Tentamen Infinitesimaalrekening 1B

10 maart 2000, 14.00 - 17.00 uur

- *Maak elke opgave op een apart vel!*
- Zet op elk vel dat je inlevert je naam en het nummer van je collegekaart. De opgaven moeten op aparte stapels worden ingeleverd. Lever alle opgaven persoonlijk in bij de surveillanten. Niet op je tafel laten liggen!
- De vier opgaven tellen even zwaar.
- Schrijf je naam en adres op het tentamenbriefje en lever dat op een apart stapeltje in.
- Laat bij elke opgave duidelijk zien hoe je aan je antwoorden komt.
- Het boek, college- of werkcollegeaantekeningen, rekenmachines e.d. mogen niet gebruikt worden.
- *VEEL SUCCES!*

1. **a.** Bepaal alle twee keer differentieerbare functies $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ met

$$f''(x) + 4f'(x) + 8f(x) = 0.$$

b. Bepaal een twee keer differentieerbare functie $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ met

$$f'(x) - f(x) = 4x^2 - 3x - 7, f(0) = 1.$$

c. Vind alle twee keer differentieerbare functies $f : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \to \mathbf{R}$ met

$$f'(x) - \tan x f(x) = 0.$$

2. **a.** Stel $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ is gedefiniëerd door $f(x,y) = x^3 + x^2 + xy + y^2$. Bepaal de kritieke punten van f. Ga van elk van deze punten na of het een extreem is.

b. Stel $\mathcal{E}$ is de ellipsoïde die bestaat uit alle (x,y,z) in $\mathbf{R}^3$ met $3x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 1$ (dus $\mathcal{E}$ is rand en inwendige). Bepaal alle extremen van $g(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ op $\mathcal{E}$ en de punten waar die extremen aangenomen worden.

Z.O.Z!!!!!!!!!

3. K is het lichaam dat bestaat uit de punten (x, y, z) in $\mathbf{R}^3$ met $x^2+y^2 \leq 1$, $0 \leq z \leq x+1$ en $x \leq 0$ (let op: $\leq$!)

a. Schets K.

b. Bepaal de inhoud van K.

c. Bepaal het zwaartepunt van K (de massadichtheid is 1).

4. **a.** Stel $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ en $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ zijn twee keer continu differentieerbare functies. We definiëren $h : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ door

$$h(s,t) = f(g(s,t),t).$$

U mag aannemen dat h nu ook twee keer continu differentieerbaar is.

We noteren (zoals gebruikelijk)

$$h_{tt} = \frac{\partial^2}{\partial t \partial t}(h(s,t)).$$

Druk h_{tt} uit in de partiële afgeleiden van f en g.

b. Stel $R > r > 0$. We wentelen de cirkel $(x-R)^2 + y^2 = r^2$ om de $y-as$ en krijgen zo een oppervlak. D is de donut (of: torus) met dit oppervlak als rand.

Bereken de inhoud van D.

EINDE