Infinitesimaalrekening

Herkansing

29 maart 2005 14:00 – 17:00

- Maak de opgaven op het uitgereikte papier.
- Vul op elk blad dat u inlevert uw naam en uw studentnummer in.
- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe u aan dat antwoord komt.
- Bij elk onderdeel staat aangegeven hoeveel punten u ermee kunt behalen.
- Op dit tentamen mogen geen rekenapparaten gebruikt worden. Ook het raadplegen van boeken, dictaten of eigen aantekeningen is niet toegestaan.
- Veel succes!

Opgave 1 (6)
Schrijf zo eenvoudig mogelijk: $\log(a^2 - 1) - \log(a - 1)$.

Opgave 2 (7)
Onderzoek de volgende limiet: $\lim_{t \to 1} e^{(\log t)^2}$.

Opgave 3 (11)
Bereken de volgende integraal: $\int_{-1}^{0} \arctan u \, du$.

Opgave 4 (8)
Beschrijf de halve cirkel $x^2 + y^2 = 5$, $x \leq 0$, in poolcoördinaten.

Opgave 5 (7)
Bepaal het imaginaire deel van $\frac{7+i}{5-i}$.

Opgave 6 (11)
Bepaal alle differentieerbare functies $q : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die voldoen aan

$$\left(1 + t^2\right) \frac{dq}{dt} = q.$$

Opgave 7 (9)
Geef een vergelijking of een parametervoorstelling van het raakvlak aan het oppervlak $y^2 - x^2 = 3$ in het punt $(1, 2, 8)$.

Opgave 8 (11)
De functie $h : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ wordt gegeven door $h(x) = 1 - x^2$.
Welk punt van de grafiek van h ligt het dichtst bij de oorsprong?

Opgave 9 (6)
Laat het vectorveld $\mathbf{F}$ op $\mathbb{R}^2$ gegeven zijn door $\mathbf{F} = \mathbf{i} + 2x\mathbf{j}$. Onderzoek of het pad $\mathbf{c}(t) = t\mathbf{i} + \frac{1}{2}t^2\mathbf{j}$, $-10 \leq t \leq 10$, een stroomlijn van $\mathbf{F}$ voorstelt.

Opgave 10 (7)
Onderzoek of de functie $p : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gegeven door $p(x, y, z) = x^3 - 3xy^2 + e^z$ harmonisch is.

Opgave 11 (10)
Integreer de functie $(x, y) \mapsto y$ over de driehoek $x \geq -1$, $y \geq -1$, $x + 2y \leq 5$ in $\mathbb{R}^2$.

Opgave 12 (7)
Bepaal het gemiddelde van de functie sinh op het interval $[-1, 2]$.