autre caractéristique de Michelle : elle aimait toutes les mathématiques et prenait toujours plaisir à découvrir de nouveaux liens entre ses différents domaines.

La dernière fois que je l'ai vue fut à Lyon en décembre dernier dans un colloque organisé en son honneur. Le hasard, la médecine ou sa volonté avaient permis qu'elle soit en forme ces jours-là. Elle gardait toute sa curiosité mathématique pour chaque exposé et put exprimer à tous, avec toute la verve qu'on lui connaît, combien elle voulait profiter de chaque jour qui lui restait.

Comme je l'écrivais cet été dans un message aux membres de la SMF, nous avons perdu une grande mathématicienne qui a beaucoup donné à la communauté mathématique, et pour ma part je perds aussi une amie.

Johannes Jisse (dit Hans) Duistermaat

(1942-2010)

San Vũ Ngọc

Ces quelques pages tentent de rendre hommage à ce très grand mathématicien que fut Hans Duistermaat. Elles s'appuient sur les souvenirs des diverses rencontres que j'ai eu la chance d'avoir avec lui entre 1994 et 2010.

Hans Duistermaat était professeur de mathématiques pures et appliquées de l'université d'Utrecht. Ces cinq dernières années, comme membre de l'Académie Royale des Sciences des Pays-Bas, il se consacrait entièrement à la recherche mathématique. Il était également « Ridder in de Orde van de Nederlandse Leeuw » (chevalier de l'ordre du Lion Néerlandais). Il s'est éteint à Utrecht le 19 mars 2010.

Un manque difficile à combler

Avec la disparition de Hans Duistermaat, les mathématiques ont perdu une exceptionnelle force vive et originale. Hans était un esprit à la fois puissant et modeste, pugnace mais avec une ouverture et une culture vraiment hors du commun.

Hans se définissait comme un analyste, mais son enthousiasme permanent et communicatif pouvait le pousser vers n'importe quel domaine, avec une prédilection pour la géométrie, car il aimait comprendre la nature intrinsèque des problèmes auxquels il s'attaquait.

Les mathématiques de Hans sont une combinaison rare d'élégance et de pertinence pratique. Il ne voulait pas être un théoricien, mais il aimait revisiter les exemples les plus simples et les plus classiques pour en démontrer les qualités universelles. Et lorsque le problème théorique apparaissait devant lui, amplement motivé, sa capacité d'abstraction intelligente était reconnue par tous.

Ses anniversaires

Hans avait une vraie modestie. Pas celle qui l'aurait empêché de faire de la publicité pour ses résultats, mais celle qui le rendait très mal à l'aise lorsqu'il avait l'impression que les louanges dépassaient son mérite. Il avait refusé qu'on célébrât ses 60 ans pour cette raison, mais, devant l'insistance de la communauté pour que ses 65 ans ne passent pas inaperçus, en 2007, il avait dû céder, sous la condition expresse que les conférenciers dussent s'en tenir à des communications purement scientifiques.

Les anciens et les jeunes

Sa modestie allait de pair avec son honnêteté scientifique. Il pensait que la plupart des idées soi-disant nouvelles trouvaient leurs origines chez les anciens, souvent célèbres mais que peu de personnes lisent réellement. Sa passion pour l'histoire, évidente à tous ceux qui l'ont côtoyé, le poussait ainsi à remonter aux sources de Lie, Cartan, Poincaré et même Huygens ou Newton. Par conséquence naturelle, et contrairement à une tendance lourde, actuelle et regrettable, il publiait avec parcimonie. De l'aveu que m'a fait l'un de ses plus anciens collègues et collaborateurs, Richard Cushman, lorsque je travaillais ma thèse à Utrecht en 1997, des quantités impressionnantes de notes de la main de Hans étaient délaissées, qui auraient pu fournir la matière à des dizaines et des dizaines d'articles dans des mains moins perfectionnistes.

Pourtant, et heureusement, son goût pour l'histoire ne prenait pas le dessus sur son enthousiasme pour faire avancer les mathématiques : il était le premier à encourager les jeunes et à exprimer des réserves sévères sur les « anciens » lorsqu'il considérait qu'ils n'avaient pas complètement compris un problème. Par exemple, quelques semaines seulement avant son décès, nous avons eu, Hans, Zung et moi, des échanges fournis et contradictoires sur la paternité du théorème des coordonnées actions-angles pour les systèmes complètement intégrables.

Les mathématiques

Hans soutient une thèse de mathématiques à l'université d'Utrecht en 1968, sous la direction formelle de Freudenthal, un mathématicien d'une grande culture universaliste. Puis, il a une intuition géniale en se plongeant dans les travaux de Hörmander. Ce dernier est en train de développer une technique extraordinairement souple pour l'étude des équations aux dérivées partielles linéaires : les opérateurs intégraux de Fourier, et il a besoin d'en discuter pour avancer. Hans, que la lecture de certains chapitres de Hörmander laisse perplexe, décide de partir en post-doc à Lund pour comprendre de quoi il retourne. Pendant un an, Hörmander raconte sa théorie à un groupe restreint, et Hans est passionné. Sa connaissance déjà profonde des travaux de Lie lui permet de contribuer de façon essentielle à la théorie globale des opérateurs intégraux de Fourier. C'est sans conteste son premier coup d'éclat : alors qu'il rentre aux Pays-Bas en 1970, Hörmander lui demande d'écrire avec lui la théorie globale et ses applications. Hans raconte avec sa modestie habituelle qu'il a travaillé d'arrache-pied pendant six mois, pour finalement recevoir de Suède un manuscrit où ses idées sont beaucoup mieux expliquées et utilisées qu'il n'aurait su le faire lui-même en si peu de temps. C'est ainsi que Hans s'est révélé à la communauté comme un pionnier incontestable de l'analyse microlocale moderne. Ce travail, publié en 1972 [8], est devenu une référence incontournable sur le sujet, à l'instar de son fameux cours donné à Nijmegen et au Courant Institute [4].

Ainsi qu'il me l'a raconté bien plus tard, Hans a assisté pour la première fois, lors de son passage à Lund, à une « guerre d'école », qui opposait Hörmander à Leray, au sujet de la théorie de Maslov. Ce dernier avait compris la signification des ansatz BKW, en termes de distributions lagrangiennes, mais la rigueur manquait dans ses écrits, difficiles à lire par les mathématiciens. Ainsi Hörmander qui, un peu dans la lignée des bourbakistes, voulait une théorie « propre », débarrassée de références à la physique, a voulu ouvertement ignorer le travail de Maslov. En France, Leray était au contraire très intéressé par l'approche de Maslov, et entra ainsi en confrontation avec Hörmander. Malgré son jeune âge, Hans réussit à ne pas prendre parti ; mieux, sa rapidité phénoménale pour comprendre en profondeur ces questions mathématiques si délicates lui permit de contribuer dans les deux camps. À peine deux années après « FIO II », il publia dans CPAM un autre article de référence sur les intégrales oscillantes [3], dans lequel la formulation de Maslov (avec le petit paramètre $\hbar$) est justifiée. En outre, Hans s'intéressa de près à l'indice de Maslov qui intervient dans les phases stationnaires, et fut le premier à faire le lien entre l'indice défini par Hörmander et un indice de Morse d'un problème variationnel.

Entre-temps, Hans avait commencé une collaboration avec Guillemin sur les liens entre le spectre d'opérateurs elliptiques et les trajectoires classiques périodiques basée sur l'interprétation du propagateur quantique comme opérateur intégral de Fourier. L'article [6] correspondant à ce travail, publié à *Inventiones Mathematicæ* est (encore !) devenu un grand classique, cité par un nombre impressionnant d'auteurs. Il faut écouter l'enthousiasme de Victor Guillemin racontant cette collaboration... collaboration qui, du reste, a fait de l'ombre sans le vouloir à Yves Colin de Verdière, qui venait de soutenir sa thèse sur un problème similaire, mais sans utiliser les formidables outils de Hörmander. Comme le montre la photo, la controverse sur la « formule de traces de Colin de Verdière – Duistermaat – Guillemin est maintenant dépassée !

Je me vois obligé, faute de compétences, de passer rapidement sur les travaux de Hans concernant l'analyse harmonique sur les groupes de Lie et les variétés localement symétriques. Par contre, il est impossible de ne pas citer son travail avec Gerd Heckman sur la variation de la forme symplectique lors d'une réduction, et la formule de la phase stationnaire « exacte » correspondante. Cet article, publié en 1983 dans *Inventiones Mathematicæ*, a eu une influence extraordinaire dans le domaine de la géométrie symplectique et la quantification. Atiyah raconte qu'il a été l'une de ses motivations principales pour son travail avec Bott sur la cohomologie équivariante [1]. Encore de nos jours, les travaux sur la célèbre « formule de Duistermaat-Heckman » sont innombrables.

Quelques années après, comme une suite logique (mais dont je ne connais malheureusement pas l'histoire précise), Hans s'est intéressé au problème de la commutation de la quantification et de la réduction symplectique. Son article [7] dans le cas de S^1 est également un classique. Hans m'a parlé un jour de ce travail, et je me souviens que deux faits m'ont marqué. Le premier, anecdotique, était que Hans n'avait jamais rencontré en personne un des collaborateurs, Wu, et il trouvait cela

FIG. 1. Y. Colin de Verdière, H. Duistermaat et V. Guillemin à Grenoble en 2006

remarquable. Le deuxième concerne le livre [5], qui a été publié l'année suivant la parution de cet article. Hans me racontait que, ne connaissant rien au sujet, il avait pris des notes sur les opérateurs de Dirac, le théorème de l'indice (prouvé par l'équation de la chaleur), la cohomologie équivariante, etc. Tout ceci dans le but initial d'être en mesure de collaborer efficacement sur le sujet. Quelqu'un d'avisé a tout de suite compris qu'il ne fallait pas laisser passer l'occasion, et a donc incité Hans à publier ces notes personnelles. C'est ainsi qu'est né le livre [5].

Récemment, Hans s'est passionné pour un problème de géométrie algébrique : l'application QRT et les courbes elliptiques. Il était tellement plongé dans son sujet que pendant près d'un an, le joindre par courrier électronique était devenu une mission quasi impossible. En 2008 il a donné un mini-cours sur ce sujet lors d'une école d'été à Barcelone, comportant une séance de TD sur Mathematica à laquelle, collègues et étudiants, nous avons tous assisté, heureux d'être pour une heure sous la houlette du professeur Duistermaat. De ces travaux est né un livre de plus de 600 pages qui vient juste de paraître.

Cette brève sélection de résultats saillants dus à Hans Duistermaat ne doit pas masquer le fait que Hans a toujours eu des motivations profondes pour s'attaquer à ces problèmes d'apparences si variées. Parmi ces motivations, la mécanique classique n'est pas la moindre. Hans aimait la mécanique sous de nombreuses formes, avec une prédilection pour les systèmes hamiltoniens et en particulier les systèmes intégrables. Son article de 1980 sur la globalisation des coordonnées actions-angles est toujours considéré comme la meilleure référence sur le sujet, et a suscité de nombreux travaux ultérieurs (dont une bonne partie des miens). Ses travaux sur la réduction symplectique – et sa quantification – s'enracinent dans ses études très détaillées sur les bifurcations d'hamiltoniens à orbites périodiques ; ses travaux sur les courbes elliptiques sont ouvertement motivés par les systèmes intégrables et leurs fibrations lagrangiennes. Hans connaissait également des théories mécaniques plus exotiques, ou simplement moins bien formalisées. Je me souviens de mon étonnement de débutant lorsqu'en 1998 il me racontait qu'il se passionnait pour un problème de rotation sans glissement d'un solide ellipsoïdal sur un plan : cela me paraissait si suranné, comparé à l'analyse microlocale et à son article sur les distributions lagrangiennes que j'étais alors en train d'étudier !

L'enseignement

Une de mes grandes erreurs, lors de mon séjour à Utrecht, a été de ne pas assister aux cours « de base » que donnait Hans sur l'analyse et la mécanique classique. Je n'ai compris qu'après coup que Hans aimait vraiment enseigner, et le faisait de façon très personnelle et originale.

Son désir de comprendre les choses en profondeur et avec élégance se traduisait dans son écriture, dense mais précise, et dans ses talents pédagogiques. Je suis persuadé que la publication de ses cours d'Utrecht serait d'un intérêt exceptionnel. On peut déjà en juger grâce aux volumes d'analyse réelles, en collaboration avec Kolk, publiés en 2004 [10, 11]. À un niveau plus élevé, également, l'écriture de Hans fait merveille. Son cours sur les opérateurs intégraux de Fourier est vite devenu une référence, et son livre sur « spin-c » est un régal pour qui veut entrer dans le sujet. Enfin le livre sur les groupes de Lie [9], encore en collaboration avec Kolk, a été reconnu très rapidement par la communauté comme une vraie perle.

Souvenirs

J'ai rencontré Hans pour la première fois à Berkeley en 1994. Lui-même y passait un semestre sabbatique, tandis que j'y séjournais pour effectuer mon stage de DEA sous la direction d'Alan Weinstein. J'étudiais alors avec attention le polycopié de Hans sur les opérateurs intégraux de Fourier, et pourtant j'ai mis longtemps avant de savoir qui était ce personnage distingué, avec un visage un peu creusé et une barbe blanchissante, que je croisais parfois dans les couloirs, et à côté duquel je m'étais assis un jour lors d'une session « lunch » du Centre de Mathématiques Pures et Appliquées de campus, dont Alan s'occupait alors. Il faut dire qu'à cette époque, je ne pensais pas qu'il était possible de rencontrer les auteurs dont je lisais les livres ! Un jour, Alan m'a finalement présenté le professeur Duistermaat, et engagea la discussion sur ce cours polycopié du Courant. J'ai senti que Hans était content de l'intérêt qu'on y portait. Quelques semaines plus tard, Hans et Alan s'étaient mis d'accord pour publier une version plus « présentable » de ce cours dans la série « Progress in Mathématics », dirigée par Alan lui-même.

En 1997, j'avais complètement oublié cette rencontre anecdotique, lorsque je me suis trouvé devant mon directeur de thèse Yves Colin de Verdière pour lui demander quel professeur en Europe, mais hors de France, pourrait m'accueillir comme « coopérant scientifique » dans son laboratoire et me permettre de finir ma thèse. Yves n'a pas hésité en répondant immédiatement « le mieux, c'est Duistermaat ! ». Me voila donc parti pour Utrecht, où j'ai passé une vingtaine de mois dans un bureau situé à quelques portes de celui de Hans. Alan raconte qu'Yves lui aurait annoncé qu'il m'envoyait travailler avec le « Général Duistermaat » !

Comme tout général, Hans n'était pas toujours disponible pour discuter dans son bureau, mais heureusement toujours enclin à parler au « mess des officiers », cette petite cantine qui se trouvait alors au rez-de-chaussée du département de mathématiques et qui a été rapidement déménagée dans le moderne bâtiment rouge accessible par passerelles aériennes et dont j'ai oublié le nom. Puis, je me suis rendu compte que, tout occupé qu'il était, Hans était un gentil général prêt à passer tout le temps qu'il fallait pour discuter de mathématiques, sous réserve qu'on arrivât à l'intéresser... ce qui était un véritable défi pour moi. J'y suis parvenu à trois ou quatre reprises seulement, mais elles m'ont laissé une forte impression.

La première a été lorsque j'ai réussi à le convaincre qu'on pouvait calculer la monodromie d'un système hamiltonien de façon purement locale, grâce à la forme normale d'Eliasson [12] pour les singularités foyer-foyer. L'idée n'était pas de moi, mais de Zou [14], dans un travail amélioré quelques années après par Zung [15] et Matveev [13]. Hans avait vu passer ces papiers mais ne semblait pas trop y croire, ou n'y pas attacher d'importance. J'ai été heureux de réussir à le faire changer d'avis, et j'ai pu être témoin pour la première fois de la méthode de Hans, qui avait don de m'agacer à chaque fois, moi le jeune thésard sans confiance : après plusieurs discussions animées et très agréables, j'arrivais une nouvelle fois dans son bureau pour lui expliquer ce que j'avais fini par comprendre, et là il ne m'écoutait plus ! Au contraire, je le voyais réfléchir, et lorsque j'avais terminé péniblement d'exposer mes idées, il se mettait à expliquer, tout joyeux, le résultat de sa réflexion, et ce résultat contenait à la fois mes propres conclusions (mieux présentées évidemment) et de nouvelles idées pour aller au-delà ! Cette fois-là, il s'était rendu compte que l'argument fonctionnait dans un cadre plus général, non hamiltonien, et encouragé par Richard, ils ont publié ensemble l'article [2].

La deuxième série de discussions que nous avons eues, sûrement la plus intense, a concerné certaines propriétés des distributions homogènes du plan complexe. J'ai vu à l'œuvre à cette occasion l'efficacité de Hans dans les recherches bibliographiques parallèlement à ses efforts personnels pour écrire la bonne théorie : quelques jours après nos premières tentatives, il a découvert que les propriétés dont j'avais besoin dans ma thèse étaient pour l'essentiel démontrées dans la thèse de Tate ! Bien que cette découverte impliquait que nous n'ayons pas grand chose de nouveau à démontrer, Hans a été très content de cet épisode, comme il me l'a répété plus tard à plusieurs reprises. Intrigué par tant d'efficacité, j'ai moi-même pris goût, dans une moindre mesure, aux recherche « historiques ». Ainsi mes découvertes de Huygens, Liouville et Mineur m'ont effectivement été très utiles pour ma thèse.

Les autres discussions que nous avons eues sont plus techniques n'ont probablement pas leur place ici. Par la suite, lors de conférences où nous nous sommes croisés, ma connaissance du caractère de Hans s'est précisée et enrichie, sans remettre en cause mes premières impressions... Par exemple, je ne crois pas me tromper en affirmant que Hans a toujours conservé l'enthousiasme de sa jeunesse pour les mathématiques. Il faut avoir vu son petit mouvement de joie à la fin d'une démonstration, ou à l'énoncé d'une décision qui le réjouit, qui donne littéralement l'impression qu'il effectue un bond en l'air !

Je l'ai déjà mentionné, la passion de Hans pour l'histoire était manifeste. Pas seulement l'histoire des mathématiques, mais l'Histoire en général, ainsi que l'étude des populations et la géopolitique. Il était littéralement intarissable sur le sujet ! Et pas seulement en ce qui concerne par exemple l'histoire des religions aux Pays-Bas, son pays, ou celle des peuples d'Indonésie (où il a passé son enfance) : lors d'un congrès à Barcelone en 2008, il démontrait aisément qu'il connaissait mieux l'histoire des rois d'Espagne que les collègues espagnols eux-mêmes ! Avec moi, il était avide de renseignements sur le peuplement de la France par les invasions « barbares », et bien qu'il parût évident qu'il fût le plus renseigné de nous deux, demandait des détails sur le comportement des gaulois face aux romains, et voulait même savoir le programme des écoles primaires françaises à ce sujet !

FIG. 2. Hans et moi, après la visite des grottes de Choranche en 2006, discutant, si je me souviens bien, de l'évolution des langages indo-européens...

Les autres occupations non mathématiques prisées par Hans que j'ai pu découvrir sont le sport et les échecs. Étant particulièrement ignorant sur ces derniers, j'en ai peu parlé avec Hans. Concernant le sport, Hans m'avait déjà dit qu'il faisait régulièrement du ski en Suisse et surtout en Autriche, mais j'ai compris l'importance qu'il y attachait lorsque, passant 2 ou 3 jours à Grenoble pour ma soutenance de thèse en décembre 1998, il a insisté pour qu'Yves trouve le temps de l'emmener faire du ski de fond dans le Vercors ! Yves m'a confié par la suite que Hans était infatigable et prétendait que c'était lié à sa paresse... Je savais également que, comme tout bon Hollandais, Hans faisait du patin à glace. Malgré tout j'ai été impressionné d'apprendre que seulement un an avant son décès, Hans avait profité de l'hiver particulièrement rigoureux pour faire plus de 50km sur les canaux gelés ! J'ai d'ailleurs songé plusieurs fois que la façon dont Hans envisageait le sport n'était pas sans rapport avec sa pratique des mathématiques : la compétition est bonne et stimulante, non pas dans le désir de battre l'adversaire, mais dans la quête d'un accomplissement personnel.

J'ai été choqué et très peiné d'apprendre le décès de Hans Duistermaat, que je considère comme l'un de mes « pères spirituels ». Mes pensées vont d'abord à sa famille, et à ses collègues d'Utrecht. Aux mathématiciens qui ne l'ont pas connu, je dis : plongez-vous dans un article ou un livre de Hans ! Vous ne le regretterez pas.

Références

[1] M.F. Atiyah and R. Bott. The moment map and equivariant cohomology. *Topology*, 23(1) :1-28, 1984.

[2] R. Cushman and J.J. Duistermaat. Non-hamiltonian monodromy. *J. Differential Equations*, 172 :42-58, 2001.

[3] J.J. Duistermaat. Oscillatory integrals, Lagrange immersions and unfoldings of singularities. *Comm. Pure Appl. Math.*, 27 :207-281, 1974.

[4] J.J. Duistermaat. *Fourier Integral Operators*. Progress in mathematics. Birkhäuser, 1996.

[5] J.J. Duistermaat. *The heat kernel Lefschetz fixed point formula for the spin-c Dirac operator*. Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications, 18. Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1996.

[6] J.J. Duistermaat and V. Guillemin. The spectrum of positive elliptic operators and periodic bicharacteristics. *Invent. Math.*, 29 :39-79, 1975.

[7] J.J. Duistermaat, V. Guillemin, E. Meinrenken, and S. Wu. Symplectic reduction and Riemann-Roch for circle actions. *Math. Res. Lett.*, 2(3) :259-266, 1995.

[8] J.J. Duistermaat and L. Hörmander. Fourier integral operators II. *Acta Math.*, 128 :183-269, 1972.

[9] J.J. Duistermaat and J.A.C. Kolk. *Lie groups*. Universitext. Springer-Verlag, Berlin, 2000.

[10] J.J. Duistermaat and J.A.C. Kolk. *Multidimensional real analysis. I. Differentiation*, volume 86 of *Cambridge Studies in Advanced Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2004. Translated from the Dutch by J. P. van Braam Houckgeest.

[11] J.J. Duistermaat and J.A.C. Kolk. *Multidimensional real analysis. II. Integration*, volume 87 of *Cambridge Studies in Advanced Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2004. Translated from the Dutch by J. P. van Braam Houckgeest.

[12] L.H. Eliasson. *Hamiltonian systems with Poisson commuting integrals*. PhD thesis, University of Stockholm, 1984.

[13] V. Matveev. Integrable hamiltonian systems with two degrees of freedom. Topological structure of saturated neighborhoods of saddle-saddle and focus points. *Mat. Sb.*, 187 :29-58, 1996.

[14] M. Zou. Monodromy in two degrees of freedom integrable systems. *J. Geom. Phys.*, 10 :37-45, 1992.

[15] Nguyên Tiên Zung. A note on focus-focus singularities. *Diff. Geom. Appl.*, 7(2) :123-130, 1997.