



**Hertentamen Wat is Wiskunde A, maandag 22 december 2003**

- \* Zet op elk blaadje dat je inlevert je naam en studentnummer. Zet op het eerste blad ook de naam van je docent.
- \* Alle opgaven tellen even zwaar
- \* Geef niet alleen antwoorden, maar laat ook zien hoe je eraan gekomen bent. Het gebruik van computer, dictaat, boeken of aantekeningen is niet toegestaan.

1. Construeer waarheidstabellen voor de onderstaande expressies:

- (a)  $\neg(\neg P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$ .
- (b)  $(P \rightarrow Q) \wedge (P \wedge \neg Q)$ .

2. Voor  $n \geq 1$ , laat  $A_n = [0, 1 + \frac{1}{n}]$  en  $B_n = [0, 1 - \frac{1}{n}]$ . Bepaal

- (a)  $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ .
- (b)  $\bigcup_{n=1}^{\infty} B_n$ .
- (c)  $\bigcap_{n=1}^{\infty} (A_n - B_n)$ .

3. Geef een bewijs of een tegenvoorbeeld van de volgende beweringen:

- (a) Voor ieder natuurlijk getal  $n$  is  $n^3 + n^2 + 11$  een priemgetal.
- (b) Voor ieder geheel getal  $a$ , als 3 een deler is van  $a^2 - 81$ , dan is 3 een deler van  $a$ .

4. Definieer de relatie  $\sim$  op  $\mathbb{R}$  als volgt:

$$(a, b) \sim (c, d) \quad \text{als} \quad a + b = c + d.$$

- (a) Bewijs dat  $\sim$  een equivalentie relatie is.
- (b) Bepaal de equivalentieklasse van het punt  $(1, 0)$ .
- (c) Geef een meetkundige beschrijving van de equivalentieklassen van  $\sim$ .

5. Bewijs met volledige inductie dat voor elk natuurlijk getal  $n$  geldt dat  $2^{2n-1} + 3^{2n-1}$  deelbaar is door 5.

6. Zij  $n$  een natuurlijk getal en  $a, b$  gehele getallen. Stel dat  $\text{ggd}(a, n) = 1$ .

- (a) Laat zien dat er een  $x \in \mathbb{Z}$  bestaat zodat  $ax - b$  deelbaar is door  $n$ .
- (b) Stel nu dat  $n = 11$ ,  $a = 19$  en  $b = 1$ . Bepaal een  $x \in \mathbb{Z}$  zodat  $19x - 1$  deelbaar is door 11.