# Tentamen Infinitesimaalrekening 1B

21 december 2000, 14.00 - 17.00 uur

- *Maak elke opgave op een apart vel!* Opgaven die niet op aparte vellen gemaakt zijn, worden niet in behandeling genomen.
- Zet op elk vel dat je inlevert je naam, het nummer van je collegekaart, en de naam van je werkcollegeleid(st)er (Tobias Muehlenbruch, Philipp Getto, Franziska Bittner, Pepijn van der Laan, Roderik Lindenbergh, Alexa van der Waall, Barbara van den Berg). Als je geen werkcollege hebt gevolgd, schrijf dan "geen werkcollege" op elk vel. De opgaven moeten op aparte stapels worden ingeleverd. Zelf inleveren, niet op de tafeltjes laten liggen!
- Bij het begin van elke opgave is aangegeven hoeveel punten je met die opgave kunt behalen. Het tentamencijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 10. Het eindcijfer is de som van het tentamencijfer plus de met de steropgaven behaalde bonus, het totaal wordt afgerond op een geheel getal.
- Laat bij elke opgave duidelijk zien hoe je aan je antwoorden komt. Als je een onderdeel niet kan maken, mag je dat in de volgende onderdelen wel gebruiken.
- Het boek, college- of werkcollegeaantekeningen, rekenmachines e.d. mogen niet gebruikt worden.
- *VEEL SUCCES!*

1. (25 punten)

   **a.** Bepaal alle getallen $w \in \mathbf{C}$ met $w^3 = 2i - 2$, schrijf $w$ in de vorm $a + bi$ met $a, b \in \mathbf{R}$.

   **b.** Bepaal alle differentieerbare functies $f : (0, \infty) \to \mathbf{R}$ met

$$f'(x) - \frac{2f(x)}{x} = x^2.$$

2. (25 punten)

   **a.** Bereken

$$\int_0^1 \int_x^1 sin(y^2)\, dydx.$$

   **b.** Laat zien dat de punten $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ die liggen op de cirkel $x^2 + (y-1)^2 = 1$ in poolcoördinaten gegeven worden door $(r, \theta)$ met $r = 2\sin\theta$.

   **c.** Noem nu $D$ het gebied bestaande uit de punten $(x, y)$ met $x^2 + (y-1)^2 \leq 1$ en $x \geq 0$ (d.w.z. een helft van het gebied binnen de cirkel). Bepaal $\int\int_D x\sqrt{x^2 + y^2}\, dA$.

Z.O.Z!!!!!!!!!

3. (20 punten)

   Stel $a > 0$, en $\mathbf{c}$ is de grafiek in het $(x, y)$-vlak van de kromme $y = \cosh x$ tussen $x = 0$ (beginpunt) en $x = a$ (eindpunt).

   **a.** Bereken de lengte van $\mathbf{c}$.

   **b.** Stel $\mathbf{F}(x, y) = (-y, x)$. Bereken $\int_c \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$.

   **c.** Is er een functie $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ met $\mathbf{F} = \nabla f$? Waarom wel of waarom niet?

4. (30 punten) $K$ is het lichaam dat bevat is binnen de bol $x^2+y^2+z^2 \leq 1$ en het gedeelte van de kegel $x^2 + y^2 \leq 3z^2$ met $z \geq 0$.
   $L$ is het segment van de bol $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ met $z \geq \frac{1}{2}$.

   **a.** Schets $K$ en $L$.

   **b.** Bepaal de inhoud van $L$.

   **c.** Bepaal
   $$\int\int\int_L \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\, dV.$$

   **d.** Bepaal
   $$\int\int\int_K \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\, dV.$$

EINDE