

Infinitesimaalrekening

Tweede deelttoets 30 januari 2006, 15.00 – 18.00 uur

- Maak de opgaven op het uitgereikte papier.
- Vul op elk blad dat u inlevert uw naam en uw studentnummer in.
- Zet op het eerste blad de naam van uw werkcollegebegeleider.

Nummers van werkcollegegroepen en namen van werkcollegebegeleiders:

- 1 (MIN 012) Tammo Jan Dijkema,
- 2 (MIN 016) Vincent van der Noort,
- 3 (MIN 018) Taoufik Bakri (Surya in sept),
- 4 (MIN 021) Oliver Lorscheid,
- 5 (MIN 023) Hil Meijer,
- 6 (BBL 108) Joost Rommes,
- 7 (BBL 165) Alex Boer,
- 8 (BBL 166A) Charlene Kalle.

- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe u aan dat antwoord komt.
- Bij elk onderdeel staat aangegeven hoeveel punten u ermee kunt behalen.
- Op dit tentamen mogen geen grafische of symbolische rekenapparaten gebruikt worden. Een gewoon rekenapparaat is wel toegestaan. Ook het raadplegen van boeken, dictaten of eigen aantekeningen is niet toegestaan.
- Veel succes!

Opgave 1 (8 punten)

Bereken $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$ als hij bestaat, toon anders aan dat hij niet bestaat.

Opgave 2 (11 punten)

- i) Geef alle oplossing van de differentiaalvergelijking $f''(x) - f'(x) - 2f(x) = 2x$.
- ii) Bepaal de oplossing die voldoet aan $f(0) = 2$ en $f'(0) = \frac{5}{2}$.

Opgave 3 (7 punten)

Bepaal de lengte van de kromme in $\mathbb{R}^3$ die geparametriseerd wordt door

$$\mathbf{c}(t) = (2 \cos t, t, 2 \sin t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Opgave 4 (9 punten)

Laat S het oppervlak zijn dat gegeven wordt door $x^2 + 3y^2 + z^4 = 5$. Bepaal de vergelijking van het raakvlak aan S in het punt $(1, -1, 1)$.

Opgave 5 (6 punten)

Bepaal de rotatie van het vectorveld $xy\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j} + (x^2 - y^2)\mathbf{k}$.

Opgave 6 (9 punten)

Geef een potentiaal van het volgende vectorveld, of beredeneer dat dit vectorveld geen potentiaal heeft:

$$(z + y \cos(xy))\mathbf{i} + x \cos(xy)\mathbf{j} + (x + e^z)\mathbf{k}.$$

Opgave 7 (13 punten)

Bepaal alle lokale maxima en minima in $\mathbb{R}^2$ van de functie

$$f(x, y) = 3x^2 + 2xy + 2x + y^2 + y + 4.$$

Opgave 8 (11 punten)

Bereken de gemiddelde waarde van de functie $g(x, y) = (x^2 + y^2)x$ over het gebied in $\mathbb{R}^2$ dat gegeven wordt door $0 \leq x \leq y \leq 2$.

Opgave 9 (11 punten)

Bereken voor de cylinder C gegeven door $x^2 + y^2 \leq 4$, $0 \leq z \leq 3$ de integraal:

$$\iiint_C e^{x^2+y^2} dV,$$

Opgave 10 (15 punten)

Bereken het zwaartepunt van de kubus K gegeven door $0 \leq x, y, z \leq 2$, met massaverdeling $\rho(x, y, z) = x + y + z$.