

Infinitesimaalrekening

Hertentamen 20 maart 2006, 14.00 – 17.00 uur

- Maak de opgaven op het uitgereikte papier.
- Vul op elk blad dat u inlevert uw naam en uw studentnummer in.
- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe u aan dat antwoord komt.
- Bij elk onderdeel staat aangegeven hoeveel punten u ermee kunt behalen.
- Op dit tentamen mogen geen grafische of symbolische rekenapparaten gebruikt worden. Een gewoon rekenapparaat is wel toegestaan. Ook het raadplegen van boeken, dictaten of eigen aantekeningen is niet toegestaan.
- Veel succes!

Opgave 1 (7 punten)

Bereken indien mogelijk $\lim_{x \rightarrow 0} x \log |x|$, toon anders aan dat deze limiet niet bestaat.

Opgave 2 (9 punten)

Bepaal de tweede-orde Taylorbenadering van $\cos x$ in het steunpunt $\frac{\pi}{2}$.

Opgave 3 (9 punten)

Bereken een primitieve van $e^{2x} \sin x$.

Opgave 4 (9 punten)

Bepaal alle differentieerbare functies $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die voldoen aan $f''(x) - 2f(x) = x + 1$.

Opgave 5 (8 punten)

Geef een potentiaal van het volgende vectorveld, of beredeneer dat dit vectorveld geen potentiaal heeft:

$$(x + \cos(xy))\mathbf{i} + \left(\frac{x}{y} \cos(xy) - \frac{1}{y^2} \sin(xy)\right)\mathbf{j} + \mathbf{k}.$$

Opgave 6 (7 punten)

Beschrijf de halve bol $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ met $x \geq 0$ in bolcoördinaten.

Opgave 7 (9 punten)

Laat c het stuk van de parabool $y = x^2$, $z = 0$ zijn waarvoor de x -waarde beperkt wordt door $-1 \leq x \leq 2$. Bereken de lijnintegraal:

$$\int_c \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

voor het vectorveld $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$.

Opgave 8 (9 punten)

Laat S het oppervlak zijn dat gegeven wordt door $x^3 + 3y^3 + z^3 = 5$. Bepaal de vergelijking van het raakvlak aan S in het punt $(1, 1, 1)$.

Opgave 9 (9 punten)

Bepaal alle complexe oplossingen van $x^9 - x = 0$. Schrijf deze in de vorm $a + bi$ met $a, b \in \mathbb{R}$. Toon zo aan dat 0 , 1 , -1 de enige reële oplossingen zijn.

Opgave 10 (13 punten)

Bepaal alle lokale maxima en minima in $\mathbb{R}^2$ van de functie

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1.$$

Opgave 11 (11 punten)

Bereken voor de cylinder C gegeven door $x^2 + y^2 \leq 4$, $-1 \leq z \leq 1$ de integraal:

$$\iiint_C \sin \sqrt{x^2 + y^2} dV,$$