Infinitesimaalrekening 1a

Tentamen 3 januari 2003

9.00 – 12.00 uur

- Maak de opgaven op het uitgereikte papier.
- Vul op elk blad dat u inlevert uw naam en uw studentnummer in.
- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe u aan dat antwoord komt.
- Bij elk onderdeel staat aangegeven hoeveel punten u ermee kunt behalen.
- Op dit tentamen mogen geen grafische of symbolische rekenapparaten gebruikt worden. Ook het raadplegen van boeken, dictaten of eigen aantekeningen is niet toegestaan.
- Veel succes!

Opgave 1 (5)

Geef alle oplossingen van $e^{2q} + 3 = \pi$.

Opgave 2 (15)

i) Schrijf zo eenvoudig mogelijk: $\log\left(6 + \sqrt{33}\right) + \log\left(6 - \sqrt{33}\right)$.
(Het gaat hier om een exacte berekening.)

ii) Bereken $\lim_{y\to\infty} \dfrac{\log y}{y^2}$.
(Vergeet niet naast het antwoord ook de redenering te geven.)

Opgave 3 (15)

i) Schets de grafiek van de functie $[-\pi, 2\pi] \to \mathbb{R} : x \mapsto \arccos(\cos x)$.

ii) Bepaal de hoek tussen de vectoren $\mathbf{i} - \mathbf{k}$ en $\mathbf{k} + \sqrt{6}\mathbf{j} - \mathbf{i}$.

Opgave 4 (10)

Wat is de inhoud van het parallellepipedum opgespannen door de vectoren $(0, 1, 0)$, $(1, -1, 1)$ en $(2, 1, 1)$?

Opgave 5 (10)

Bepaal een primitieve van de functie $(-1, 1) \to \mathbb{R} : t \mapsto t\sqrt{1 - t^2}$.

Opgave 6 (10)

Bepaal de tweede orde Taylorveelterm van $x \mapsto \sqrt[3]{x}$ in het steunpunt 1.

Opgave 7 (10)

Laat door middel van een voorbeeld zien dat de volgende uitspraak niet waar is. Hierbij zijn f en g functies $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$.
Als $\lim_{x\to 4} f(x) + g(x) = 3$*, dan bestaan* $L_1 = \lim_{x\to 4} f(x)$ *en* $L_2 = \lim_{x\to 4} g(x)$*, en* $L_1 + L_2 = 3$.

Opgave 8 (10)

Geef een beschrijving van het raakvlak in $(1, 0, 1)$ aan het oppervlak $x + 2y^2 + z^3 = 2$ in $\mathbb{R}^3$.

Opgave 9 (15)

Van de functies $a : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $b : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $c : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ en $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ is gegeven dat ze alle differentieerbaar zijn. De functie $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ wordt gegeven door $f(u, v, w) = uv^2 - 2we^{7u}$.
Bepaal de partiële afgeleiden $\frac{\partial h}{\partial x}(x, y)$ en $\frac{\partial h}{\partial y}(x, y)$ van de functie $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeven door $h(x, y) = f(a(x, y), b(x, y), c(x))$.