

Infinitesimaalrekening

Eerste deelloets 12 november 2003

9.00 – 12.00 uur

- Maak de opgaven op het uitgereikte papier.
- Vul op elk blad dat u inlevert uw naam en uw studentnummer in.
- Zet op het eerste blad de naam van uw werkcollegebegeleider: 1) Natasja Davydova, 2) Ettay Weiss, 3) Hil Meijer, 4) Igor Grubisic, 5) Taoufik Bakri, 6) Erik Baurdoux, of meld “niet aan werkcollege deelgenomen”.
- Ouderejaars kunnen deze deelloets laten tellen als hertentamen Inf1A. Valt u onder deze regeling, meld dat dan ook op het eerste blad.
- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe u aan dat antwoord komt.
- Bij elk onderdeel staat aangegeven hoeveel punten u ermee kunt behalen.
- Op dit tentamen mogen geen grafische of symbolische rekenapparaten gebruikt worden. Ook het raadplegen van boeken, dictaten of eigen aantekeningen is niet toegestaan.
- Veel succes!

Opgave 1 (15)

Het puntenaantal dat u voor werkcollegequiz Q1 behaald hebt vermenigvuldigd met $\frac{3}{2}$ wordt vergeleken met het puntenaantal dat u voor deze opgave behaalt. Het hoogste van beide telt.

- Schrijf zo eenvoudig mogelijk: $\frac{1+p(1-2p)}{p-1}$.
- Geef drie verschillende waarden van φ die voldoen aan $\tan^2 \varphi = 1$.
- Onderzoek $\lim_{u \rightarrow \infty} u^{-1/3} \log u$.

Opgave 2 (15)

Het puntenaantal dat u voor werkcollegequiz Q2 behaald hebt vermenigvuldigd met $\frac{3}{2}$ wordt vergeleken met het puntenaantal dat u voor deze opgave behaalt. Het hoogste van beide telt.

- De functies f en g op $\mathbb{R}$ worden gegeven door $f(x) = x^2 \sin x$ en $g(x) = f^{(1200)}(x)$. Bepaal $g(0)$.
- Bepaal alle complexe oplossingen van de vergelijking $z^4 = 2z^2 + 15$.

Opgave 3 (10)

- i) Schrijf $-1 + i\sqrt{3}$ in de vorm $re^{i\varphi}$ met $r \geq 0$ en $\varphi \in \mathbb{R}$.
- ii) Wat is de som van de volgende reeks: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \pi^{2k}}{(2k)!}$.

Opgave 4 (9)

De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door $f(x, y) = y \sin(xy)$.

Bepaal $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$.

Opgave 5 (9)

Onderzoek de integraal $\int_{-1}^0 u \sqrt{1-u^2} du$.

Opgave 6 (9)

Onderzoek met de stelling van Taylor: $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{5t}{\log(t+1)}$.

Opgave 7 (9)

Geef de bolcoördinaten van het punt $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \sqrt{6} \end{pmatrix}$.

Opgave 8 (12)

We onderzoeken de kromme in het vlak die in poolcoördinaten gegeven wordt door $r = 2 + \cos \theta$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

- a) Maak een schets van deze kromme.
- b) Beschrijf deze kromme in rechthoekige coördinaten door een pad van de vorm $\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$.
- c) Stel een integraal op die de lengte van deze kromme weergeeft. (Deze integraal hoeft u niet te berekenen.)

Opgave 9 (12)

Van de differentieerbare functies a , b , f en $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven:

$$\begin{aligned} a(0, 0) &= 1, & a(1, 0) &= 2, \\ \frac{\partial a}{\partial x}(0, 0) &= 1, & \frac{\partial a}{\partial x}(1, 0) &= 0, \\ \frac{\partial a}{\partial y}(0, 0) &= 0, & \frac{\partial a}{\partial y}(1, 0) &= -1, \\ b(x, y) &= x^3 + y^4, & f(x, y) &= 5x^2 + 2y, \\ h(x, y) &= f(a(x, y), b(x, y)). \end{aligned}$$

Bepaal $\mathbf{grad} h(0, 0)$.