Mystieke schoonheid in de infinitesimaalrekening: Sonnetten van Adwaita (1863-1919).

Geschreven door Jan Hogendijk in het kader van de cursus Infinitesimaalrekening 1B, Utrecht, 2000.

Johan Andreas Dèr Mouw werd in 1863 in Westervoort bij Arnhem geboren en studeerde klassieke talen en Sanskriet in Leiden. Hij promoveerde in 1890 op een proefschrift over hoe de Grieken in de oudheid de natuur beleefden, en werkte vanaf 1888 als leraar Latijn en Grieks aan het gymnasium te Doetinchem. In 1902 verliet hij deze school met ruzie, en vanaf die tijd leidde hij in Den Haag een privé-opleiding voor het (middelbare school-) staatsexamen. Hij had zich ook als filosoof ontwikkeld en publiceerde diverse artikelen over kenleer en metafysica. Hij probeerde de werkelijkheid door filosofisch denken te doorgronden, maar omstreeks 1912 kwam hij tot de overtuiging dat zijn pogingen hopeloos waren. Inmiddels had hij wel een visie op de wereld ontwikkeld, voor een deel geïnspireerd door oude Indiase geschriften. Dèr Mouw kon deze visie niet door logisch redeneren bewijzen, maar vanaf 1913 voelde hij een onweerstaanbare drang tot het schrijven van gedichten die van zijn inzichten getuigden. In 1918 begon hij zijn gedichten in diverse tijdschriften te publiceren. Hij gebruikte het pseudoniem Adwaita, want de lezers mochten niet weten dat de dichter Adwaita dezelfde was als de filosoof Dèr Mouw. Het Sanskriet-woord Adwaita betekent "niet-tweeheid" (a- = niet, dwa = twee). Dit heeft te maken met Dèr Mouw's opvatting dat de hele wereld een manifestatie is van één schepppend principe: de wereldziel Brahman, die gelijk gesteld kan worden met God. De gedichten waren een sensatie in het toenmalige literaire Nederland. Aangemoedigd door dit succes, besloot Dèr Mouw een tweedelige dichtbundel te publiceren met als titel "Brahman." Inmiddels was hij helemaal uitgeput, en hij stierf op 56-jarige leeftijd, enkele weken voordat het eerste deel van "Brahman" van de persen rolde . . .

Dèr Mouw hield veel van wis- en sterrenkunde en dit is goed in zijn gedichten te zien. Ik heb niet kunnen achterhalen waar hij zijn wis- en sterrenkundige kennis vandaan heeft. In het volgende sonnet zit een hele wiskundige afleiding verborgen. Dit sonnet maakt deel uit van een dialoog tussen de Waarheid (met hoofletter) en "Adwaita."

De Waarheid zegt tegen "Adwaita":

Je zag met de x de spokig toov'rende i
Meefladd'ren, als de zwevende exponent
Neerstreek tot reeks, die naar 't oneind'ge rent
In stormloop naar de kringperipherie:

Omsmolt dan algebraise alchemie
Tot tweelingen twee legers, en 't quotiënt
Vervloeid tot optocht van kentauren, ment
De magiër Logarithme voort naar π.

Ontzaglijke triomfpoort, zag je-hem, hoog
Lichtende staan boven de Melkwegboog,
Verweerde band van cyklopisch gewelf;

En, flikkerende triomfatordracht
Rondom je, hing de hemel. En je dacht:
"Io triumphe" voor mijn eeuwig Zelf!

We geven nu een wiskundige interpretatie van dit sonnet. Eerste couplet: $e^{ix} = 1+(ix)+(ix)^2/2!+(ix)^3/3!+\ldots$ ligt op de complexe eenheidscirkel ("kringperiferie") als x reëel is. Het woord "spokig" verwijst naar het imaginaire getal i.

Tweede couplet: De "tweelingen" zijn de complex geconjugeerden $e^{ix} = \cos x+i\sin x$ en $e^{-ix} = \cos x-i\sin x$, en het quotiënt is $e^{2ix} = (\cos x+i\sin x)/(\cos x-i\sin x) = (1+i\tan x)(1-i\tan x) = 1+2(i\tan x)+2(i\tan x^2)+\ldots$, en zo "vervloeit" het quotiënt tot een optocht van kentauren. Een kentaur is een combinatie van een paard (romp en benen) en een mens (hoofd, handen), en net zo is $i\tan x$ ook een combinatie van twee verschillende dingen, een reëel en een imaginair getal.
Neem aan dat we een logarithme kunnen nemen, er komt dan $2ix = \log(1+z)/(1-z)$ met $z = i\tan x$. We ontwikkelen in een Taylorreeks: $\log\frac{1+z}{1-z} = \log(1+z)-\log(1-z) = 2z+\frac{2z^3}{3}+\frac{2z^5}{5}+\frac{2z^7}{7}\ldots$ Invullen van z en uitwerken levert

$$x = \tan x-(\tan x)^3/3+(\tan x)^5/5-(\tan x)^7/7\ldots$$

Vul nu in $x = \frac{\pi}{4}$ dan krijgen we $\frac{\pi}{4} = 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\ldots.$

Men kan laten zien dat al deze reeksen convergeren voor de x en z die in de redenering voorkomen, en dat de magische "logaritme" van complexe getallen inderdaad zinvol kan worden gedefinieerd.

De interpretatie van de laatste twee coupletten is moeilijker. Een cycloop is een reus met maar één oog, en de triomfpoort is misschien een enorm groot symbool π. Het eeuwig Zelf (met een hoofdletter) is de wereldziel Brahman, die identiek is met het diepste zelf van de dichter Adwaita.

De context van het bovenstaande wiskundige sonnet is ook interessant. Er zit nog meer wiskunde in, en ook informatie over de (hoge) waarde die Dèr Mouw aan de wiskunde toekende.

Het sonnet is onderdeel van een reeks van 27 sonnetten met titel "In de Hoogte". Deze reeks verscheen al in 1918, nog tijdens het leven van Dèr Mouw. Het was één van de eerste delen van het dichtwerk waarmee hij naar buiten durfde te komen. In de 27 sonnetten beschrijft Dèr Mouw zijn spirituele ontwikkeling. In de eerste paar sonnetten vergelijkt hij zijn bezigheid met wetenschap met het balanceren van een groteske acrobaat op een draad, of een slap koord. Omdat dit hem uiteindelijk niets opleverde, haalde hij zijn oude "aeroplaan (=vliegtuig) van kunst" van stal. Hij vond vliegen wel een beetje eng, want dit deed hij tot op dat moment alleen mentaal, op het gebied van de infinitesimaalrekening. Zie het volgende sonnet:

Maar k'danste t'liefst volgens wiskund'ge wet:
Door 't $x - y$-vlak zwierde ik horizontaal,
En dan met lucht'ge sprongen, vertikaal,
Zweefde als een mug ik op en af langs z;

Zich weven zag'k uit schimmig lijnennet
De oneindigheid tot kronkel van spiraal:
Het teeken van de almachtige integraal
Heb 'k, toov'naar, steeds met trotsche krul gezet

Huiv'rend zag'k staan in de omzwaai van de nacht
De Menschenzoon, priester van God's geslacht,
Ov'ral aanwezig heerscher, het Getal

Dat de omtocht van mijn sterrenvolken leidt,
En meteoren en kometen smijt,
Schertsend, door't statig rythme van 't heelal.

Gedwongen door zijn eigen verdriet en mislukkingen, moest hij nu echt gaan vliegen (d.w.z. zijn houvast loslaten):

Mij de aeroplaan, wiens vaart, zilverig, trekt
Een draad, hoog boven zee en kontinent:

Dan hoort hij een stem. De Waarheid begint tegen hem te spreken:

Zoo, jongen, ben je daar? 'K heb lang gewacht.
Neen, excuzeer je niet; ik had de tijd;
Als achter me, ligt vóór me de eeuwigheid,
En 'k wist, je kwam. 'K had 't zelf zoo uitgedacht.

De Waarheid bespreekt dan met Dèr Mouw diens ontwikkelingsgang. Hierin komt wiskundige beeldspraak voor, zo zegt de Waarheid:

> Maar ik, ik greep je stevig bij de lurven;
>
> 'K zei: ,,Wat? Zou je niet kunnen? Of – niet durven?
> ...Vooruit! Ik maak tot straatweg van graniet
> De draad!" En grac'lijk gleed je over de curven.
>
> Jou gaf, als 't scheen dat duizeling je neertrok,
> Ik een oneindige reeks als balanceerstok,
> E, π, Maclaurin of 't binomium;

Met "Maclaurin" bedoelde Dèr Mouw de formule $f(h) = f(0) + hf'(0) + \frac{1}{2!}h^2 f''(0) + \ldots$ die door Colin Maclaurin (1698-1746) in 1742 werd vermeld en daarom soms naar hem werd genoemd, hoewel de algemenere formule van Taylor ouder is (1712). 'T binomium is de reeks $(1+x)^\alpha = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\begin{array}{c} \alpha \\ i \end{array} \right) x^i$ voor α niet geheel. Kort daarop volgt het sonnet Je zag met de x ..., dat hierboven besproken is.

Voordat de Waarheid uitgesproken is, komt de wiskunde nog één keer aan de orde, en krijgt nu een bijna religieuze betekenis. De Waarheid zegt:

> Wie t'meisje, dat hij liefheeft, aait en kust,
> Dat hij zich, wereld, God, zelfs haar vergeet,
> Hij zoekt, zonder dat zijn ekstaze 't weet,
> De vredige eenheid van wenschlooze rust:
>
> Zoo moest jij, maar nu denkend, klaar bewust,
> Achter 't wiskundig weefsel van mijn kleed
> – Paillet van ster en lach op nacht en leed –
> Vinden het hart, waaraan je wenschloos rust.

De Waarheid geeft tenslotte aan dat Dèr Mouw's wetenschappelijke vorming niet voor niets is geweest:

> Spreek nooit, door mij verrijkt, met domme spijt
> Van circus, slappe koord en acrobaat;
> 'T is of nog nevelige dageraad
> De zon zijn stijgen, dat hem draagt, verwijt.

Literatuur: De reeks “De Hoogte” is opgenomen in: Johan Andreas Dèr Mouw, Brahman deel 1 (=Verzamelde Werken, Amsterdam: Van Oorschot, 1947 Deel 1), pp. 97-125, en in Johan Andreas Dèr Mouw, *Volledig Dichtwerk*, Amsterdam: Van Oorschot 1986. Grote delen van de bundels Brahman 1 en 2, inclusief de hele reeks “In de Hoogte,” staan op het internet op:
http://www.dds.nl/~ljcoster/adwaita/ Over de persoon Dèr Mouw zie: A.M. Cram-Magré, *Dèr Mouw - Adwaita: Denker en dichter*, Groningen 1962 (herdruk: Utrecht: HES publishers, 1981.) De wiskundige analyse van het sonnet is grotendeels ontleend aan Tj. S. Visser, Adwaita's Wiskundig Sonnet, *Euclides* **39** (1963-4), 16-23. Dat deze wiskundige analyse inderdaad klopt blijkt uit een handschrift van Dèr Mouw zelf waarin het wiskundig sonnet staat én de berekening. Zie voor een foto: deze website, en ook M.F. Fresco, Nogmaals Adwaita's wiskundig sonnet, in: *Juffrouw Idastraat 11*, jaargang 6 (okt. 1980), pp. 4-7.