Dikaiologische Verkenningen

F.A. Muller

Jeanne Peijnenburg laat zien dat een langlopend debat tussen C.I. Lewis en H. Reichenbach, met een bijrol voor B.A.W. Russell, beslecht kan worden door te gaan rekenen. Leibnizeske gedachte: als er een verschil van mening is, dan heeft iemand een rekenfout gemaakt. In onderhavig geval is niemand ooit begonnen met rekenen. In het licht van het feit dat de paraderende denkers de mond vol hebben van *waarschijnlijkheid*, maakt de optocht van Lewis, Reichenbach en Russell onbedoeld een komische indruk: Lewis vergeet een term in de fomule voor de totale waarschijnlijkheid (3), Reichenbach roept en rekent niet, en Russell debiteert wat over het niet bestaan van limieten zonder enig bewijs. Tjonge jonge.

Valt er benevens meewarig te glimlachen, ook nog iets boeiends te beweren hier?

We gaan een gezellige poging ondernemen, door iets te beweren over de *transitiviteit* van de rechtvaardigingsrelatie, meer *met* dan *tegen* het brandpuntartikel van Peijnenburg.

Zij $\mathcal{K}_S$ een verzameling beweringen waarvan subject S (expliciet of impliciet) denkt dat ze waar zijn. We noemen $\mathcal{K}_S$ de *kennis van S* desda (dan en slechts dan als) voor iedere $p \in \mathcal{K}_S$: S weet dat p, afgekort door: $\mathrm{Kn}(S, p)$ ('Kn' van het Engelse *knowledge*). Dan voldoet $\mathcal{K}_S$ meteen aan een aantal aannemelijke voorwaarden, zoals dat indien $p \in \mathcal{K}_S$, dan $\neg p \notin \mathcal{K}_S$, en dat $\perp \notin \mathcal{K}_S$. Noem dit een *elementistische* karakerisering van $\mathcal{K}_S$, omdat we uitgaan van de elementen van $\mathcal{K}_S$: beweringen die voldoen aan *S weet dat p*. Een *holistische* karakterisering van kennis is eerst $\mathcal{K}_S$ als kennis aanmerken, en vervolgens definiëren dat *S weet dat p* desda $p \in \mathcal{K}_S$. Handzaam samengevat in symbolen (links het *definiendum*, rechts het *definiens*):

$$\begin{array}{llll} \textit{Elementisme:} & \mathrm{Kennis}(\mathcal{K}_S) & \text{desda} & \forall p \in \mathcal{K}_S : \mathrm{Kn}(S, p)\ . \\ \textit{Holisme:} & \mathrm{Kn}(S, p) & \text{desda} & \exists\, \mathcal{K}_S :\ \mathrm{Kennis}(\mathcal{K}_S) \wedge p \in \mathcal{K}_S\ . \end{array} \tag{1}$$

Noem een rechtvaardiging voor een bewering *propositioneel* desda die rechtvaardiging een propositie is. Evenals Peijnenburg zullen we ons beperken tot propositionele rechtvaardiging, ofschoon de belangrijke rechtvaardiging door *waarneming* dan buiten de boot valt.

Rechtvaardiging, of *onderbouwing*, gaat terug tot de barensweeën van de wijsbegeerte, in het bijzonder het vermaarde Trilemma van Agrippa. Aristoteles maakte de goede keus: ten einde zowel cirkulariteit als oneindige regressie af te wenden, zullen we ware beweringen moeten vinden die geen propositionele rechtvaardiging behoeven. Noem Aristoteles en zijn volgers *Gronders* (Jeanne Peijnenburg: Fundamentisten). Meer recent is een mogelijkheid gevonden die aan de aandacht van Agrippa is ontsnapt en langs de cirkulariteitsoptie scheert: een bewering is kennis desda zij *samenhangt met* een reeds aanwezige verzameling kennisbeweringen $\mathcal{K}_S$. De kennisbeweringen in $\mathcal{K}_S$ ondersteunen elkaar, gelijk een kring mensen die op elkaars schoot zitten. Aanhangers van deze visie noemen we *Samenhangers*.

In de hedendaagse Kenleer woedt een debat tussen Gronders en Samenhangers, gelijk Peijnenburg rapporteert. Gronders zijn elementisten en Samenhangers zijn holisten. Lewis (Gronder) en Reichenbach (Samenhanger) namen beiden afscheid van de idee dat kennis *zeker* moet wezen, en vervingen deze door de idee dat kennis ook *waarschijnlijk* kan zijn. Ze verschilden van mening of een rij waarschijnlijke kennisbeweringen ($n \in \mathbb{N}^+$):

$$p_n \;\multimap\; p_{n-1} \;\multimap\; p_{n-2} \;\multimap\; \cdots\cdots \;\multimap\; p_0\ , \tag{2}$$

waarin iedere bewering de rechterbuur rechtvaardigt ($\multimap$ is de rechtvaardigingsrelatie), altoos moet beginnen bij zekere kennis (Lewis) of niet (Reichenbach). In termen van de Kansleer: grondbewering p_n moet volgens Lewis waarschijnlijkheid 1 hebben. De Gronder Lewis heeft ongelijk en de Samenhanger Reichenbach heeft gelijk, concludeert Peijnenburg monter.

Peijnenburg geraakt tot haar conclusie binnen het raamwerk van de Bayesiaanse Kenleer, door aan de hand van de Wet van Totale Waarschijnlijkheid ($k \in \{0, 1, \ldots, n - 1\}$):

$$\Pr(p_k) \;=\; \Pr(p_k|p_{k+1})\Pr(p_{k+1}) \;+\; \Pr(p_k|\neg p_{k+1})\Pr(\neg p_{k+1})\ , \tag{3}$$

te laten zien dat $\Pr(p_0)$ kan dalen in een geval waarin we beginnen met grond $\Pr(p_n) = 0.87$, en kan stijgen in een geval waarin $\Pr(p_n) = 0.50$; in beide gevallen bestaat de limiet voor $n \to \infty$ en is groter dan 0 (*pace* Russell). Om een limiet te bereiken, door daling of stijging, is het niet nodig dat men moet beginnen met $\Pr(p_n) = 1$ (*pace* Lewis), hetgeen Peijnenburg illustreert met enkele rekenvoorbeelden. De voorbeelden laten ook zien dat de invloed van $\Pr(p_n)$ op $\Pr(p_0)$ afneemt naarmate n groter is: de grond wijkt. Met deze wijkende gronden (Peijnenburg: *fading foundations*) is het ook mogelijk te laten zien hoe rechtvaardiging ontstaat in $\mathcal{K}_S$, te weten via ketens van conditionaliseringen (3).

Een minimaal Bayesiaans criterium voor rechtvaardiging is waarschijnlijker maken: bewering r rechtvaardigt p desda *p waarschijnlijker is gegeven r dan gegeven* $\neg r$ (we vervangen '$r \multimap p$' door: $R(r, p)$):

$$R(r, p) \;\text{ desda }\; \Pr(p|r) > \Pr(p|\neg r)\ . \tag{4}$$

(De subject-afhankelijkheid van de kansmaat Pr, en daardoor van R, is in deze notatie impliciet gelaten; bedenk dat R nu een triadisch predikaat is geworden: $R(S, r, p)$.) Een probleem voor Gronders is dat rechtvaardiging dan niet transitief is: als r bewering p rechtvaardigt, en p op zijn beurt q rechtvaardigt, dan hoeft r niet ook q te rechtvaardigen. Dit is in te zien door een rechthoek met een Venn-diagram erin te tekenen (twee overlappende schijven voor p en q, en een rechte lijn om de rechthoek te verdelen in r en $\neg r$), zodanig dat $\Pr(p|r) > \Pr(p|\neg r)$ en $\Pr(q|p) > \Pr(q|\neg p)$, terwijl $\Pr(q|r) < \Pr(q|\neg r)$ (oefening).

De rechtvaardigingsrelatie geeft de rechtvaardiging in een linear rijtje als (2) door aan de buurvrouw en lijkt daardoor transitief. Gronders willen dat de grond-proposities rechtvaardiging doorgeven aan andere proposities, wellicht aan diverse proposities, zodat een transitieve boom-structuur ontstaat, met de grond-proposities als de wortels en een takkenwoud van gerechtvaardigde proposities. $\mathcal{K}_S$ als de boom der kennis van S. Het probabilitische rechtvaardigingscriterium (9) is evenwel onverenigbaar met de transitiviteit van R. Voor Samenhangers is het niet-transititieve karakter geen probleem, aangezien er geen reden is waarom $\mathcal{K}_S$ een transitieve structuur zou moeten hebben.

Derhalve past het probabilistische rechtvaardigingscriterium (4) de Samenhangers beter dan de Gronders. Goed nieuws voor Reichenbach en meer slecht nieuws voor Lewis.

Samenhangers worstelen echter met hun idee dat $\mathcal{K}_S$ *coherent* moet zijn. Hartman en Bovens (2003) hebben ooit gepoogd om coherentie binnen het Bayesiaanse raamwerk te pakken. Meijs en Douven (2005) hebben laten zien dat coherentie ze door de vingers glipt. Er valt echter wel iets te zeggen over transitiviteit bij Samenhangers zonder een beroep te doen op waarschijnlijkheid.

Voor de sullige Samenhanger gaat iedere coherente verzameling beweringen voor S door voor *kennis*:

$$\text{Kennis}(\mathcal{K}_S) \;\text{ desda }\; \text{Coh}(\mathcal{K}_S)\ . \tag{5}$$

Misschien is het enige waar overeenstemming over bestaat onder Samenhangers dat consistentie een nodige doch geen voorwaarde is voor coherentie:

$$\text{Coh}(\mathcal{K}_S) \longrightarrow \text{Cons}(\mathcal{K}_S)\ . \tag{6}$$

Geen voldoende voorwaarde, anders zouden vanwege (6) consistentie en coherentie extensioneel samenvallen, en zouden sprookjes tot kennis promoveren. Dit roept de priemende vraag op welke voorwaarde (X) toe te voegen aan consistentie opdat coherentie wordt bereikt, in welk geval we dan over het volgende criterium voor coherentie zouden beschikken:

$$\mathrm{Coh}(\mathcal{K}_S) \;\; \text{desda} \;\; \mathrm{Cons}(\mathcal{K}_S) \;\wedge\; X(\mathcal{K}_S)\ . \tag{7}$$

De jacht op voorwaarde X is nog in volle gang.

Rechtvaardiging van bewering p is relatief ten opzichte van de kennis $\mathcal{K}_S$ waarover S reeds beschikt. Dan rechtvaardigt $\mathcal{K}_S$ bewering p, afgekort door $R(\mathcal{K}_S, p)$, desda toevoeging van p de coherentie van $\mathcal{K}_S$ onverlet laat:

$$R(\mathcal{K}_S, p) \;\; \text{desda} \;\; \mathrm{Coh}(\mathcal{K}_S) \longrightarrow \mathrm{Coh}(\mathcal{K}_S \cup \{p\})\ . \tag{8}$$

Dit breidt men eenvoudig uit naar verzamelingen beweringen $\mathcal{P}$:

$$R(\mathcal{K}_S, \mathcal{P}) \;\; \text{desda} \;\; \mathrm{Coh}(\mathcal{K}_S) \longrightarrow \mathrm{Coh}(\mathcal{K}_S \cup \mathcal{P})\ . \tag{9}$$

RechtvaardigingsRelatie R is *transitief* desda:

$$\big(R(\mathcal{K}_S, \mathcal{P}) \;\wedge\; R(\mathcal{P}, \mathcal{Q})\big) \longrightarrow R(\mathcal{K}_S, \mathcal{Q})\ . \tag{10}$$

Voor kennisverzamelingen $\mathcal{K}_S$, die voor Samenhangers altijd coherent zijn (5), volgt de transitiviteit (10) *niet* uit criterium (4), in harmonie met de conclusie die we bereikten op basis van het quantitatieve rechtvaardigingscriterium (9). Echter, bedenk wel dat zolang X in (7) onbekend is, we niet beschikken over een qualitatief rechtvaardigingscriterium.

Een Carnapiaanse explicatie van $R(r, p)$ is lastig gebleken, voor zowel Gronders als Samenhangers. Welnu, als je een begrip niet reductief kunt analyseren, dan kun je het trachten axiomatisch te analyseren. Op naar een *Dikaiologika* (RechtvaardigingsLogika).

Kandidaten genoeg voor axioma's van een Dikaiologika, bijvoorbeeld het volgende gedrag t.a.v. conjuncties: als r bewering p rechtvaardigt en ook q rechtvaardigt, dan zeker de conjunctie $p \wedge q$:

$$\big(R(r, p) \;\wedge\; R(r, q)\big) \;\longrightarrow\; R(r,\; p \wedge q)\ . \tag{11}$$

Als r bewering p rechtvaardigt, dan niet ook $\neg p$:

$$R(r, p) \;\;\longrightarrow\;\; \neg R(r, \neg p)\ . \tag{12}$$

Uit (11) en (12) volgt dat geen enkele bewering r een tegenspraak $p \wedge \neg p$ rechtvaardigt. Onze eerste bewezen dikaiologische stelling. Jippie.

Een bewering rechtvaardigt nooit zichzelf, dus R is irreflexief: $\neg R(p, p)$. Behalve wanneer de bewering een tautologie is (*salute* Wittgenstein), en ook alleen maar dan:

$$(\vdash p) \;\;\longleftrightarrow\;\; R(p, p)\ . \tag{13}$$

Nauwkeuriger uitgedrukt: de junctor-structuur van p rechtvaardigt p, zoals in $q \longrightarrow q$ en $q \vee \neg q$. Contradicties rechtvaardigen niets, nul, nada, niemandal; voor iedere r:

$$(\vdash \neg p) \quad \longleftrightarrow \quad \neg R(p,r) \ . \tag{14}$$

Bewering p deductief afleiden uit r telt zeker als een rechtvaardiging:

$$(r \vdash p) \quad \longrightarrow \quad R(r,p) \ . \tag{15}$$

Willen we dat indien r een rechtvaardiging is voor p, dan ook voor alle beweringen logisch equivalent met p?

$$\big(R(r,p) \wedge \ \vdash (p \longleftrightarrow p')\big) \longrightarrow \ R(r,p') \ . \tag{16}$$

Hier dreigt de Raven-Paradox van Hempel (1945) op te treden (bevestiging is immers een vorm van rechtvaardiging). Ten einde deze paradox af te wenden, zullen we (16) niet mogen toelaten in onze Dikaiologika, de ogenschijnlijke aannemelijkheid niettegenstaande.

Op basis van (11)–(15) is de transitiviteit van rechtvaardiging:

$$\big(R(r,p) \wedge R(p,q)\big) \longrightarrow R(r,q) \ , \tag{17}$$

niet te bewijzen, omdat we niet over (16) *willen* beschikken. Zouden we over de transitiviteit van rechtvaardiging (17) beschikken, dan is in combinatie met (15) en de Deductie-Stelling, (16) terstond af te leiden. Aangezien (16) tot de Raven-Paradox leidt, en (15) of de Deductie-Stelling verwerpen bizar is, hebben we opnieuw een argument om transitiviteit juist te verwerpen, ook in deze eerste aanzet tot een Dikaiologika. De gesuggereerde lijn-ordening in (2) gaat de transitiviteit achterna, richting Uitgang.

Ooit begon J. Hintikka (1962) geestdriftig met doxastische en epistemische logika: axiomatiseringen van de dyadische predikaten $B(S,p)$ — S denkt dat p waar is — respectievelijk $\mathrm{Kn}(S,p)$. Oneerbiedig uitgedrukt zijn de axioma's van Hintikka, en ook de kandidaten voor de axioma's van de Dikaiologika hierboven, platitudes. Onverwachte stellingen zijn hier nooit bewezen en zullen ook niet bewezen worden. Uit platitudes kan men uitsluitend platitudes deduceren. Niettemin kunnen dergelijke systemen hun waarde bewijzen in het expliciet maken van de onderstellingen en regels waaraan het gebruik van deze predikaten gehoorzaamt, en en om scherp krijgen waar ze van elkaar *verschillen*. Wijsgerichte vergezichten zullen met deze bescheiden filosofische arbeid niet opdoemen.

Onze voorlopige conclusie luidt dat de Dikailogika weinig hoop biedt voor de elementistische Gronders, die de rechtvaardigingsrelatie transitief willen houden in hun boom der kennis, terwijl er voor de holistische Samenhangers hoop gloort, omdat ten minste zowel het probabilistische rechtvaardigingscriterium (9) als onze eerste Dikaiologische verkenningen transitiviteit *niet* schragen.

We besluiten met de opmerking dat in het niet-transitieve (!) *Quineaanse kennis-web* $\mathcal{K}_S$ niet louter coherentie regeert, hetgeen Quine geen volbloed Samenhanger maakt: krabben aan de uiteinden van onze zintuigzenuwen prikt het web vast op de werkelijkheid. Deze prikpunten ondersteunen het web niet deductief, hetgeen Quine evenmin een volbloed Gronder maakt. De prikpunten leggen het web niet vast — dat is de OnderbepalingsThese van Quine. Er zijn zeeën van ruimte om te spinnen met de verbeelding. Quine was een *Prikker*. De Prikkers hebben de toekomst. De verbeelding aan de macht!

Bibliografie

Hartmann, S., Bovens, L. (2003), *Bayesian Epistemology*, Oxford: Oxford University Press.

Hintikka, J. (1962), *Knowledge and Belief — An Introduction to the Logic of the Two Notions*, Ithaka, New York: Cornell University Press.

Meijs, W., Douven, I. (2005), Bovens and Hartmann on Coherence, *Mind* **114**, 355–363.

Hempel, C.G. (1945), Studies in the Logic of Confirmation, *Mind* **45**, 1–26, 97–121.

Peijnenburg, J. (2015), Transmissie, Emergentie en Wijkende Gronden, *Algemeen Nederlands Tijdschrift voor Wijsbegeerte*, dit nummer.

Over de auteur

Theoretische Fysika en Wijsbegeerte gestudeerd te Amsterdam, met bijvakken Wiskunde, Latijn en Wetenschapsgeschiedenis (1983–1990); promotie en post-doc te Utrecht (1991–2004); sinds 2005 werkzaam te Rotterdam, sinds 2013 als hoogleraar (Faculteit Wijsbegeerte, Erasmus Universiteit).