Deeltentamen II Fouriertheorie NS-232B
31 januari 2007, 15.00-18.00 uur

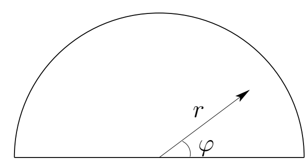
• Bij dit deeltentamen mogen GEEN dictaat, boek, aantekeningen, uitwerkingen en (grafische) rekenmachine gebruikt worden.
• Schrijf op ieder vel dat je inlevert je naam en je studentnummer EN de naam van je werkcollegeleider (Joost Rommes, Goran Panic of Alex Quintero).
• Laat bij elke opgave duidelijk zien hoe je aan je antwoorden komt.

Opgave 1 [50pt] Bereken een oplossing $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ van de differentiaalvergelijking

$$y''(x) + 4y'(x) + 3y(x) = e^{-2|x|}.$$

Opgave 2 [50pt] Vind een oplossing $u = u(r, \varphi)$ van de Laplace differentiaalvergelijking in de poolcoördinaten (r, φ)

$$\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0$$



op de halve schijf met straal 2, die voldoet aan de randvoorwaarden:

$$\begin{cases} u(r,0) = u(r,\pi) = 0 & \text{voor} \quad 0 < r < 2, \\ u(0,\varphi) = 0 & \text{voor} \quad 0 < \varphi < \pi \end{cases}$$

en

$$u(2,\varphi) = \sin(3\varphi) \quad \text{voor} \quad 0 < \varphi < \pi.$$

Aanwijzingen: Gebruik de scheiding van variabelen $u(r,\varphi) = R(r)\Phi(\varphi)$ en het feit dat de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking

$$r^2 R'' + rR' = \lambda R \qquad (\lambda > 0)$$

is gegeven door $R(r) = Ar^{\mu} + Br^{-\mu}$ met $\mu^2 = \lambda$ en $A, B \in \mathbb{R}$.

Bonus Opgave [20pt] Laat zien dat $y(x) = \delta''(x)$ voldoet aan de differentiaalvergelijking

$$(x^2 - x)y'' + (6x - 4)y' + 6y = 0.$$

Hierin is $\delta(x)$ de Dirac delta-functie.