Infinitesimaalrekening 1b

Tentamen 5 maart 2003

9.00 – 12.00 uur

Dit is het tentamen voor eerstejaars en voor ouderejaars die aan het werkcollege (inclusief de Mathematica-opgaven) hebben deelgenomen. Andere ouderejaars leggen een tentamen Infinitesimaalrekening 1B af over de stof van 2001/2002.

- Maak de opgaven op het uitgereikte papier.
- Vul op elk blad dat u inlevert uw naam en uw studentnummer in.
- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe u aan dat antwoord komt.
- Bij elk onderdeel staat aangegeven hoeveel punten u ermee kunt behalen.
- Op dit tentamen mogen geen grafische of symbolische rekenapparaten gebruikt worden. Ook het raadplegen van boeken, dictaten of eigen aantekeningen is niet toegestaan.
- Veel succes!

Opgave 1 (7)
Bepaal de absolute waarde en het argument van e^z waarbij $z = \log(5) + \frac{8\pi i}{3}$.

Opgave 2 (8)
Geef alle complexe oplossingen van $z^2 + 1 = z$.

Opgave 3 (9)
Bepaal de functie $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die voldoet aan $y(1) = 1$ en $y'(x) = 23y(x)$.

Opgave 4 (12)
Bepaal de functie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die voldoet aan $g''(t) + 2g'(t) = 3g(t) - 1$ en $g(0) = g'(0) = 0$.

Opgave 5 (9)
We bekijken het pad gegeven door $\mathbf{c}(t) = (t + e^t, \cos t, \sin t)$. Bepaal de snelheidsvector en de versnellingsvector op het tijdstip $t = \pi$.

Opgave 6 (11)
We bekijken het vectorveld $\mathbf{F}(x, y, z) = \mathbf{i} - z\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ op $\left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x > 0\right\}$.

Z.O.Z.

Welke van de volgende paden beschrijven een stroomlijn van **F**?

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_1(t) &= t\mathbf{i} + \cos t\,\mathbf{j} + \sin t\,\mathbf{k}, && t \in [\pi, 2\pi], \\ \mathbf{c}_2(t) &= t^3\mathbf{i} + \cos t^3\,\mathbf{j} + \sin t^3\,\mathbf{k}, && t \in [\pi, 2\pi], \\ \mathbf{c}_3(t) &= (2+t)\mathbf{i} + \sin t\,\mathbf{j} - \cos t\,\mathbf{k}, && t \in [\pi, 2\pi]. \end{aligned}$$

Opgave 7 (10)

a) Bepaal de rotatie van het vectorveld $\mathbf{F}(x, y, z) = \mathbf{i} - z\mathbf{j} + y\mathbf{k}$.

b) Waarom is het vectorveld **F** niet de gradiënt van een functie?

Opgave 8 (11)
Bereken $\int_U xz\,dxdydz$, waarbij U het gebied in $\mathbb{R}^3$ is beschreven door $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y^2 \leq 2$, $0 \leq z \leq 1$.

Opgave 9 (12)
Wat is de lengte van de grafiek van $h : [0, 1] \to \mathbb{R}$, $h(x) = x^{3/2}$?
Wat is de gemiddelde waarde van x langs deze grafiek?

Opgave 10 (11)
Bereken de lijnintegraal van het vectorveld $\mathbf{F}(x, y) = y\mathbf{i} - x\mathbf{j}$ langs de kromme beschreven door het pad $\mathbf{c}(t) = (t, t^2)$, $0 \leq t \leq 1$.

Voor Inf1b bestaat een reparatieregeling; zie www onder toetsing → regelingen.