permutatie' van de 26 deeltubussen geeft.

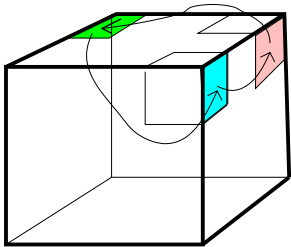
Om de kubus op te lossen helpt het om routines te kennen die netto weinig doen.

We gebruiken de letters C , F , U , D , L , R om kwart slag draaiingen weer te geven. C draait de hele kubus (Cube), F het voorvlak (Front), U de bovenlaag (Up), D de onderlaag (Down), L het linker zijvlak (Left), R het rechter (Right), steeds in de richting aangegeven in de plaatjes. En R' is R in de omgekeerde richting, C' is C in de omgekeerde richting, U' is U in de omgekeerde richting,



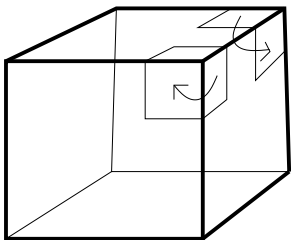
Twee routines voor hoekkubussen.

1. Routine $RU'L'UR'U'LU$, gelezen van links naar rechts, dus te beginnen met R . Hij doet netto



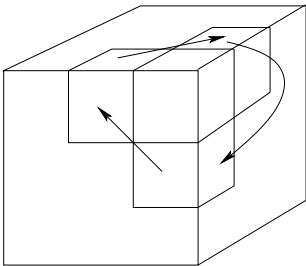
Drie hoekkubussen worden verplaatst. De overige deeltkubussen gaan terug naar hun oude stand.

2. Routine $R'DRFD'F'UFD'F'R'D'RU'$ doet netto



De routine *appelschillen* is $RCRCRCRUR'C'R'C'R'C'R'U'$.

Netto doet die



Zes plakkertjes worden verplaatst. Alle andere keren naar hun plaats terug. Twee van de zes plakkertjes blijven in hun vlak.

Hiermee kun je met veel geduld alle ribplakkertjes op hun eigen plek krijgen, als je de hoekkubussen al goed hebt. Bijvoorbeeld kun je na het appelschillen de drie verplaatste ribkubussen terugzetten op hun oude plek, maar in een andere stand.

<https://www.staff.science.uu.nl/~kalle101/rubikImaginary.pdf>