

Hoofdstuk V(2) Stersystemen

V.5. Statistiek en grote aantallen objekten

Zoals zo vaak in de fysika stuit men ook in de astronomie op het probleem van de grote aantallen. Net zo min als het mogelijk is om alle deeltjes in een gas individueel te gaan beschrijven (nog afgezien van de vraag of het zinvol is), kun je ook in stersystemen niet de afzonderlijke sterren gaan bekijken. (De wiskunde is opmerkelijk identiek voor bijv. plasma's en voor stersystemen!). Er moet dus gezocht worden naar andere methoden, die het gedrag van zo'n systeem in het algemeen beschrijven; en het is dus zaak om uit de (bekende) wetten waaraan de sterren afzonderlijk voldoen, wetten af te leiden voor het gedrag van het systeem, en omgekeerd om uit waarnemingen aan het systeem iets af te leiden over de eigenschappen van de afzonderlijke componenten, en de wetten waaraan die voldoen. Voorbeelden: (tussen haakjes de aantallen objekten waar het om gaat).

- planetensystemen ($10 \sim$ veel) - bolvormige sterhopen ($10^4 - 10^7$)
- meervoudige stersystemen (~ 10) - melkwegstelsel en de verdeling daarbinnen ($\sim 10^{11}$)
- associaties ($10^2 - 10^3$) - lokale groep en groepen sterstelsels ($10 - 20?$)
- open sterhopen ($\lesssim 10^2$) - de sterstelsels in het heelal (?)

De natuurkunde is ogenschijnlijk eenvoudig: onderlinge gravitatiewisselwerking, eventueel met uitzondering van extra invloeden van magneetvelden of wrijvingswisselwerking met gaswolken e.d. Niettemin nog lang niet opgelost. Twee-lichamen-probleem is exakt oplosbaar, het drie-lichamen-probleem in principe ook, maar het vier-lichamen-probleem is onderwerp van studie. Met rekentuig heeft men tot ongeveer 10^3 deeltjes berekeningen uitgevoerd.

V.5.1. Vergelijkingen en het viriaaltheorema

Waarom moeten n deeltjes voldoen? (Zie V. p. 10 e.v.).
 $3n$, 2e orde differentiaalvergelijkingen van de vorm

$$m_i \ddot{x}_i = - \sum_{k=1}^n G m_i m_k \frac{x_i - x_k}{r_{i,k}^3}$$

(m_i = massa van deeltje i , x_i = x-koördinaat van deeltje i ,
 $r_{i,k}$ = afstand tussen deeltje i en deeltje k , G = gravitatiekonstante).

6n integraties leveren 6n integratieconstanten op, die we zouden kunnen bepalen wanneer we bijvoorbeeld van alle deeltjes op één moment zowel plaats als snelheid wisten. In de praktijk is dat nooit het geval. Wel kunnen we 10 extra vergelijkingen opschrijven die gelden voor een afgesloten systeem:

1. het zwaartepunt beweegt eenparig: men kan dan het gedrag beschrijven door alleen de bewegingen van de deeltjes t.o.v. het zwaartepunt te nemen. (In het zonnestelsel is dit in de praktijk: t.o.v. de zon.) (5 vergelijkingen).
2. het impulsmoment blijft behouden (3 vergelijkingen). Een algemene rotatiezin van het systeem kan dus niet eensklaps wijzigen door de onderlinge wisselwerking van de deeltjes.
3. de totale energie blijft behouden:

$$E_{\text{totaal}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i \dot{r}_i^2 - G \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{m_i m_k}{r_{i,k}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \\ = \text{konstant}$$

Opmerking 1. Is $E_{\text{tot}} < 0$, dus $E_{\text{kin}} < -E_{\text{pot}}$ dan is er onvoldoende kinetische energie om alle deeltjes van het systeem uit elkaar te brengen, dus heerst er een min of meer stabiele toestand (eventueel kunnen er wat afzonderlijke deeltjes ontsnappen!). Zo'n situatie doet zich waarschijnlijk voor in een bolvormige sterhoop, die langzaam verdampt (zie onder).

$E_{\text{kin}} > -E_{\text{pot}}$, het systeem heeft voldoende energie om volledig te expanderen, en dit is een duidelijk instabiele toestand.

Opmerking 2. Hoewel dus een aantal algemene opmerkingen gemaakt kan worden is geen behoorlijke voorspelling van het gedrag van het systeem mogelijk.

Nogmaals het viriaaltheorema

"Wanneer een systeem van n deeltjes volkomen geïsoleerd is én binnen een bepaald volume blijft, dan geldt op de lange duur:

$$E_{\text{kin}} = -\frac{1}{2} E_{\text{pot}}."$$

Opm.: er is geen ontsnappen toegestaan, dus $E_{\text{tot}} < 0$, en liefst zo klein mogelijk.

Bewijs:

$$2E_{\text{kin}} = 2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i \cdot \vec{v}_i = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i \cdot \vec{v}_i = \\ = \frac{d}{dt} \left(\sum_{i=1}^n \vec{p}_i \cdot \vec{r}_i \right) - \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \cdot \dot{\vec{p}}_i$$

Nu nemen we het gemiddelde over een lange tijd:

$$\begin{aligned} \overline{2E_{\text{kin}}} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i \cdot \vec{r}_i dt - \sum_{i=1}^n \overline{\vec{r}_i \cdot \dot{\vec{p}}_i} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i(T) \cdot \vec{r}_i(T) - \sum_{i=1}^n \vec{p}_i(0) \cdot \vec{r}_i(0)}{T} - \sum_{i=1}^n \overline{\vec{r}_i \cdot \dot{\vec{p}}_i} \end{aligned}$$

maar omdat het geheel binnen een beperkte ruimte blijft zijn die $\vec{p}_i \cdot \vec{r}_i$ beperkt, en gaat de limiet naar 0, dus

$$\overline{2E_{\text{kin}}} + \sum_{i=1}^n \overline{\vec{r}_i \cdot \dot{\vec{p}}_i} = 0 \quad \text{en} \quad \dot{\vec{p}}_i \text{ is de op deeltje } i \text{ uitgeoefende}$$

kracht, dus $\dot{\vec{p}}_i = - \frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} E_{\text{pot}}$. De gravitationele potentiële energie gaat steeds als $\frac{1}{r_i}$, dus $\sum_{i=1}^n \overline{\vec{r}_i \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} E_{\text{pot}}} = - \overline{E_{\text{pot}}}$, zodat $\overline{2E_{\text{kin}}} = - \frac{1}{2} \overline{E_{\text{pot}}}$, en dus $E_{\text{tot}} = - \overline{E_{\text{kin}}} = \frac{1}{2} \overline{E_{\text{pot}}}$.

Opmerking 1. Het viriaal theorema wordt vooral gebruikt om schattingen van massa's te maken: meet de snelheden van n deeltjes, en veronderstel even dat ze allemaal dezelfde

$$\begin{aligned} \text{massa } m \text{ hebben, dan is } \overline{2E_{\text{kin}}} &= 2 \cdot \frac{1}{2} m \cdot \sum_{i=1}^n v_i^2 = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n G \frac{m^2}{r_{ik}} \quad \text{of wel:} \end{aligned}$$

$$M = n \cdot m = \frac{\frac{1}{2} n \sum_{i=1}^n v_i^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{G}{r_{ik}}}$$

Wanneer de karakteristieke onderlinge afstand bij voorbeeld r is, dan is de som in de noemer gelijk aan $n(n-1) \frac{G}{r}$, en dus bij grote n en gemiddelde snelheid v^2

$$M \approx \frac{2r v^2}{G}$$

Toepassing op bijv. bolvormige sterhopen levert een goed resultaat vergeleken met andere massabepalingen. Toepassing op groepen sterstelsels levert een zeer grote massa M op. (Komen we later op terug!)

Opmerking 2. Bij het gebruik van het viriaal theorema moet men r kunnen bepalen in absolute maat (in hoekmaat is niet voldoende), dus moet de afstand bekend zijn.

Opmerking 3. V.T. alleen toepasbaar, wanneer zeker is dat $E_{\text{tot}} < 0$. Dit is in de sterrekunde zelden of nooit na te gaan.

Opmerking 4. V.T. alleen toepasbaar, wanneer zeker is dat het systeem zeer lange tijd binnen één bepaald volume begrensd is, en bijv. niet aan het uitdijen dan wel inkrimpen is. Ook dit is vrijwel nooit met zekerheid te zeggen. Omgekeerd zegt men wel: is de uit het V.T. bepaalde massa te groot, vgl. met andere bepalingen, dan is het waarschijnlijk dat het systeem maar een korte levensduur heeft. Het kan ook zijn dat er veel "onzichtbare" massa in het systeem zit.

V.5.2. Beschrijving van een n-deeltjes systeem; evenwicht.

Bij n deeltjes is de toestand volledig bepaald door $7n$ parameters, $3n$ voor de plaats, en $3n$ voor de snelheid, en de massa van elk deeltje. Een beschrijving in de tijd voegt daar nog de parameter t aan toe. Aangezien we niet geïnteresseerd zijn in elk deeltje afzonderlijk, is het voldoende om te weten hoeveel deeltjes van soort (of massa) M zich bevinden in het volume-element $d^3\vec{r}$ bij \vec{r} met snelheden in het "volume-element" $d^3\vec{v}$ bij snelheid \vec{v} , in de tijd tussen t en $t + dt$

$$f(M, \vec{r}, \vec{v}, t) d^3\vec{r} d^3\vec{v} dt .$$

Speelt alleen de gravitatie wisselwerking een rol, dan is de potentiaal van deeltje (ster) i :

$$U_i \equiv -G \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n m_k \frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_k|^{-1}}{|\vec{r}_i - \vec{r}_k|^3} = U_i(\vec{r}_i, \dots, \vec{r}_n)$$

Veronderstellen we nu dat verwisselen van twee sterren niet veel aan de som verandert, dan is U_i alleen een functie van r_i ; is verder de invloed van m_i op de totale configuratie gering, dan is U_i alleen een functie van \vec{r} , dus $U = U(\vec{r})$ (In werkelijkheid is dit niet exakt, en worden door deze procedure allerlei effecten t.g.v. lokale fluctuaties onderdrukt). De kracht op een deeltje wordt dan gegeven door

$$-m \nabla U = -m \frac{\partial}{\partial \vec{r}} U(\vec{r}) .$$

Beschouwen we nu het gedrag van f in de 6 dim. \vec{r}, \vec{v} -ruimte. Deze zal de vorm hebben van een wolk die door die faseruimte stroomt. Aangezien geen deeltjes verloren gaan geldt voor een met de stroom meebewegend volume, dat een veranderde dichtheid van deeltjes moet worden veroorzaakt door een expansie dan wel kompressie van dat volume. In formule:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}_G \cdot \vec{\nabla}_G f = 0$$

Hierin is $\vec{v}_G = (\vec{r}, \vec{v}) = (\vec{v}, \vec{a})$

$$\begin{aligned} \text{en } \vec{v}_G &= \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} + \frac{\partial}{\partial v_x} \hat{i}_v + \frac{\partial}{\partial v_y} \hat{j}_v + \frac{\partial}{\partial v_z} \hat{k}_v \\ &= \vec{v} + \vec{v}_v \end{aligned}$$

dus, met $\vec{a} = -\nabla U$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f - \nabla U \cdot \vec{v}_v f = 0 \quad (\text{de Vlasov vergelijking}).$$

Zou men echter botsingen toelaten, dan is het rechterlid niet 0, maar gelijk aan het verlies of de winst t.g.v. botsingen: $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{botsingen}}$.

Verder geldt de Poissonvergelijking:

$$\Delta U = 4\pi G \rho \quad (\rho = \text{massa/volume-eenheid})$$

met

$$\rho = \sum_M m(M) \iiint f(M, \vec{r}, \vec{v}, t) d^3v + \rho^*$$

ρ^* = massa in andere vorm dan in sterren, $m(M)$ = massa van een ster van soort M. Het is nu zaak de Vlasov- en de Poissonvergelijking simultaan op te lossen, en dat is erg moeilijk.

Meestal zijn we geïnteresseerd in evenwichtssituaties. Zij nu f_1 , zó, dat $\frac{\partial f_1}{\partial t} = 0$, dus f_1 verandert niet in de tijd, en f_1 voldoet aan de Vlasov- en de Poissonvergelijking. Er treedt dan geen uitwisseling van energie op tussen de deeltjes (f_1 is óók konstant in de \vec{v} -ruimte!) en er is alleen sprake van een evenwicht tussen de verdeling en de door de verdeling veroorzaakte gladde potentiaal.

Vb.: n deeltjes van massa m, op een cirkel met straal r, draaien allemaal in diezelfde cirkel rond met snelheid v, waarbij

$$\frac{mv^2}{r} = \text{kracht t.g.v. andere deeltjes}$$

(deze is radiëel gericht, waarom?)
(Deze deeltjes mogen ook tegen elkaar in lopen).

Deze situatie beschrijft een (vreemd) dynamisch evenwicht, dat erg instabiel is. Bij storingen zullen de deeltjes dus hun mooie baan verlaten, en krijg je wél energie-uitwisseling. De uiteindelijke toestand wordt dan statistisch evenwicht genoemd, m.a.w. de toestand van maximale entropie, toestand met de grootst mogelijke wanorde, de toestand waarvan je bij gegeven massa, totale

energie e.d. , het minste kunt zeggen over de plaats en de snelheid van één bepaald deeltje.

In statistisch evenwicht (dat bereikt wordt door wél botsingen toe te laten) is de verdelingsfunctie weer konstant, en veranderen de botsingen niets meer aan de verdelingsfunctie.

In een gas van atomen spelen de botsingen de grootste rol, en is er zelden sprake van dynamisch evenwicht. In een plasma (geïoniseerd gas) en bij sterren spelen de lange dracht krachten de grootste rol en kun je wél dynamische evenwichten verwachten. In het algemeen heeft het dus zin naar dynamische evenwichten te zoeken, wanneer $r_{\text{stelsel}} / \bar{v} \ll$ tijd tussen botsingen. In een gas wordt de (statistische) evenwichtsverdeling gegeven door: homogene verdeling in het vat, en een Maxwell-Boltzmann verdeling voor de snelheden:

$$f(\vec{v}) d\vec{v} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT}} d\vec{v}$$

waarbij T gegeven wordt door $E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} NkT$ (N = aantal deeltjes). In de sterrenkunde is het aantal botsingen gering, en kunnen we dus wél een dynamisch evenwicht, maar nog niet noodzakelijk een statistisch evenwicht verwachten. We moeten dan oplossen:

$$\vec{v} \cdot \nabla f - \nabla U \cdot \nabla_{\vec{v}} f = 0$$

en

$$\Delta U = 4\pi G\rho.$$

Uit het voorbeeld is duidelijk, dat je handige coördinaten moet kiezen; in het bijzonder: coördinaten waarbij je kunt verwachten dat ze een invariantie vertonen onder invloed van de potentiaal U, dus bijv. impulsmoment gebruiken, of totale energie.

Voor de planetoïden geldt bijv. dat hun baan volledig wordt bepaald (bij een gemiddelde U) door 6 baanelementen, die niet veranderen. Elke functie van die 6 elementen beschrijft dus een dynamisch evenwicht. Uit de waarnemingen blijkt dat alle planeten en planetoïden (maar bijvoorbeeld niet de kometen) in een vrij platte schijf gekoncentreerd zijn. Dit is beslist geen statistisch evenwicht, maar wel een dynamisch evenwicht. De vraag is dan waarom is er juist dit dynamisch evenwicht.

Op andere toepassingen komen we bij de behandeling van het melkwegstelsel terug.

V.5.3. Leeftijden van een stersysteem

De leeftijd van een sterhoop wordt bepaald door:

1. de tijd die nodig is tot nog maar de helft van de sterren zichtbaar is (bijv. doordat ze opgebrand zijn);
2. de tijd die nodig is om de helft van de leden als herkenbaar lid te laten verdwijnen (door diffusie!).

In het eerste geval kunnen we uit de spektraaltypen van de sterren een bovengrens voor de leeftijd afleiden.

In het tweede geval moeten we de snelheden bepalen en nagaan of er snelheden zijn die groter zijn dan de ontsnappingssnelheid uit de sterhoop. Is de sterhoop helemaal niet gravitationeel gebonden (bijv. associaties), dan ontsnappen alle sterren en wordt de leeftijd bepaald door: R/V , waarbij $R \sim$ afmeting van de sterhoop is en V de gemiddelde dispersie in de snelheid van de leden.

In een dynamische evenwichtsituatie is dit probleem erg moeilijk. Kunnen we aannemen dat er statisch evenwicht is, dan is de snelheidsverdeling ongeveer:

$$f(r, v) = \text{constante} \exp \left(- \frac{\frac{1}{2} m v^2 + \frac{GmM}{r}}{\bar{E}} \right) \quad \text{c.c.} \quad E/\bar{E}$$

waarbij m de massa van een ster, M de massa binnen een bol van straal r , en E de gemiddelde totale energie van een ster is. $E_k + E_p$

Je kunt uitrekenen, dat bij zo'n Maxwell verdeling (gebruik makend van het viriaal theorema!) het aantal deeltjes met een snelheid v groter dan de ontsnappingssnelheid v_∞ , ongeveer 0,74% is.

Stel dat deze ontwijken, dan gaat er een tijd overheen, voordat zich opnieuw een Maxwell verdeling heeft ingesteld. Die tijd heet de relaxatietijd T . *verstoring stat evenw -> bevind*

Tengevolge van *interact* botsingen van een ster met andere sterren (niet met de gladde potentiaal) treedt energie-uitwisseling op. Er is discussie over, of nu de verre sterren (waarvan er véél zijn) meer bijdragen tot deze uitwisseling dan de botsingen met één dichtbij staande ster. Nemen we aan, dat deze laatste botsingen effectiever zijn, dan is de energieverandering ΔE_i van de ster i evenredig met \sqrt{t} (t = tijd), en dus $\sum \Delta E_i^2 \sim t$. Een volledige redistributie zal plaatsvinden wanneer $\sum \Delta E_i^2 \sim E_i^2$.

Reken je nu de ΔE_i^2 uit voor één botsing, en middel dan over snelheden, richtingen en gebruik makend van het viriaal theorema, dan vind je

$$T = 8 \cdot 10^5 \left(\frac{nR^3}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{n(n-0.5)}} \text{ jaar, } R \text{ in pc, } m \text{ in } M_\odot,$$

met n = aantal sterren in de hoop , R = straal van de hoop ,
 m = massa van een ster , G = gravitatiekonstante.

Wordt R groter, dat wordt T groter, idem voor n .

Voor een typische bolvormige sterhoop: $T \sim 10^{10}$ jaar.

Per relaxatietijd T verdwijnt er 0,74 % van de sterren, dus de leeftijd van een sterhoop is $\sim 20 T$. (bijv.: in $42 T$ is 90 % van de sterren weg).

Men heeft ook numeriek een aantal modellen doorgerekend, daarbij bleek dat T vrij goed klopt, maar dat het aantal verdwijnende sterren wat meer is.

V.5.4. Sterhopen

Sinds mensenheugenis zijn er al groepen sterren bekend, waarvan men met het blote oog kan zien dat ze een samenhangende groep vormen: de Pleiaden. (Job 9 : 9). Galileo kon met zijn teleskoop Praesepe oplossen (> 40 sterren). Bolvormige sterhopen werden o.a. door Hevelius (~ 1650) e.a. ontdekt. Sterhopen zijn van het grootste belang voor de afstandsbepalingen in het heelal: de leden van zo'n groep staan allemaal ongeveer even ver weg en bij een afstandsbepaling kun je dus waarnemingen van de afzonderlijke leden gebruiken en die middelen.

Kriteria: (1 of meer van de volgende eisen)

1. het aantal/ pc^3 is groter dan in de omgeving
2. onderlinge aantrekking houdt hen samen
3. de leden zijn van dezelfde soort, maar hoewel aantal/ pc^3 groter is dan in de omgeving, is het kleiner dan van alle andere sterren in de omgeving en dus is de groep instabiel (associaties)
4. hebben sterk gemeenschappelijke eigenschappen, bijv. een correlatiebeweging.

Tabel:

	associaties	open hopen	bolvormige sterhopen
aanblik	onregelmatig	onregelmatig	cirkelsymmetrieën
sterren aantal/ koncentratie	weinig sterren: koncentratie van één stersoort	weinig sterren, losse samenhang	veel sterren, sterk gekoncentreerd
verdeling	spiraalarmen	galactisch vlak	halo
plaats in HRD	erg jong	populatie I	populatie II
diameter	100 pc	4 pc	60 pc

Tabel (vervolg):

	associaties	open hopen	bolvormige sterhopen
aantal sterren helderder dan OM	25	15	400
massa in M_{\odot}	2000?	1000?	10^6
ouderdom	4×10^6 j	50×10^6 j	10×10^9 j = 10^{10}
levensduur in j.	kort (10^6 j)	6×10^8 j $10^8 - 10^9$	10^{10} j
aantal bekende objekten	100	860	150
aantal in melkweg	~ 100 O-ass. ~ 1000 T-ass.	15.000 $10^6 - 10^7$ j	200 - 2000 10^{10} j

V.5.4.1 Associaties - (resp. O- en T-associaties)

Associaties zijn groepen sterren van een bepaalde spektrale soort, en waarvoor geldt dat aantal sterren / pc^3 > aantal sterren van die soort / pc^3 .

O-associaties: verzameling van O-sterren tot ongeveer type B2.

Veel, zo niet alle, O-sterren horen bij een associatie, soms moeilijk te zeggen doordat de concentratie erg gering is.

De verdeling van de O-associaties is volgens de spiraalarmen van de melkweg (komen we nog op terug).

Sommige associaties expanderen snel, zijn dus instabiel, en hun ouderdom is in de orde van ~ paar miljoen jaar. Het zijn zéér jonge sterren. *Van relax t open sprake (eigelijk)*

Vaak zijn jonge open sterhopen (z.o.) ingebed in zo'n associatie. Van veraf zie je dan alleen de associatie.

η en χ Perseï is te klassificeren als een oude associatie of een heel jonge sterhoop.

T-associaties: verzamelingen T-Tauristerren: onregelmatig veranderlijken van type G tot M, geassocieerd met stof en gaswolken.

Waarschijnlijk de plaats van stervorming: laatste kontraktiefase vóór de aankomst op de hoofdreeks. Dit zijn dus zéér jonge groepen.

Totaal aantal associaties in de melkweg wordt geschat op ~ 1000. Gemiddelde levensduur ~ $10 - 20 \cdot 10^6$ jaar. Deze levensduur wordt bepaald door de levensduur van de O- en B-sterren; deze zijn maar een paar miljoen jaar zichtbaar. Verder diffundeert de associatie betrekkelijk snel omdat de leden niet gravitationeel gebonden zijn.

Is er evenwicht, dan ontstaat dus elke 1000 jaar een nieuwe associatie. Vermoedelijk ontstaan alle sterren in associaties, die oplossen, waarna je een gelijkmatige verdeling van veldsterren overhoudt.

V.5.4.2 Open sterhopen - Voorbeelden: Pleiaden, Praesepe, Hyaden.

Open sterhopen zijn relatief los samenhangende groepen sterren, met < 50 (arm), $50 - 100$ (matig rijk), > 100 (rijk) leden. Ver weg liggende open sterhopen verdrinken in de voorgrondsterren.

Totaal aantal: $\sim 15.000?$ Sterke concentratie in het melkwegvlak. (fig. 1) Karakteriseer je een open sterhoop door de vroegste typen sterren, die er in voorkomen, dan blijken de jongste hopen (O B2) goede indicatoren voor de spiraalarmen te zijn.

De diameter is moeilijk vast te stellen, omdat het onduidelijk is waar de sterhoop overgaat in de veldsterren; waarschijnlijk zo'n $1 - 10$ pc .

Sterdichtheid in een open sterhoop erg verschillend: $\sim 0.25 - 80 / \text{pc}^3$ (in de buurt van de \odot : $\sim 0.15 / \text{pc}^3$).

Massa wordt bepaald uit het viriaal theorema.

Geldt er statistisch evenwicht?

Bij een gemiddelde massa van $20 M_{\odot} / \text{ster}$, $R \sim 42$ pc , en zo'n 50 sterren per hoop vinden we voor de relaxatietijd $\sim 10^7$ jaar .

(Zie V.5.3)

Uit het HR-diagram valt de ouderdom te bepalen, voor sommige jonge hopen is dit $\sim 10^6$ jaar (η en χ Per) , voor oudere hopen tot 10^9 jaar (NGC 752, M 67). Dus bij de oudere hopen kun je verwachten dat er statistisch evenwicht is, bij de jongere hopen niet. Op deze laatste mag het VT dus ook niet ongestraft worden toegepast, bij de oudere wel!

Voorbeeld: Pleiaden: $\sqrt{v^2} \sim 0.6$ km/s , $R \sim 2.5$ pc , dus $M \sim 400 M_{\odot}$ (zie V.5.1)

en de levensduur t.g.v. "verdampen" is ongeveer 2×10^9 jaar.

Voor de meeste hopen is de "verdampingstijd" $\sim 10^8 - 10^9$ jaar.

Er zijn dus erg weinig "oude" open sterhopen, hetgeen klopt met de waarnemingen.

Inhoud

1. Alle hoofdreekssterren van O tot M, maar in het HR diagram (zie figuur 2) zijn afhankelijk van de leeftijd, de bovenste sterren al opgebrand.
2. Soms T-Tauri sterren (zie V.5.4.1) in de jongste hopen.
3. Geen RR-Lyrae veranderlijke.
4. In jonge hopen veel neutraal waterstofgas, in oude niet.

niet out genoeg, wel Herzprung graf Fig 55 56

Opmerking:

- Open sterhopen ideaal voor spectraal onderzoek: mooi HR-diagram al m.b.v. visuele magnituden.
 - Afstandsbepaling m.b.v. HR-diagram. De verschuiving langs de vertikale as tot het "echte" HR-diagram levert meteen de afstandsmodulus: $m - M$: spektroskopische parallax .
 - Sommige zijn bewegingshopen, d.w.z. alleen uit hun gemeenschappelijke beweging is op te maken dat ze een groep vormen:
- Vb: UMa groep: over de hele hemel verdeeld: $D \sim 150$ pc , en ~ 120 leden.
- Hyaden zijn zowel open sterhoop als bewegingsgroep. (fig. 3)
Van groot belang voor de afstandsbepaling. (Zie onder)
- De afstandsbepaling uit $m - M$ bleek grotere waarden op te leveren dan de afstandsbepaling uit de schijnbare diameter, en wel systematisch bij grotere afstanden. Hieruit werd in de jaren 20 afgeleid dat er interstellair absorptie moest zijn.

V.5.4.3 Bolvormige sterhopen

Deze sterke concentraties van sterren zijn al eeuwen bekend en aan het einde van de vorige eeuw waren de meeste nú bekende bolvormige sterhopen al waargenomen. Totaal nu bekend: ~ 120 . Extrapolatie geeft ± 200 voor het hele melkwegstelsel (door interstellair absorptie zijn er veel niet zichtbaar). Ze zijn sterk gekoncentreerd naar het melkwegcentrum (fig. 4). Daarmee rekening houdend zijn er misschien wel 2000. (In M 87 (Virgo): ~ 1000).

Verdeling

Over de hele hemel te vinden; niet gekoncentreerd in het melkwegvlak, wel in de richting van het melkwegcentrum (hiermee is dit centrum bepaald! zie onder).

R (afstand tot het centrum):	0 - 2 kpc	0.08 / pc ³
	8 - 10 kpc	0.003 / pc ³
	22 - 30 kpc	0.00003 / pc ³

\rightarrow heber

Ze zijn tot een afstand van 100 kpc van het centrum bekend (diameter melkwegstelsel ~ 30 kpc) en lopen dus uit in de intergalaktische ruimte. Meestal vrijwel bolvormig, tot iets elliptisch.

Diameter: ~ 30 pc (van 16 - 150 pc, moeilijk te bepalen, waarom?).

Snelheid t.o.v. de zon: enkele 100 km/s; ze doen niet mee met de galactische rotatie, dus de zonsbaan wordt in de beweging van deze sterhopen weerspiegeld.

Inhoud

Spectraal type: A2 - G9 HR-diagram (zie fig. 5 en 6)

90% van het licht uit sterren met $L < +4^M$

90% van de massa in sterren met $L > +4^M$

In het HR-diagram: geen Hertzsprung gat

rode reuzen

RR-Lyrae gat

gering metaalgehalte (niet vuil!)

veel RR-Lyrae veranderlijken.

Typische populatie II objecten; "oude" sterhopen: alle zware sterren zijn al naar rechts in het HR-diagram gewandeld; er zijn geen of vrijwel geen sterren meer op de hoofdreeks. Uit het HR-diagram volgt een schatting van de ouderdom: $\pm 6 \times 10^9$ jaar. Het geringe metaalgehalte duidt ook op een ontstaan in het beginstadium van het melkwegstelsel, evenals het niet gekoncentreerd zijn in het melkwegstelsel.

Veranderlijke sterren

In de bolvormige sterhopen komen veel veranderlijke sterren voor. Hiervan zijn ~ 90% RR-Lyrae sterren, de andere zijn Cepheïden en langperiodieke of onregelmatige veranderlijken. In sommige bolvormige sterhopen veel RR-Lyrae sterren, in andere vrijwel geen tot geen. Deze veranderlijken zijn ideale afstandsindikatoren (zie onder).

Aantallen

Per hoop: $10^4 - 10^7$ sterren.

In het centrum van een bolvormige sterhoop: 50 sterren / pc^3 (500x omgeving zon). De helderheid van de hemel in het centrum van zo'n bolvormige sterhoop is 10^6 maal sterker dan in de buurt van de zon (~ 1000x volle maan, altijd dag).

Dichtheidsverdeling: moeilijk; uit helderheid of uit stertellingen.

Mogelijk als r^{-4} .

Omrekening van een schijnbare verdeling aan de hemel naar een "ware" driedimensionale verdeling (zie praktijkproef!; fig. 7).

Gevraagd: $\Phi(\rho)$ = dichtheid (aantal/ pc^3) als functie van afstand ρ .

Gemeten: $F(r)$ = dichtheid in een plak van de bolvormige sterhoop op afstand r van centrum. Dan is:

$$F(r) = \int_0^{\infty} 2\pi x \Phi(\sqrt{x^2 + r^2}) dx, \text{ na differentiatie en partiële integratie.}$$

$$\frac{dF(r)}{dr} = -2\pi r \Phi(r)$$

$F(r)$ wordt uit de waarnemingen bepaald. Grafisch differentiëren (on-nauwkeurig!) levert dan meteen $\Phi(r)$ op. Op deze wijze zijn de bovengenoemde dichtheidsaantallen in de bolvormige sterhopen bepaald.

Massabepaling, leeftijd, levensduur

Uit het nog aanwezig zijn van A2 sterren op de hoofdreeks en het reeds verdwenen zijn van vroegere sterren volgde dat de leeftijden in de orde van 6×10^9 jaar zijn. Of iets meer.

De relaxatietijd voor bolhopen is $\sim 10^{10}$ jaar. In het binnenste is dit waarschijnlijk kleiner, in de buitenste lagen klopt dit wel. Het binnenste gedeelte verkeert dan waarschijnlijk in statistisch evenwicht, zodat we het kunnen wagen het viriaal theorema los te laten. Hieruit volgt dan voor bijv. M92 : $M \sim 1.4 \pm 0.7 \times 10^5 M_{\odot}$; dit is niet in strijd met schattingen van het aantal sterren máál een redelijke massa.

De totale levensduur van bolhopen is aanzienlijk groter dan 10^{10} jaar, zodat ze tot de meest stabiele componenten van het melkwegstelsel behoren.

Stof, banen van bolhopen

In sommige bolhopen lijkt stof voorhanden te zijn. Dit is theoretisch onverklaarbaar en is vermoedelijk stof tussen de bolhoop en ons in. Immers, in de lange leeftijd van de bolhoop moet hij reeds vaak door het melkwegvlak zijn gegaan: uit de derde Wet van Kepler, toegepast op een bolhoop in het zwaartekrachtveld van het gehele melkwegstelsel:

$$T^2 \approx \frac{4\pi^2 a^3}{GM}$$

T = omloopstijd, a = halve lange baanas, M = massa melkweg, G = gravitatieconstante.

a bijv.: 6 kpc, $M \sim 10^{11} M_{\odot}$, geeft $T \sim 10^7$ jaar, dus zo'n bolhoop is reeds zeer vaak door het melkwegvlak getrokken en schoon geveegd.

Uit de gemeten snelheden van de bolhopen blijkt verder dat ze vrijwel allemaal gravitationeel aan de melkweg gebonden zijn en uit statistisch onderzoek volgt dat de banen langgerekte ellipsen zijn die dicht bij het melkwegcentrum komen.

Ontstaan

- in een zeer vroeg stadium van de oorspronkelijke gaswolk van het melkwegstelsel, toen de rotatie gering was, ontstonden condensaties, overal in de oerwolk, maar met een concentratie naar het centrum.

- na de stervorming is er geen interactie met het omringende gas, alleen met de algemene gladde potentiaal, dus de bolhopen gaan niet mee met de afplatting, kontrakctie en steeds sneller wordende rotatie van de evoluerende oerwolk. Deze vormt uiteindelijk de schijf in het melkwegvlak.
- uit het oorspronkelijk "schone" oergas ontstaan, tonen de bolhopen een kleine metaal abundantie in tegenstelling tot de schijf, waar door steeds opnieuw optredende stervorming en nucleogenese een sterke milieuverontreiniging optreedt.

V.5.5. Melkwegstelsel

Na de vingeroefeningen in de vorige paragrafen komt nu het grote probleem: de beschrijving en het begrijpen van het systeem van alle sterren die we zien, en niet slechts een groepje daaruit. Wat geschiedenis:

Demokritos (~ 400 B.C.): sterren zijn "zonnen".

Galileï (1564-1642): tekeningen van Pleiaden en Orion

schets van de Melkweg; afzonderlijke sterren in de Melkweg.

Chr. Huyghens (1629-1695): afstand van Sirius uit $L_{\text{Sirius}} = L_{\text{Zon}}$ en de ^{Sirius}zon schijnt 800×10^6 zwakker dan de zon $\rightarrow d \sim 28000$ AU.

tegenwoordig is dit nog 20 maal te klein.

Halley (1656-1742) vergeleek de Almagest met sterposities van Hipparchos (~ 130 B.C.) met zijn gegevens: Arcturus (verschil 60'), Sirius (45'), Aldebaran (6') 1850 jaar later. Dit zijn de eerst bepaalde eigenbewegingen.

Rond het midden van de 18e eeuw was het model: een sterverdeling met een concentratie langs de melkweg en een symmetrische verdeling t.o.v. de melkweg.

Kant beschouwde de Andromedanevel al als een stelsel gelijk aan het melkwegstelsel.

Herschel (1738-1822) eerste kwantitatieve benadering, m.b.v. zijn zuster en een $6\frac{1}{2}$ m spiegel. Deed een apex bepaling (zie onder). Telde sterren aan de hemel en maakte een eerste model; veronderstellingen:

1. hij kon tot aan de rand van het systeem zien, sterdichtheid is konstant, dus:
 2. het aantal sterren per ruimtehoek N is evenredig met r^3 ,
- Dus: uit N volgt r : $r \sim N^{1/3}$. Resultaat, zie fig. 8. Dit model

moest nog een schaal krijgen.

Later meende hij dat dit model niet kon kloppen: te veel structuren in de melkweg om de homogeniteitseis te waarborgen. Kwam toen uit op een vrijwel oneindige dunne schijf met sterren. Dikte $\sim 33x$ de afstand tot de sterren van magnitude 1, dus zo'n 150 parsec. Tot 1850: weinig verandering. Struve dacht trouwens al aan interstellaire absorptie van 1% per 4 parsec. (Vrijwel de tegenwoordige waarde!).

Na 1850: intensieve analyses kinematisch en statistisch.

Seeliger (1849-1924): analytisch, integraalvergelijkingen (zie onder).

Kapteyn (1851-1922): numeriek, statistisch, waarnemer.

1905 : "Plan of selected Areas" van Kapteyn: 206 gebieden aan de hemel, $1^\circ \times 1^\circ$.

1/120 van de gehele hemel: hierin moesten alle sterren worden bestudeerd voor een representatieve steekproef.

Beiden kwamen tot een heliocentrisch resultaat: (fig. 9 en 10). ¹²

Seeliger's model was eindig, dat van Kapteyn oneindig, maar asymptotisch in dichtheid afnemend.

We onderzoeken nu eerst de aanblik van de melkweg zoals hij zich aan de hemel voordoet en gaan daarna kwantitatief te werk.

V.5.5.1. De Melkweg (zoals we hem zien)

Totale helderheid: $\sim 4 \times 10^6$ sterren met $m_V = 10^m$
 of 1 ster met $m_V = -6.6$ (volle maan, -12.5 , 250 maal helderder).
bijna grote cirkel

Verdeeld over een nauwe band aan de hemel de "Melkweg" (grote cirkel!) en verder afnemend in aantal bij grotere galactische breedte. De helft van de helderheid komt van een gebied met $b_{gal} < 20^\circ$.

"Zone of avoidance" rond de melkwegband: het aantal extragalactische stelsels per ruimtehoek neemt drastisch af bij lage galactische breedte.

Uit de detailstudie zijn duidelijke aanwijzingen voor het voorkomen van stof.

Verdeling van de sterren				
m	$N(m)$	m	$N(m)$	
$m = 6^m$ grens van ongewapend zichtbare sterren	6	3. 10^3	14	12. 10^6
	8	32. 10^3	16	55. 10^6
	10	270. 10^3	18	240. 10^6
	12	1800. 10^3	20	945. 10^6

De heldere sterren zijn gelijkmatig over de hemel verdeeld, de zwakkere sterren zijn steeds meer in één grote cirkel (de galactische equator) gekoncentreerd, de Melkweg. Binnen de Melkweg is er een concentratie van sterren in de richting van Sagittarius: het Melkwegcentrum (de zon ligt "dus" excentrisch).

De Melkweg is niet precies een grote cirkel en dus ligt de zon waarschijnlijk iets boven het melkwegvlak.

Verder is er te zien: gas, sterhopen, verschillende stersoorten: zeer sterke concentratie naar het melkwegvlak van: O en B sterren, δ Cephei sterren, open sterhopen; sterke concentratie naar het melkwegvlak van: A sterren, novae, T-Tau sterren, galactische nevels, gas; een concentratie naar het melkwegvlak van: F sterren, Mira-sterren, donkere wolken; zwakke concentratie naar het melkwegvlak van: G, U sterren; geen concentratie naar het melkwegvlak van: RR-Lyrae sterren en bolhopen.

Het grootste gedeelte van de massa van het melkwegstelsel blijkt in sterren te zitten, maar de aanblik wordt vooral bepaald door gasnevels en hete jonge sterren.

V.5.5.2. Afstandsbepalingen van sterren

Afstandsbepalingen zijn waarschijnlijk het grootste probleem in de sterrenkunde. Dit geldt in het bijzonder voor sterren: immers de hoekdiameter is, behalve in enkele gevallen, niet meetbaar. Ter vergelijking: wanneer een ster als de zon een middellijn van 1 meter heeft, dan staat de eerstvolgende ster op 10.000 km; bij sterstelsels ligt die verhouding heel anders; zie ook hoofdstuk I.

Van een ster kunnen we bepalen:

positie (α, δ) absoluut: dit voor het vastleggen van het inertiaalstelsel e.d. Katalogus bijv. Flk4, Vierter Fundamentalkatalog, Heidelberg 1963: $\Delta\delta \sim 0''.05$, $\Delta\alpha \sim 0''.005 \text{ sec } \delta$.

positie (α, δ) relatief t.o.v. sterren uit de "fundamenteel katalog"

Aanzienlijk nauwkeuriger: soms op $0''.001$.

Hieruit wordt de eigenbeweging, μ , (proper motion) bepaald in "/jaar.

radiële snelheid: uit het spektrum: $\Delta v_r \sim 1 \text{ km/s}$. -10

Verder kan uit het spektraaltype (zie hfdst. II en III) de temperatuur van de atmosfeer worden bepaald; uit het gedetailleerde spektrum de lichtsterkte, via de massa-lichtsterkte-relatie (hfdst. II en III) de massa. In het vervolg zullen we in het bijzonder gebruik maken van de mogelijkheid om uit het spektraaltype de absolute magnitude

af te leiden. Maar men dient wel te beseffen dat hier nog al eens fouten uit voortkomen!

Methoden

a) Trigonometrische parallax (zie hfdst. I) π .

De hoek waaronder vanuit de betreffende ster de afstand aarde-zon wordt gezien. Relatieve meting van de ster t.o.v. achtergrondsterren.

$$\pi = 1'' \rightarrow d = 1 \text{ parsec} = 206265 \text{ AE} = 3.1 \times 10^8 \text{ cm} = 3.26 \text{ lichtjaar.}$$

Toepasbaar tot op $\sim 100 \text{ pc}$ ($\pi \sim 0.01$), ± 6000 sterren, 100 met $\pi > 0.1$

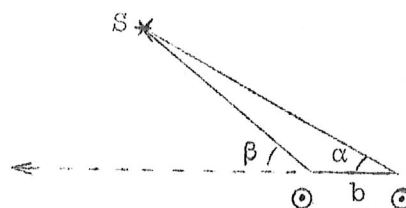
Dichtstbijzijnde: Proxima Centauri (uit het stersysteem van α Centauri en Proxima): $\pi = 0.76$, $d = 1.32 \text{ pc}$.

b) Statistische parallax of seculaire parallax.

Zie ook hoofdstuk I. Het doel van deze parallaxbepalingen is na te gaan hoe door een bekende (grote) beweging van aarde resp. zon (evt. in de toekomst, het hele melkwegstelsel) de schijnbare positie van een ster t.o.v. zijn achtergrond verandert. Hoe groter die verandering, hoe dichterbij staat die ster. (Bijv. de lusbeweging van de buitenplaneten is ook een parallaktisch effect, waaruit de afstand kan worden afgeleid).

Bij de statistische parallax wordt de beweging van de zon (het zonnestelsel) weerspiegeld in een schijnbare beweging van de sterren:

Eerst wordt ster S onder hoek α gezien, enige tijd later onder hoek β . Het verschil is een maat voor de afstand.



Aangezien dit effect even groot is als

de eigenbewegingen van de sterren, kun je het alleen gebruiken voor een groep sterren waarvan bekend is dat ze bijeen horen en waarvan je dan veronderstelt dat de gemiddelde eigenbeweging 0 (bijvoorbeeld t.o.v. het systeem van bolvormige sterhopen!) is. $v_r = v_r \rightarrow$ selectie

Voor de bekend veronderstelde zonsbeweging zie onder bij apex.

c) Parallax uit sterstromen.

Hiervoor zijn bewegende stergroepen nodig (Hyaden, UMa groep), zie V.5.4. Een bewegende stergroep heeft een vluchtpunt: (denk aan regendruppels, die uit één punt lijken te komen!).

Van de sterren bepaalt men: v_r in km/s, e.b. in ''/jaar en α uit de positie van de ster en het vluchtpunt.

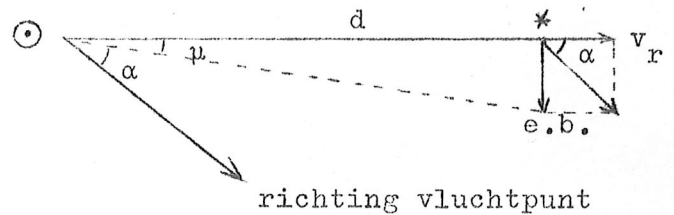
Nu is

$$d = \frac{v_r \operatorname{tg} \alpha}{\mu} \quad \text{of:}$$

$$\pi \text{ in } '' = 4,74 \cdot \frac{\mu \left[\frac{''}{a} \right] \operatorname{cotg} \alpha}{v_r \text{ (km/s)}}$$

eigenbeweijin ef

Deze methode is erg nauwkeurig en bruikbaar tot zo'n 5 kpc. Bezwaar: er zijn slechts weinig sterhopen waarop dit toepasbaar is. Voorbeeld: Hyaden: 40.8 pc . (fig. 3).



d) Dynamische parallax (bij dubbelsterren).

Astrometrie: halve lange as a in boogseconden ($''$).

Spektroskopie: snelheid als functie van tijd zou na integratie a in km geven. De snelheid is daar vrijwel nooit goed genoeg voor bekend.

In dat geval: 3e Wet van Kepler: $a^3 = (m_1 + m_2) P^2$.

(P in jaar, M in M_\odot , a in AE), dan is

$$\pi = \frac{a''}{a \left[\text{AE} \right]} = \frac{a''}{\left[P^2 (m_1 + m_2) \right]^{1/3}} \quad (m_1 \text{ en } m_2 \text{ onbekend})$$

verder geldt: $m - M = 5 \log r - 5 = -5 \log \pi'' - 5$ voor elke ster.

En uit de massa-lichtsterkte-wet volgen twee relaties tussen de massa's m_1 en m_2 en resp. L_1 en L_2 . Hiermee: 5 vgl. en 5 onbekenden (m_1, m_2, L_1, L_2 en π).

Hierbij is geen spektrale informatie nodig, maar wel moet men voorzichtig zijn met het gebruik van de massa-lichtsterkte relatie. Er is geen spektrale informatie nodig en de methode is erg nauwkeurig tot zo'n 200 pc. Eventueel kan men ook een schatting maken voor m_1 en m_2 : $m_1 + m_2 = 2$.

e) Diametermethoden.

Is de ware diameter bekend: theoretisch of omdat het om een zeer goed begrensde klasse van objecten gaat, dan volgt meteen uit de verhouding tot de schijnbare diameter, de afstand. Voor sterren, alleen bruikbaar voor de dichtstbijzijnde (optische interferometrie) waarvan toch de afstanden al bekend zijn. Voor sterhopen, planetaire nevels en extragalaktische stelsels is het wel een bruikbare methode.

f) M.b.v. rotatie van de melkweg.

Neemt het object deel aan de rotatie van de Melkweg (bijv. gasnevels, jonge sterren), dan kan uit de radiële snelheid en het model voor de galaktische rotatie (zie onder) de afstand worden bepaald. Voor sterren weinig gebruikt.

g) Fotometrische methoden.

Hierbij wordt op de een of andere manier de absolute magnitude (lichtsterkte) M bepaald, welke dan wordt vergeleken met de schijnbare magnitude m . Dan geldt:

$$\log d = 0.2 (m - M + 5) \quad \text{met } d \text{ in pc .}$$

De afstandsmodulus $m - M$ moet bovendien worden gecorrigeerd voor interstellaire absorptie, roodverkleuring e.d.

Deze bepalingen blijven altijd afhankelijk van de geometrische methoden omdat van de bepaalde stersoort één keer de absolute magnitude bepaald moet zijn. Eventueel zou men theoretisch berekende lichtsterkten kunnen gebruiken, maar die zijn (nog) niet betrouwbaar genoeg.

Bepaling van M uit:

- spektrum \rightarrow HR diagram, UBV diagram.

fouten: klassifikatie, intrinsieke spreiding van M , ijking van HR diagram. totaal $\sim 20 - 40\%$.

- bij sterhopen: maak een HR diagram van m tegen spektraaltype; verschuif dat over het standaard HR diagram van M tegen spektraaltype (evt. kan dit ook met het UBV diagram). Hieruit volgt meteen $m - M$ en dit is erg nauwkeurig, zij het ongelofelijk arbeidsintensief.

- Cepheïden. Hieraan is een lang romantisch verhaal verbonden, dat loopt van Miss Leavitt in 1910 tot heden. Kort samengevat: Variabele sterren waren reeds lang bekend, in het bijzonder regelmatige veranderlijken ($P \sim 80^m$ tot 100^d en meer). Voorbeeld: δ Cephei (lichtkromme, fig. 9). Kort periodieke veranderlijken: $0.5^d - 1^d$ heten RR Lyrae veranderlijken en komen veel in bolvormige sterhopen voor; meeste gewone Cepheïden zijn in het melkwegvlak gekoncentreerd.

1910: Miss Leavitt onderzocht variabelen in de kleine Magelhaense Wolk ($P \sim 1^d - 100^d$) en vond een relatie tussen \bar{m} en de periode P . Deze sterren staan allemaal op ongeveer dezelfde afstand, dus er is ook een relatie tussen \bar{M} en P .

Weten we nu van één variabele de absolute magnitude, dan weten we ze van allemaal. Voor gewone Cepheïden lukt dat niet, want die staan te ver weg om langs geometrische weg de parallax te bepalen. Voor RR Lyrae sterren kan dat wel. Men heeft nu de periode-lichtsterkte wet van de Cepheïden aan die van de RR-Lyrae sterren vastgeknoopt (fig. 10). Dit hield stand tot 1940. Problemen: Shapley vond in de Magelhaense wolken geen RR-Lyrae

sterren en Baade (1950) evenmin in de Andromedanevel, terwijl ze gezien de periode-lichtsterkte wet daar wél te verwachten waren. De oplossing bleek: twee soorten Cepheïden: klassieke behorende tot populatie I met een lichtsterkte 1.5^m helderder dan behorend bij de oude P-L-wet, en "cluster" Cepheïden (populatie II) die aansluiten bij de RR-Lyrae sterren. Alle afstanden die met de oude P-L-wet waren bepaald waren dus een faktor 2 te klein, zodat in het bijzonder de extragalactische stelsels eensklaps tweemaal verder weg staan. Ook nu nog is er een voortdurende discussie over de juiste P-L-wet voor de populatie I Cepheïden.

- Novae, supernovae.

Voor novae blijkt te gelden: $(M_B)_{\max} = -11.5 + 2.5 \log t_3$
 waarbij $t_3 =$ tijd in dagen van afval met 3^m .

Voor supernovae: $M_V \sim -18.7$ (type I)
 en $M_V \sim -16.3$ (type II).

Nadeel: weinig voorkomend, grote onnauwkeurigheid.

Voordeel: intrinsiek erg helder, dus bruikbaar voor extragalactische stelsels.

Opmerking: - uit de helderheid zonder meer is geen konklusie over de afstand te trekken (eventueel wél voor grote groepen sterren). De spreiding is veel te groot (zie fig. 11).

- al deze fotometrische methoden moeten worden geïjkt via een geometrische methode!

V.5.5.3. De omgeving van de zon

De parallaxen in de omgeving van de zon zijn vrij goed bekend ($d < 100$ pc); binnen 10 pc liggen 254 sterren (met $m < 18!$): geen superreuzen, 1 reus, 2 subreuzen, 8 witte dwergen, 243 hoofdreekssterren (geen O, B, sterren, 4 A sterren). Meer dan 50% is lid van een dubbelsterrenpaar of een meervoudig stersysteem. Aantal sterren per pc³: $\geq 0.15 \text{ pc}^{-3}$, ofwel $0.06 M_{\odot} \text{ pc}^{-3} = 4 \cdot 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$. Totale massa in onze buurt: $\geq 0.15 M_{\odot} \text{ pc}^{-3} = 10 \cdot 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$. (Ter vergelijking: de sterren zijn als "kersen in de hoofdsteden van Europa").

Dichtstbijzijnde ster: dubbelster: α Cen / Proxima Cen.

Onderlinge afstand $\sim 10^4$ AE. $P \sim$ miljoenen jaren.

α Cen is zelf weer een dubbelster: $d \sim 23$ AE en $P \sim 80$ jaar.

V.5.5.4 Sterstatistiek - (nog zonder dynamika, of snelheden)

Veronderstellingen: euklidische ruimte

homogene verdeling

alle sterren hebben dezelfde lichtsterkte I

geen interstellaire absorptie

Dan: zij $A(m)$ = aantal sterren per ruimtehoek met magnitude tussen $m + \frac{1}{2}$ en $m - \frac{1}{2}$

zij $N(m)$ = aantal sterren per ruimtehoek met magnitude groter dan m

en zij I de schijnbare helderheid in erg/sek/ruimtehoek.

Dan geldt: $N \sim r^3$ } $N \sim I^{-3/2}$, of
 $I \sim r^{-2}$ } $\log N(m) = 0.6 m + \text{konstante.}$

Waarnemingen geven (zie tabel V.5.5.1) dat $N(m)$ langzamer gaat, dus een der veronderstellingen is onjuist: bijv. interstellaire absorptie, of inhomogene verdeling.

Zij nu: $D(r)$ = aantal sterren per volume eenheid

$\varphi(M, r)$ = fraktie van het aantal sterren met absolute magnitude tussen $M + \frac{1}{2}$ en $M - \frac{1}{2}$ op afstand r .

Dus: $D(r) \varphi(M, r)$ = aantal sterren per volume eenheid op afstand r met absolute magnitude tussen $M + \frac{1}{2}$ en $M - \frac{1}{2}$.

Zij verder: $E(r)$ = interstellaire absorptie tot aan r in magnituden:
 $= \int_0^r \gamma(r) dr$ ($\gamma(r)$ = i.s. absorptie op afstand r).

Bij openingshoek ω is het volume element op afstand r : $\omega r^2 dr$, en dus

$$A(m) = \omega \int_0^{\infty} D(r) \varphi(M, r) r^2 dr$$

$$\text{met } M = m + 5 - 5 \log r - E(r)$$

Dit is de grondvergelijking voor de sterstatistiek. Hieruit moeten $D(r)$, $\varphi(M, r)$ en $E(r)$ worden opgelost. In het algemeen is deze vergelijking niet oplosbaar. Met een aantal extra veronderstellingen wel:
 - maak $\varphi(M, r)$ onafhankelijk van r (mag niet wegens populatieverschillen)

- probeer gemiddelde parallax van sterren met magnitude m te bepalen:
 $\overline{\pi(m)}$ dan is $\overline{\pi(m)} \sim \frac{1}{r}$ en wordt

$$\overline{\pi(m)} \cdot A(m) = \omega \int_0^{\infty} D(r) \cdot \varphi(M) \cdot r \cdot dr$$

Is er geen interstellaire absorptie, dan is het probleem in principe oplosbaar.

Maar bepaling van $\overline{\pi(m)}$ is erg onnauwkeurig.

- veel beter is: beperking tot een nauw begrensde spektraalklasse, daarmee wordt $\varphi(M)$ vrijwel konstant, en is het probleem makkelijker oplosbaar.

Erste resultaten: Kapteyn en Seeliger zie figuur (12)

- De lichtsterkte functie $\varphi(M)$ werd vrijwel een gauss kromme.
- De zon staat in het centrum van een concentratie.
- Neemt men interstellaire absorptie wél in aanmerking, dan volgt dat de zon nog steeds in een relatief dichtbevolkt gebied staat: spiraalarm. Toch blijven ook dan de resultaten moeilijk interpreteerbaar.
- De principiële moeilijkheid is dat de veronderstelling dat $\varphi(M)$ niet van de plaats afhankelijk is, in het melkwegstelsel volkomen onhoudbaar is. In figuur 11 is dit ook duidelijk. Een theoretische lichtsterktefunctie is gegeven in fig. 13. Hierbij stelt Ψ de L.S.F. voor bij het ontstaan van sterren, en φ de waargenomen L.S.F., waarbij de heldere sterren al grotendeels "op" zijn. Het is duidelijk dat hierdoor een enorme spreiding in $\varphi(M)$ wordt geïntroduceerd!
- Uit een zeer nauwkeurige analyse wist Oort (1938) een beeld van de omgeving van de zon te schetsen (fig. 14); hierin zijn twee spiraalarmen aan te wijzen.

V.5.5.5 Galaktische structuur met behulp van bolvormige sterhopen

Shapley bestudeerde bolvormige sterhopen van 1916 - 1919 en bepaalde de afstanden. Resultaat:

- bijna alle bolhopen liggen in één helft van de hemel.
- $1/3$ van alle bolhopen liggen in een gebied van 2% van de hele hemel in de richting van Sagittarius.
- met de bepaalde afstanden erbij bleek dat het systeem van bolhopen vrijwel sferisch was, met het middelpunt op ± 27.000 lichtjaar in de richting gal. lengte 328° (Sagittarius), $b \sim 0^\circ - 2^\circ$.

Hiermee was de excentrische ligging van de zon voldoende aangetoond en het middelpunt van het melkwegstelsel bepaald. (zie fig. 15)

Een beroemde diskussie hierover vond plaats in 1920 in de National Academy of Sciences, Washington tussen Shapley enerzijds en Curtis (verdediger van een veel kleiner Kapteyn, Seeliger stelsel) anderzijds.

Interessant is dat toen ook de kwestie werd besproken of spiraalnavels net zulke dingen waren als het melkwegstelsel (Curtis) of navels (Shapley), waarbij de uiteindelijke waarheid precies omgekeerd lag voor de twee diskussianten.

Op de optische aanwijzingen voor het bestaan van spiraalarmen komen we later terug. (zie onder).

V.5.5.6 Statistiek mét dynamika, Apex

We gebruiken nu ook de snelheden van de sterren dus v_{rad} en de eigenbeweging: e.b. (of p.m.), aangegeven door μ in "/jaar. Karakteristieke waarden voor v_r : ~ 20 km/s, rekord: +543, -389 km/s (positief: van de waarnemer vandaan).

Verder is de lineaire snelheid loodrecht op de kijkrichting: $v_{\text{tangentieel}}$: $v_T = 4.74 \mu$ km/s, waarbij μ in " en de parallax π ook. Dus: $v = \pi (v_T^2 + v_r^2)^{1/2}$.

We kunnen de gemiddelde radiële snelheden en eigenbewegingen van sterren tegen hun plaats aan de hemel uitzetten: fig. 16, 17, 18. Het is onmiddellijk duidelijk dat er geen isotrope verdeling van die snelheden is maar dat er duidelijk sprake is van een asymmetrie. Veronderstellen we dat de sterren willekeurige bewegingen hebben (en dus de zon ook), dan verwachten we (zie fig. 19), dat de beweging van de zon zich weerspiegelt in de gemiddelde bewegingen van de sterren.

Het apex is de richting waarin de zon zich beweegt, antapex waar de zon vandaan komt.

Uit de metingen van de e.b. en de radiële snelheden vindt men dan de beweging van de zon t.o.v. het zwaartepunt van de beschouwde groep sterren. De beweging van de zon en de richting van het apex blijkt afhankelijk te zijn van de groep beschouwde sterren:

Type	ℓ	b	v_{\odot} (km/s)	Type	ℓ	b	v_{\odot} (km/s)
F III	34°	$+4^{\circ}$	22.8	F V	38°	$+12^{\circ}$	16.3
G III	64°	$+14^{\circ}$	17.3	G V	73°	$+19^{\circ}$	28.8
K III	61°	$+18^{\circ}$	20.6	K V	72°	$+23^{\circ}$	24.4
M III	50°	-2°	27.7	M V	63°	-24°	28.8

In de tabel geven ℓ en b de galactische lengte, resp. breedte van het apex weer, en de bepaalde snelheid van de zon t.o.v. die sterren. De spreiding is enorm! Men definieert dan de "basic solar motion" d.m.v. de beweging t.o.v. een groep van 400 A sterren en 400 K-reuzen met $r < 100$ pc. Dit systeem heet het lokale inertiaalstelsel: "local standard of rest": daarin is $\alpha = 265.0$ $\delta = +20.7$ $v_{\odot} = 15,5$ km/s
 $\ell = 45.0$ $b = +23.6$

e.b. en v_r van zo'n groep sterren zijn in werkelijkheid niet chaotisch. Dit onderzoeken we aan de $\overline{v}_* - \overline{v}_{\odot}$.

Er blijkt:

- o $\vec{v}_* - \vec{v}_\odot$ is afhankelijk van de galactische lengte (zie onder), differentiële rotatie.
- o $\vec{v}_* - \vec{v}_\odot$ is afhankelijk van de beschouwde groep sterren.
- Bijv.: t.o.v. een groep van 50 bolhopen: "apex": $\ell = 84^\circ$, $b = +9^\circ$
 $v_\odot = 168 \text{ km/s}$. (De bolhopen nemen immers niet aan de rotatie van de melkweg deel!)

V.5.5.7 Rotatie van het melkwegstelsel

Trekken we de apexbeweging van de snelheden van de normale sterren in de buurt van de zon af, dan houden we voor de v_{rad} fig. 20a, voor de e.b. fig. 20b over. Dit kunnen we ons aanschouwelijk voorstellen d.m.v. een differentiële galactische rotatie (fig. 21). De zon loopt iets vóór op de sterren die iets verder van het galactisch centrum staan, en iets achter op de sterren die iets dichterbij het galactisch centrum staan.

De radiële snelheidskurve is zo meteen te begrijpen. Voor de e.b. moeten we bovendien in aanmerking nemen dat de banen niet recht zijn maar krom (fig. 22). Uit de waarnemingen leiden we dus af

$$v_r = k_1 \sin 2\ell$$

$$p = \text{e.b.} = k_2 \cos 2\ell + k_3$$

Afleiding:

Beschouw fig. 23. Het vlak van tekening is het galactische vlak. Zij ω_\odot de hoeksnelheid van de zon; $\omega(R)$ van de ster; ℓ is de galactische lengte van de ster S.

$$\text{Nu is: } v_r = v_r^* - v_r^\odot = v \sin \ell^* - v_\odot \sin \ell \quad (1)$$

$$\text{en (gonio!)} \quad \sin \ell^* = \frac{R_\odot}{R} \sin \ell$$

invullen:

$$v_r = R_\odot \left(\frac{v}{R} - \frac{v_\odot}{R_\odot} \right) \sin \ell = R_\odot \left(\omega(R) - \omega_\odot \right) \sin \ell \quad (2)$$

Is nu $r \ll R, R_\odot$ dan is α klein, dus: $R = R_\odot + \Delta R$, met $\Delta R = -r \cos \ell$,

en

$$v(R) = v_\odot + \left(\frac{\partial v}{\partial R} \right)_\odot \Delta R = v_\odot - \left(\frac{\partial v}{\partial R} \right)_\odot r \cos \ell \quad (a)$$

en

$$\sin \ell^* = \sin(\ell + \alpha) = \sin \ell \cos \alpha + \cos \ell \sin \alpha$$

$$(\cos \alpha \sim 1, \quad \sin \alpha \sim \frac{r}{R_\odot} \sin \ell)$$

$$\text{dus} \quad = \sin \ell + \frac{r}{R_\odot} \sin \ell \cos \ell \quad (b)$$

(a) en (b) in (1) geeft:

$$\begin{aligned}
 v_r &= (V_0 - \frac{\partial V}{\partial R} \cos \ell) (\sin \ell + \frac{r}{R_0} \sin \ell \cos \ell) - V_0 \sin \ell \\
 &= V_0 \frac{r}{R_0} \sin \ell \cos \ell - \frac{\partial V}{\partial R} r \sin \ell \cos \ell - (\text{kwadratische termen in } r) \\
 &= Ar \sin 2\ell \quad \text{met} \quad A = \frac{1}{2} \left[\frac{V_0}{R_0} - \left(\frac{\partial V}{\partial R} \right)_0 \right] = \frac{1}{2} R_0 \left(\frac{\partial \omega}{\partial R} \right)_0 \\
 &= k_1 \sin 2\ell .
 \end{aligned}$$

Analoog voor de eigenbeweging μ vindt men:

$$\mu \text{ (km/s)} = Ar \cos 2\ell + Br$$

$$\text{met } B = -\frac{1}{2} \left(\frac{V}{R} + \frac{\partial V}{\partial R} \right)_0 = -\omega_0 - \frac{1}{2} R_0 \left(\frac{\partial \omega}{\partial R} \right)_0, \text{ of:}$$

$$\begin{aligned}
 \mu \text{ ("/jaar)} &= \frac{A}{4.74} \cos 2\ell + \frac{B}{4.74} \text{ (onafhankelijk van } r) = \\
 &= k_2 \cos 2\ell + k_3
 \end{aligned}$$

A, B zijn de konstanten van Oort.

Uit de formules is meteen duidelijk, dat

$$A + B = - \left(\frac{\partial V}{\partial R} \right)_0 \quad \text{en} \quad A - B = \frac{V_0}{R_0} = \omega_0 .$$

Uit de waarnemingen willen we nu graag A, B, V_0 , R_0 en ω_0 afleiden.

Opmerkingen:

- uit de v_r is A beter te bepalen dan uit de μ .
B is nog steeds onzeker: A: 8.5 tot 26 km/s kpc⁻¹
B: -4.3 tot -23 km/s kpc⁻¹
 - R_0 bepalen we uit het systeem van bolhopen, RR-Lyrae sterren:
8.2 kpc ; kan met interstellaire absorptie nog veranderen.
 - V_0 bijv. uit de beweging van de zon t.o.v. het systeem van bolhopen, of extragalactische stelsels.
 - IAU in 1963 stelde vast: $R_0 = 10$ kpc $A = 15$ km/s kpc⁻¹
 $\omega_0 = V_0 = 250$ km/s $B = -10$ km/s kpc⁻¹ . *but 15*
- Hieruit volgt: $\omega_0 = 0.5$ per 100 jaar, en $P_0 =$ omlooptijd zon = 250×10^6 jaar .
- Zou alle massa van het melkwegstelsel in het centrum zitten, dan is $V_0^2 = \frac{GM}{R_0} \rightarrow M = 1.5 \times 10^{11} M_\odot$. (Maar dat klopt niet helemaal).
 - Uit de waarnemingen aan de 21 cm lijn (zie hoofdstuk IV en onder!) kunnen we AR_0 bepalen: uit de profielen van de waterstoflijn kunnen we vaak een ℓ bepalen waarvoor we weten dat we de maximale radiële snelheid meten, en waarvoor we dus (zie figuur op blz. V.70) de

R_m kunnen berekenen: $R_m = R_o \sin \ell$
 Verder is: $v_{rm} = V_m - V_o \sin \ell =$
 $= R_o (\omega_m - \omega_o) \sin \ell .$

We meten v_{rm} , en ℓ , weten ω_o en R_o en kunnen dus ω_m als functie van R_m bepalen (mits $R_m < R_o$!).

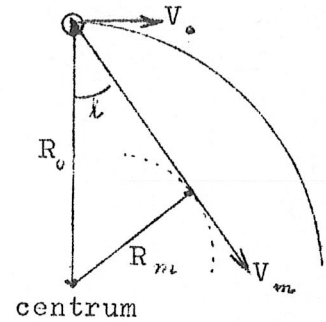
Verder is $\frac{d\omega}{dR} = -\frac{2A}{R}$, of:

$$\omega_m - \omega_o \approx \frac{2A (R_m - R_o)}{R_o} =$$

$$= 2A (1 - \sin \ell)$$

zodat $v_{rm} \approx 2A R_o (1 - \sin \ell) \sin \ell$, zodat uit de radiowaarnemingen de grootte AR_o direkt en vrij nauwkeurig kan worden bepaald: 135 - 150 km/s .

- fig. 24 laat zien hoe de lineaire snelheid zou variëren als functie van R . Vergelijk dat zelf met $V(R)$ in het geval van een starre rotator, of een Kepler baan. Wat konkludeert U voor het binnenste gedeelte van de melkweg, wat voor het buitenste?
- in de praktikumproef wordt uitvoerig ingegaan op de bepaling van de dichtheidsverdeling in het melkwegstelsel uit de rotatiekromme. Resultaat van Schmidt is te zien in fig. 25.



V.5.5.8. Andere bewegingen van sterren, konklusies

Wanneer men van de waargenomen snelheden de zonsbeweging én de differentiële galaktische rotatie aftrekt verwacht men een isotrope verdeling over te houden, met andere woorden in de v_x, v_y, v_z ruimte een bolsymmetrische verdeling. Dit is niet zo: de waargenomen verdeling is te beschrijven door een 3-assige snelheidsellipsoïde:

$$\varphi(v_x, v_y, v_z) = \text{konstante} \times \exp \left(-\frac{v_x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{v_y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{v_z^2}{2\sigma_z^2} \right)$$

Voor normale sterren: grote as : x-as : richting melkwegcentrum
 met $\sigma_x \sim 28$ km/s .

"midden" as : y-as : in de richting van de galaktische rotatie :
 $\sigma_y \sim 20$ km/s .

korte as : z-as : loodrecht op het melkwegvlak :
 $\sigma_z \sim 15$ km/s .

Dus een aanzienlijk grotere strooiing in het vlak dan er loodrecht op.
 Voor abnormale sterren: voor aanzienlijke groepen sterren is de snelheidsellipsoïde nauwelijks meer een ellipsoïde, zie fig. 26 voor twee soorten M-sterren, fig. 27 voor twee soorten K-sterren en A0-A3 sterren, en fig. 28 voor sterren met grote snelheden (de asymmetrie

wordt veroorzaakt doordat sterren met erg grote snelheden in de tangentiële richting uit het melkwegstelsel zijn ontsnapt!) . Opvallend is ook figuur 29, waar eveneens geen sprake is van een isotrope snelheidsverdeling.

Opmerkingen

- We kunnen hieruit de konklusie trekken dat er nog op geen stukken na een statistisch evenwicht is bereikt in het melkwegstelsel, gezien de vele opvallende anisotropieën. Wel lijkt hier en daar een dynamisch evenwicht bereikt: bijvoorbeeld: de spreiding in de tangentiële richting is aanzienlijk kleiner dan in de radiële richting. Op een zeer opvallende vorm van dynamisch evenwicht komen we terug bij de behandeling van de spiraalstructuur.
- Uit de eerder afgeleide formule voor de relaxatietijd komen we bij het melkwegstelsel op $T \sim 7 \cdot 10^{13}$ jaar (ga dit na!) dus \gg leeftijd van de melkweg. Dit zou betekenen dat de beweging van een ster vrijwel niet door de botsingen wordt bepaald, maar alleen door de "gladde" potentiaal. Of de schattingen voor T helemaal goed zijn is op het ogenblik een strijdvraag!

V.5.5.8.1 Massaverdeling loodrecht op het melkwegvlak

In V.5.5.3. maakten we de opmerking dat de zichtbare massadichtheid in de buurt van de zon $\sim 0.06 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$ is, terwijl de onzichtbare massa ongeveer $\sim 0.15 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$ zou zijn. Hoe bepalen we dat laatste?

Beschouwen we een ster, niet te ver boven het melkwegvlak, met hoogte z. Dan geldt Poisson's vergelijking voor de gravitatiepotentiaal:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 4\pi G\rho \quad (1)$$

waarin Φ de gravitatiepotentiaal is, G de gravitatiekonstante en ρ de dichtheid. In cylinderkoordinaten wordt de versnelling tengevolge van de zwaartekracht gegeven door:

$$\begin{aligned} K_r &= - \frac{\partial \Phi}{\partial r} && \text{in de radiële richting} \\ K_{\varphi} &= - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} && \text{in de tangentiële richting} \\ K_z &= - \frac{\partial \Phi}{\partial z} && \text{in de richting loodrecht op het melkwegvlak.} \end{aligned}$$

We veronderstellen even dat Φ niet van ϑ afhangt, dan wordt (1):

$$\frac{\partial K_z}{\partial z} = - 4\pi G\rho - \frac{\partial K_r}{\partial r} - \frac{K_r}{r} \quad (2)$$

maar: $K_r = - \frac{\omega^2}{r}$, met ω = hoeksnelheid op straal r, dus

$-\frac{\partial K}{\partial r} - \frac{K}{r} = \frac{2\omega}{r} \frac{d\omega}{dr}$. In de buurt van de zon geldt:

$$\frac{\omega}{r} = \frac{\omega_0}{R_0} = A - B, \quad \text{en} \quad \left(\frac{d\omega}{dr}\right)_{R_0} = -(A + B).$$

dus $4\pi G\rho = -\frac{\partial K}{\partial z} - 2(A^2 - B^2)$. (A, B : Oortse konstanten) (3)

Hoe bepalen we $\frac{\partial K}{\partial z}$? De beweging van de sterren loodrecht op het melkwegvlak, en niet te ver daar vandaan, zijn als het ware oscillaties in het zwaartekrachtsveld van de sterren in het melkwegvlak. Is $v(z)$ de snelheid van een ster op hoogte z , en $n(z, v_z)$ het aantal sterren op hoogte z met snelheid $v(z)$ dan is volgens de barometrische hoogteformule (of Maxwell-Boltzmannverdeling!)

$$n(z, v_z) = \text{konstante} \times \exp \left\{ - \frac{\frac{1}{2} m v^2(z) - m \int_0^z K(z') dz'}{kT} \right\} \quad (4)$$

Hierin is $-m \int_0^z K(z') dz'$ de potentiële energie van een ster op hoogte z , en kT moet de gemiddelde kinetische energie zijn.

In $z = 0$ is een snelheidsverdeling

$$n(0, v_z) = \text{konstante} \times \exp \left\{ - \frac{\frac{1}{2} m v^2(0)}{kT} \right\},$$

waarvoor geldt dat $\overline{m v^2(0)} = kT$;

maar dan is

$$n(z) = n(0) \times \exp \left[\frac{\int_0^z K(z') dz'}{\overline{v^2(0)}} \right] \quad (5)$$

en dus is $K(z) = \overline{v^2(0)} \frac{d}{dz} \left\{ \ln n(z) / n(0) \right\}$ (6)

Wanneer we dus precies $n(z)$ tellen kunnen we $K(z)$ bepalen (fig. 30) en uit $K(z)$: $\frac{\partial K(z)}{\partial z}$. Bedenk dat we $n(z)$ tweemaal differentiëren, zodat de nauwkeurigheid te wensen overlaat!

Op ongeveer $z = 50$ pc (dus nog ruimschoots in het melkwegvlak) vinden we dan met de Oortse konstanten

$$\rho = 0.15 M_{\odot} / \text{pc}^3.$$

Dit is aanzienlijk méér dan uit de zichtbare sterren en gas volgt. De "onzichtbare" materie zit waarschijnlijk in zwakke erg rode kleine sterren, eventueel in moleculaire waterstof, maar dat gelooft eigenlijk niemand meer!

De bepalingen van $\overline{v^2(0)}$ en $n(z)$ zijn voor verschillende stersoor-

ten zeer verschillend; de uit verschillende stersorten bepaalde dichtheid is echter vrij redelijk dezelfde.

V.5.5.9. Spiraalstructuur, optisch

Zodra het duidelijk werd dat het melkwegstelsel niet heliocentrisch was, en veel groter dan men oorspronkelijk dacht, werd de vraag van de detailstructuur erg belangrijk.

In het voorgaande was duidelijk dat in de omgeving van de zon de sterren al niet homogeen in het melkwegvlak zijn verdeeld (fig. 14). Uit de richting en afstanden van de verschillende soorten sterren kan men de verdeling in het melkwegvlak afleiden.

De associaties zijn niet homogeen verdeeld maar liggen (in de buurt van de zon) in drie min of meer duidelijke zones (fig. 31). Hetzelfde geldt voor jonge open sterhopen en H^+ -gebieden (zie hoofdstuk IV) (fig. 31).

Neemt men alle open sterhopen dan ziet men al geen structuur meer (fig. 32). Hetzelfde geldt voor de verdeling van de latere typen sterren en bijvoorbeeld de Cepheïden.

De bolvormige sterhopen zijn niet eens gekoncentreerd naar het melkwegvlak, laat staan in de spiraalarmen.

Wanneer men naar andere stelsels kijkt, bijvoorbeeld Andromeda, of M51 (Jachthonden), dan blijkt dat de spiraalstructuur voornamelijk opvalt door de verdeling van de zeer heldere O en B superreuzen en de H^+ -gebieden. Waren deze er niet, dan zou waarschijnlijk nauwelijks sprake zijn van een zichtbare spiraalstructuur.

Voor al voor het bestuderen van de spiraalarmen op de schaal van de Melkweg moet men waarnemingen gebruiken van intrinsiek heldere objecten, dus blauwe reuzen, H^+ gebied e.d. Ook novae zijn geschikt. Fig. 33 laat de concentratie in de richting van het melkwegcentrum zien, fig. 34 de verdeling in het melkwegvlak in de buurt van de zon. Ook hier is geen duidelijke structuur te onderscheiden. Konklusie: uit blauwe reuzen, jonge sterhopen en H^+ gebieden volgt dat er een detailstructuur is; uit de andere optische objecten niet. In fig. 31 onderscheiden we de Perseus arm, de Cygnus arm en de Sagittarius arm.

V.5.5.10. Spiraalstructuur, radio (zie ook IV.3.1.1. en 2.)

De grote doorbraak in het onderzoek naar de detailstructuur van het melkwegstelsel kwam met de voorspelling door Van de Hulst (1944) van de aanwezigheid van een waterstofemissie (of absorptie) lijn bij 21 cm. (1410 MHz) Koortsachtig bouwen van radioteleskopen en waarne-

men resulteerde in de ontdekking van deze lijn in 1951 vrijwel tegelijk in Nederland, U.S.A. en Australië.

Meestal waargenomen in emissie, soms (tegen een "hete" achtergrondbron) in absorptie. Het grote voordeel van deze radiolijn is dat de radiostraling vrijwel niet wordt tegengehouden door het interstellair medium, zodat in principe het grootste gedeelte van het melkwegstelsel, voor zover er waterstof is, kan worden onderzocht. Deze lijn is heel erg scherp (overgangswaarschijnlijkheid is erg klein!): de breedte van de lijn wordt dus alleen door het Dopplereffekt bepaald (zie ook hoofdstuk IV).

De bezetting van het bovenste niveau van de 21 cm wordt gegeven door

$$n_1 = n_0 \frac{g_1}{g_0} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) = n_0 \cdot \frac{g_1}{g_0} \exp\left(1 - \frac{1.44}{\lambda T}\right) \quad (1)$$

met n_0 = bezetting van het onderste niveau; g_1 , g_0 de statistische gewichten, λ de golflengte en T de temperatuur. Dus voor $T > 1^\circ\text{K}$ is een erg goede benadering voor n_1 :

$$n_1 = n_0 \frac{g_1}{g_0} \left(1 - \frac{1.44}{\lambda T}\right)$$

Verder is de optische diepte voor één frekwentie:

$$\begin{aligned} \tau_\nu &= \int_0^r K_\nu dr' \quad \text{met} \quad K_\nu = \text{de absorptiecoëfficiënt} \\ &= \text{konstante} \times \left(n_0 - n_1 \frac{g_0}{g_1}\right) \quad (\text{met (1)}) \\ &= \text{konstante} \cdot n_0 \cdot \frac{1.44}{\lambda T} \end{aligned}$$

Met de getallen ingevuld en bedenkend dat $n_0 = \frac{1}{4}$ van het totale aantal waterstofatomen per cm^3 : n , geldt:

$$\tau_0 = \frac{N(\nu)}{3.9 \times 10^{14} T}$$

waarbij $N(\nu)$ het totale aantal waterstofatomen in de gezichtslijn is, dat absorbeert bij frekwentie ν .

Ten gevolge van het Dopplereffekt is $\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$, dus omgerekend naar v :

$$\begin{aligned} N(\nu) dv &= T \tau(\nu) \times \frac{\nu_0}{c} \times 3.9 \times 10^{14} = \\ &= 1.8 \times 10^{18} T \tau(\nu) dv \quad \text{met } v \text{ in km/s.} \end{aligned}$$

In optisch dunne media, volgens de Rayleigh-Jeans benadering is

$$T_b = \frac{I(\nu) c^2}{2K \nu^2} = T (1 - \exp(-\tau(\nu))) \sim T \tau(\nu)$$

dus: $N(v) dv = 1.8 \times 10^8 T_b dv$ met T_b in $^{\circ}\text{K} / (\text{km/s})$.
 Gangbare waarden voor N geïntegreerd over het gehele snelheidsprofiel zijn: $\sim 10^{20}$ bij hoge galactische breedte tot $3 \times 10^{21} \text{ cm}^{-2}$ in het centrum van de Melkweg.

Tegenwoordig kan men analoge waarnemingen uitvoeren aan enkele andere molekuullijnen zoals NH_3 e.d.

Van "elk punt" aan de hemel heeft men dan de profielen van de 21 cm in principe kunnen bepalen. In eerste instantie met een bundelbreedte van enkele graden (spiegels van ± 10 m) en een bandbreedte van ± 50 kHz (hoeveel km/s is dat op de snelheidsschaal?). Tegenwoordig heeft men een bundelbreedte van 0.5 en bandbreedte van slechts enkele kHz en minder.

Voorbeelden: fig. 35, 36. In fig. 36 is er een duidelijk systematische verandering van het profiel met de galactische lengte. Wanneer we veronderstellen dat elk profiel is opgebouwd uit een aantal "Gauss" heuvels, die elk veroorzaakt werden door een wolk (met een eigen inwendige turbulente snelheid) en die verschillende snelheden hebben t.o.v. de waarnemer kunnen we afleiden hoeveel van die wolken in een bepaalde gezichtslijn staan, en welke snelheden (radiële) ze hebben. We kijken nu of we die profielen kunnen verklaren door aan te nemen dat de snelheden worden veroorzaakt door de differentiële galactische rotatie. (zie fig. 37). S = zon, C = centrum van de Melkweg; we kijken op het vlak van de Melkweg. De radiële snelheid van een waterstofwolk in P wordt dan gegeven door:

$$\begin{aligned} v(\ell) &= \omega R \cos \angle PCT - \omega_0 R_0 \sin \ell \\ &= \omega R \frac{CT}{R} - \omega_0 R_0 \sin \ell = \omega R_0 \sin \ell - \omega_0 R_0 \sin \ell \\ &= R_0 \sin \ell (\omega(R) - \omega_0) \end{aligned}$$

We meten $v(\ell)$ en ℓ , wanneer nu $\omega(R) - \omega_0$ een bekende functie is, kunnen we R bepalen. We zoeken nu naar een oplossing zó dat we de best passende $\omega(R) - \omega_0$ vinden. In het profiel in richting ℓ verwachten we de grootste snelheid vanuit de wolk die in T ligt. Ligt daar een spiraalarm, dan verwachten we dat voor iets grotere ℓ de helderheid sterk afvalt, en voor iets kleinere ℓ het profiel breder wordt en in tweeën splitst. (zie fig. 36 profielen tussen $\ell = 45^{\circ}$ en $\ell = 75^{\circ}$). Zo zoekt men uit de profielenreeks de richtingen ℓ die duidelijk aan een spiraalarm raken (fig. 38). In T weten we R uit R_0 en ℓ en zo is uit $v(\ell)$, R_0 en ℓ meteen $\omega(R)$ af te leiden. Dit is de rotatiekromme (fig. 39). Deze methode werkt voor $\ell < 90^{\circ}$, dus $R < 10$ kpc, voor $R > 10$ kpc is de rotatiekromme afgeleid uit de be-

wegingen van sterren. Verder blijkt dat voor die grote R, de rotatie vrijwel "Kepleriaans" is.

Gebruik makend van de aldus bepaalde rotatiekromme kan men dan R bepalen voor alle verschillende wolken in elk profiel. Hieruit volgt dan de verdeling van de waterstofwolken in het melkwegstelsel.

(fig. 40)

Opmerking 1. Er blijft bij deze bepalingen de keuze of de wolk aan de éne dan wel aan de andere kant van het raakpunt zit.

Opmerking 2. Het binnenste gedeelte van de Melkweg is moeilijk te bestuderen op deze manier, omdat daar de snelheden vrijwel loodrecht op de gezichtslijn staan, en dus alle profielen boven op elkaar liggen.

Opmerking 3. De aldus bepaalde radio-spiraalarmen vallen redelijk goed samen met de optisch bepaalde armen in de buurt van de zon, en we onderscheiden de Perseus-, Cygnus-, Sagittarius-, Carina- en Orion-arm.

Opmerking 4. De spiraalarmen vormen geen wijde, maar een vrij nauwe spiraalvormige structuur, en het is maar nauwelijks zichtbaar dat de spiralen zich "opwinden".

Opmerking 5. Alles is afgeleid onder de vooronderstelling dat de rotatie regelmatig is. Er blijken diskrepancies met dit model te zijn. Bijv. zou een expansie van het gebied van de zon van het melkwegcentrum vandaan van 7 km/s de waarnemingen beter verklaren.

Opmerking 6. Uit de radiowaarnemingen bepalen we meteen de grootheid AR_0 : immers

$$A = -\frac{1}{2} R \frac{d\omega}{dR} ; \text{ dus } \frac{d\omega}{dR} = -2 \frac{A}{R} .$$

en:

$$\omega_T - \omega_0 \sim -2A \frac{(R - R_0)}{R_0} = 2A (1 - \sin \ell)$$

Radiowaarnemingen geven:

$$v_T(\ell) = R_0 (\omega_T - \omega_0) \sin \ell = A R_0 (1 - \sin \ell) 2 \sin \ell ,$$

waarbij $v_T(\ell)$ de uit het profiel bepaalde snelheid in T in richting ℓ is.

V.5.5.11. Theorie van spiraalarmen

Aangezien in andere sterstelsels óók spiraalarmen zijn waargenomen en zelfs veel, moeten die armen over vrijwel de gehele levensduur van een sterstelsel bestaan. Aangezien de zon in $\sim 250 \times 10^6$ jaar rond loopt, dus al zeer vaak is rond geweest sinds het ontstaan van het

melkwegstelsel, en gezien de differentiële galaktische rotatie, verwacht men dat de spiraalstructuur binnen enkele malen 10^7 jaar volledig is verstoord. M.a.w. de spiraalarmen kunnen niet bestaan wanneer men zich die voorstelt als vastgeprikt aan een aantal sterren. Recent is voorgesteld de spiraalarmen op te vatten als een staande dichtheidsgolf in de melkweg, te vergelijken met een staande trilling in een proef van Kundt. Door het feit dat we hier met een schijfvormige structuur te maken hebben, een differentiële rotatie, én in plaats van de gasdruk met een gravitatie-wisselwerking, krijgen we dan een spiraalpatroon. Men kijkt dus naar oplossingen van:

- de Vlasov vergelijking
- de Poisson vergelijking
- de massaverdeling

met als eis: periodieke fluktuaties, schijfsymmetrie.

Het resultaat is dan:

$$F(r, \varphi, t) = A(r) \exp \left\{ i (\omega t - m \varphi + \Phi(r)) \right\}$$

Hierin is $A(r)$ de amplitude van de dichtheid, m het aantal spiraalarmen, ω/m is de snelheid waarmee het gehele patroon ronddraait en $\Phi(r)$ geeft aan hoe nauw en hoe wijd de spiralen zijn en of ze "opwinden" dan wel "afwikkelen". Een ster zit dus niet voortdurend in 1 arm maar beweegt t.o.v. die arm en het patroon schuift er over heen en is konstant van vorm (golven op een wateroppervlak!). (fig. 41)

Men kan (nog) niet verklaren waarom er precies twee armen zijn; wel is het aannemelijk dat de meeste spiraalarmen "opwinden".

Vroeger dacht men dat magnetische velden verantwoordelijk waren voor de spiraalstructuur; deze gedachte is nu volledig verlaten.

V.5.5.12. De halo

Uit de waarnemingen aan bolhopen (zie V.5.4.3.) bleek dat die een vrijwel bolvormig systeem vormen, dat het gehele melkwegvlak omsluit, $R \sim 15$ kpc. Bovendien zijn er nog enkele RR-Lyrae-sterren, OB sterren en interstellaire wolken op hoge galaktische breedte, die duidelijk niet in de melkwegschijf liggen.

Uit radiowaarnemingen blijkt dat er een algemene radiostralingsachtergrond is die een minimum heeft in de richting $\ell = 180^\circ$, $b = 40^\circ$; bij $\ell = 0$, maximaal is. (fig. 42)

Men kan deze continue radiostraling verklaren door synchrotronstraling van kosmische stralingselektronen in een zwak magnetisch veld. Over de juiste afmetingen van deze radio-halo is men nog steeds in discussie, terwijl het evenmin uitgesloten is dat de grootste bijdrage tot deze straling niet van galaktische oorsprong is, maar van

extragalaktische radiobronnen.

Andere sterstelsels vertonen radio-halo's, maar lang niet allemaal. Een mogelijk model wordt gegeven door de eis dat de gasdruk in de halo = hydrostatische druk. Dan moet ongeveer gelden:

$$T \sim 10^6 \text{ K} , \quad N_e \sim 10^{-4} \text{ cm}^{-3} , \quad M \sim 10^{7-8} M_{\odot} ,$$

maar ook andere modellen met een veel lagere T en hogere massa en dichtheid zijn voorgesteld.

V.5.5.13. De kern

In het bijzonder de laatste jaren heeft men het centrale gedeelte van de Melkweg grondig bestudeerd met radiowaarnemingen. Het resultaat is: (fig. 43)

- een spiraalarm op 3 kpc van het centrum; rotatiesnelheid 200 km/s
expansiesnelheid 53 km/s. Aan de andere kant van het centrum zit iets dergelijks.
- tussen 0.5 en 0.6 kpc van het centrum, een ring (1 atoom/cm^3) die snel draait, 265 km/s.
- een kern met $R \sim 0.3 \text{ kpc}$, die snel draait, maar niet expandeert en waarvan de dichtheid naar het centrum sterk toeneemt.

Optisch is van het centrum niets of vrijwel niets te zien. We kijken daarbij door ettelijke spiraalarmen. Hier en daar is een "venster". In elk geval is er een sterke toename van de sterdichtheid, bolhopen e.d.

V.5.5.14. Overzicht van het melkwegstelsel

Ontstaan: begin: ronde turbulente gaswolk, geen duidelijke rotatie (traagheidsmoment is erg groot!). 1/1000 van de massa kondenseert in bolhopen, die chaotisch bewegen, turbulente energie wordt opgebruikt door onderlinge wisselwerking: daarna kontraktie, behoud van impulsmoment, steeds meer een platte roterende schijf. Stervorming gaat intussen door: jongste sterren alleen in het melkwegvlak, andere sterren steeds minder gekoncentreerd in het vlak.

Van bol \rightarrow schijf $\sim 10^8$ jaar.

Ster ontstaan $\pm 10^{10}$ jaar geleden.

Inhoud: - schijf van $R \sim 15 \text{ kpc}$, dikte 1 kpc met kern van diameter 5 kpc .

- zon op $R \sim 10 \text{ kpc}$, iets boven het vlak ($\pm 15 \text{ pc}$) .

- halo met bolhopen en misschien kosmische straling, met een straal van $\sim 25 \text{ kpc}$.

- in de schijf: jonge objecten in spiraalarmen.
- differentiële rotatie: zon: ± 250 km/s, $P \sim 200 \times 10^6$ jaar
- massa $\sim 2 \cdot 10^{11} M_{\odot}$.
- dichtheid $\sim 0.1 M_{\odot}/\text{pc}^3 = 7 \cdot 10^{-24} \text{ g cm}^{-3} \approx 4$ atomen cm^{-3} .
- interstellaire materie in een schijf van 250 pc dikte.
gas: $\sim 10\%$ totale dichtheid, stof: $\sim 0.1\%$.
- totale helderheid $\sim 20^M$ (niet nauwkeurig!)

Verdeling van speciale objecten: (fig. 44)

Objekt	$N/1000 \text{ pc}^3$	ΣN	$\overline{ z }$ pc
0 B9	10^{-3}	--	50
δ Cephei	$9 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^4$	50
open hopen	$4 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^4$	80
witte dwergen	2 - 9	10^{10}	270
lang period. verand.		10^6	1000
RR Lyrae sterren	$3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^5$	2000
bolhopen	$5 \cdot 10^{-9}$	240	3000

(N = geschatte totaal-aantal; $\overline{|z|}$ = gemiddelde hoogte boven het melkwegvlak).

<u>Populaties</u>	Z/H %	\bar{z} kpc	\bar{v}_z km/s	M $10^9 M_{\odot}$	ouderdom 10^9 jaar	verdeling
1) halo populatie = extreme pop. II	0,3	2,0	75	16	12 - 15	centraal
2) intermediaire populatie II	1	0,7	25	47	10 - 15	centraal
3) schijfpopulatie	2	0,4	17			
4) intermediaire populatie I	3	0,16	10	5	0.1 - 2	(centraal) enigszins in arm
5) spiraalarm pop. = = extreme pop. I	4	0,12	8	2	0,1	<u>arm</u>

Z/H = verhouding zware elementen tot waterstof (vervuiling)

z = afstand tot melkwegvlak

- (1) : bolhopen, subdwergen, RR Lyrae sterren met $P < 0.4$, (kosmische straling)
- (2) : snellopers (F-M), langperiodiek veranderlijken $P < 250$ d.
- (3) : planetaire nevels, novae, heldere rode reuzen, sterren in centrum, "weak-line stars"
- (4) : A-sterren, dMe sterren, normale reuzen, "strong-line stars"
- (5) : superreuzen, T-Tauri sterren, O en B sterren, open hopen, δ Cephei sterren, interstellaire materie.

In het melkwegvlak is waarschijnlijk een goede "recycling" gereali-
seerd: uit de interstellaire materie ontstaan wolken, gravitatiekon-
traktie, verhitting, globules, stervorming, nucleogenese, ontploffin-
gen, massaverlies en opnieuw interstellaire materie.

V.6. De Lokale Groep

Al enige eeuwen zijn andere sterstelsels als het melkwegstelsel
bekend geweest als "nevels", en vielen in dezelfde categorie als pla-
netaire nevels, H^+ -gebieden en supernovaresten. Ze waren immers niet
in afzonderlijke sterren oplosbaar. Kant heeft al gesuggereerd dat
het eiland heelallen waren als ons eigen sterstelsel.

1920: grote discussie tussen Curtis en Shapley.

C: voor eiland heelallen en een "klein" melkwegstelsel (volgens
Kapteyn et al.)

S: als nevels, en een groot melkwegstelsel zoals we het nu ken-
nen.

1924: Hubble lost de buitengebieden van M31 (Andromedanevel) op in
sterren.

1944: Baade idem voor de kern.

(Probleem: H^+ -gebieden zien er van verre als sterren uit).

Voor algemene eigenschappen van extragalactische systemen, zie V.7.

In de buurt van het MWS (melkwegstelsel) een lokale verdichting:

	type	diameter (kpc)	afstand (kpc)	
Melkwegstelsel	Sb of Sc	20	10	} ondergroep
Grote Magelh. Wolk (LMc)	Ir of SBc	6.3	50	
Kleine " " (SMc)	Ir IV - V	3.1	61	
Ursa Minor systeem	dE	0.3	50	
Sculptor	dE	0.7	50	
Draco	dE	0.3	70	
Fornax	dE	1.6	110	
Leo II	dE	0.3	180	
Leo I	dE	0.6	260	
NGC 6822	Ir	2.3	480	
Andromedanevel = M31	Sb I - II	3.3 3.3	} Andromeda tripelsysteem	} 690 kpc Andromeda- groep
M32	E2	0.7		
NGC 205	E6 p	2.4		
NGC 185	dE 0	1.0	} dubbelsysteem	
NGC 147	dE 4	1.4		
IC 1613	Ir V	3.0		
M33 (Triangulum)	Sc	14		
Maffei I en II	S ?	?		

dus:

3	spiraalstelsels (de drie grootste)
10	elliptische stelsels, vooral dwergstelsels
4	onregelmatige
enige	onbekende

en: slechts twee stelsels met $r > 20$ kpc
 verder twee met $r > 5$ kpc
 de rest zijn dwergstelsels.

In 1970 zijn de Maffeï-objekten (als gevolg van infrarood onderzoek) als sterstelsels geklassificeerd. Ze liggen in het melkwegvlak en zijn sterk verduisterd. Op het ogenblik is het onduidelijk of ze tot de lokale groep behoren, en wat voor stelsels het precies zijn. 80 - 90% van de massa zit in de MWS-groep en de M31 - groep. Laat met $M_{MWS} \approx \frac{1}{4} M_{M31} \approx 10^{11} M_{\odot}$ en relatieve snelheid ~ 125 km/s zien dat $E_{kin} + E_{pot} > 0$, zodat het systeem instabiel is. Mogelijk wijzigt deze konklusie drastisch bij nader onderzoek van Maffeï I en II.

V.6.1. Magelhaense Wolken

Aan de Zuidelijke hemel, zo helder als de melkweg. Beide wolken zijn langwerpig zonder duidelijke kern. Tussen beide is een brug van neutrale waterstof. De SMC heeft een vleugel in de richting van de LMC; in die vleugel veel neutrale waterstof: lijkt op een spiraalarm, heeft populatie I bevolking. Om de wolken een soort halo met populatie II.

In de LMC vooral populatie I, 30 Doradus kompleks, met waterstof, H^+ gebied, jonge sterren, stof e.d.

In beide zeer veel bolvormige sterhopen, "gewone" oude, maar ook blauwe jonge! Ideale objekten voor het bestuderen van sterevolutie: we weten de afstand vrij goed, bovendien staan alle sterren vrijwel even ver weg. Door gebrek aan observatoria op het zuidelijk halfrond komt het werk nu pas echt op gang.

Alle soorten objekten komen voor: δ -Cepheï sterren (afstandsbe-paling!), RR-Lyrae, novae, planetaire nevels, open sterhopen en bolhopen, H^+ gebieden (zou het 30 Doradus gebied op de plaats van de Orionnevel staan, dan zou het op aarde een schaduw geven; 10^4 maal helderder dan Orion!).

De SMC is waarschijnlijk een onregelmatig stelsel, de LMC mogelijk een balkspiraal. Storingen door het MWS zijn waarschijnlijk, getijdenwerking.

De LMC vertoont differentiële rotatie (fig.54), behalve het binnenste gedeelte dat als een vast lichaam roteert met $P \sim 2.5 \times 10^8$ jaar.

De inklinatiehoek is onzeker, maar $\sim 30^\circ$ met het hemelvlak. Totale massa $\sim 5 \times 10^9 M_\odot$? Hiervan is $\sim 10\%$ in neutrale waterstof (bij het MWS is dit maar $\sim 1\%$). Het centrum van de rotatie valt niet samen met het midden van de "balk". In de SMC zijn de waarnemingen aan de 21 cm en andere snelheden zó, dat geen goed beeld van rotatie of geen rotatie te krijgen is.

Beide systemen hebben een uitgebreide niet-thermische radio halo.

V.6.2. De Andromedanevel = M31 = NGC 224

Afmetingen, structuren, massa, sterbevolking, radiostraling en rotatie lijken erg op die van het MWS.

Kern: lijkt op een bolhoop qua diameter, maar met massa $\sim 10^7 M_\odot$ (100 x bolhoop); starre rotatie met $P \sim 5 \cdot 10^5$ jaar; uitstromend gas.

De Andromedanevel heeft een radiohalo (moeilijk meetbaar!) die veel groter is dan het optische stelsel.

Uit de studie van blauwe reuzen, Cepheïden, novae, planetaire nevels, sterhopen, wordt de afstand bepaald (zie onder): de absorptie is slecht bekend, zodat de waarden variëren van 398 kpc tot 690 kpc!! De laatste waarde wordt veelal aangehouden. Het niet vinden van RR-Lyrae veranderlijken in 1952 in de kern van M31 leidde tot het herzien van de periode-lichtkrachtwet der Cepheïden en het scheiden van "cluster Cepheïden" en klassieke Cepheïden.

V.7. Extragalaktische stelsels

Naamgeving: mooie grote krijgen een eigenaam: Andromedanevel e.d., verder: M... (Messier katalogus); NGC... (New General Catalogue) e.a. Enorm veel gevonden met de Mount Palomar Sky Survey (879 platen van 35,6 x 35,6 cm, opgenomen met de Schmidt-spiegel van Mount Palomar; veld $6\frac{1}{2} \times 6\frac{1}{2}$).

Voorkomen: aan de hele hemel behalve in de "zone of avoidance" ($10^\circ - 40^\circ$ breed) langs de Melkweg. Verder in groepen ($< 40^\circ$), en de groepen komen regelmatig verdeeld voor. Op de P.S.S.-platen 50 groepen van sterstelsels per plaat!

Klassifikatie:

volgens Hubble-Sandage naar uiterlijk voorkomen:

elliptische (E), spiralen (S), balkspiralen (SB) (fig. 45).

E-stelsels: onderverdeling volgens afplatting, a = langste as, b = kortste as, rangnummer: $10 \left(1 - \frac{b}{a}\right)$. Alleen het beeld aan de hemel wordt bekeken, niet een eventueel scheve stand t.o.v. waarnemer.

Statistisch blijkt dat alle verdelingen tussen 0 en 6 evenveel voorkomen.

S-stelsels: altijd twee armen vanuit een kern, of een vage spirale-
rige structuur. Zie verder in figuur voor nauwe spiralen (a) naar
wijde spiralen (c).

SB-stelsels: verlopen van een θ -systeem (a) naar een S-systeem (c).

SO-stelsel : overgang van E naar S of SB.

Ir-stelsels: onregelmatig: schoolvoorbeeld SMC: geen kern, geen dui-
delijke symmetrie, veel stof en gas.

dE-stelsels: zeer veel voorkomende, maar moeilijk vindbare dwerg-
elliptische stelsels.

Schijnbaar is 70% van alle stelsels S of SB; dit komt omdat ze in
het algemeen helderder zijn. In de lokale groep zijn de E en vooral
dE stelsels in de meerderheid.

V.7.1. Algemene eigenschappen

Diameter: De strooiing is erg groot en de diameters variëren van 0.3
tot 30 kpc. Sommige E-stelsels zijn zelfs nog groter dan 50 kpc. Bij
S-stelsels ongeveer een faktor 5 in de spreiding. Dus het MWS en M31
behoren tot de grootste stelsels! Ondergrens is moeilijk te vinden
omdat dwergstelsels erg moeilijk waarneembaar zijn. Mogelijk is er
een overgang van dE naar bolhopen.

Absolute helderheid

Spreiding veel kleiner dan bij sterren, nl.: van -15^M tot -20^M
(MWS: $\sim -20^M$). (Extreme waarden -10^M tot -22^M , mogelijk voor qso's
e.d. nog veel groter!). Hoe beter de spiraalarmen ontwikkeld zijn
(meer blauwe superreuzen en H^+ gebieden), hoe lichtsterker het stel-
sel.

De lichtverdeling over E-stelsels is voor vrijwel allemaal dezelfde,
nl.:

$$\log L' = - 3.33 \left\{ \left(\frac{R}{R_e} \right)^{1/4} - 1 \right\},$$

R_e = straal waarbinnen de helft van de straling wordt geëmitteerd, en
 L' = oppervlaktehelderheid in punt of afstand R / idem op R_e .

Opmerking: volgens deze formule zijn ook de stelsels in een groep
sterstelsels verdeeld en de buitenste sterren in een bolhoop, inte-
ressant niet waar !

Bij S-stelsels ziet de kern er uit als een E-stelsel, de armen vari-
eren sterk. E-stelsels en kernen van S-stelsels zijn vaak roder, de
armen van S-stelsels overwegend blauw.

Spektraaltype

Verloopt van G-K bij E-stelsels via So, Sa, Sb, Sc naar jongere typen met uiteindelijk in Ir overwegend een A-type spectrum.

Ook: sterk gekoncentreerde stelsels: late typen; gelijkmatig verdeelde stelsels: vroege typen.

Of : E-stelsels: weinig emissielijnen en in "late" spiralen en Ir vaak emissielijnen van gasniveaus.

De oude terminologie om E "vroeg" en wijde spiralen "laat" te noemen is duidelijk omgekeerd vergeleken met de ster-inhoud, nl.: populatie II in E-typen en populatie I in steeds wijdere S-stelsels.

Rotatie

De kernen roteren vaak star, waarbij de kernen in E-stelsels iets sneller lijken te roteren dan die in wijde S-stelsels.

Massabepaling

- uit rotatie: d.w.z. wanneer die bekend is

dan verder analoog als bij het MWS. Dit is alleen toepasbaar op de dichtstbijstaande stelsels. Bij verschillende vooronderstellingen wordt bijvoorbeeld voor M31 gevonden: $170 - 370 \cdot 10^9 M_{\odot}$.

- uit dubbelsystemen via de 3e wet van Kepler.

Zij $m_1 \sim m_2 \sim m$ dan is $2m \sim \frac{a^3}{P^2}$, met a = halve lange as in AE en P in jaren, m in M_{\odot} .

en $P = \frac{2\pi a}{w}$, met w in AE per jaar.

We meten nu de projectie van a aan de hemel: s , met

$s \left[\text{''} \right] = \frac{a \sin \gamma}{r}$, met γ de projectiehoek, r de afstand in pc.

Voor ver weg liggende systemen bepalen we r met de wet van Hubble, (zie V.8.): $r = Hv$, waarbij v de verwijderingssnelheid is, en w bepalen we uit het verschil in v voor het ene en voor het andere stelsel. Door het onbekend zijn van de projecties sluipen erg veel onzekerheden in, maar bij middelen over grotere aantallen paren (20 stuks) komt er uit:

$\bar{M} \sim 80 \cdot 10^9 M_{\odot}$, maar beter klopt: 50% van $150 \cdot 10^9 M_{\odot}$ en 50% van $5 \cdot 10^9 M_{\odot}$.

- uit het viriaaltheorema.

De gevonden waarden voor de totale massa van een groep stelsels is véél groter dan alle andere schattingen en waarschijnlijk gaat gewoon het viriaaltheorema hier niet op.

- Ook voor sterstelsels geldt een soort massa-lichtsterkte wet

(fig. 46), met $f = \frac{M \text{ in } M_{\odot}}{L \text{ in } L_{\odot}}$; afgeleid uit waarnemingen aan de lokale groep.

Ook hierbij zijn de fouten aanzienlijk. Duidelijk is dat bij E-stelsels (oude typen sterren) M/L erg groot moet zijn, terwijl in Ir, waar veel stervorming optreedt: superreuzen, H⁺ gebieden, M/L vrij klein is. Ook in het MWS geldt dat

$$\text{M/L populatie II} \sim 100$$

$$\text{M/L populatie I} \sim 1.$$

Radiostraling

Uit alle Sb en wijdere spiralen komt radiostraling. Bij E-stelsels in het algemeen geen radiostraling: in een aantal gevallen ontzettend veel (zie V.7.3.), maar dan is daar ook heftige kernactiviteit.

V.7.2. Afstandsbepalingen

Net als in het MWS is het van het grootste belang de afstanden van de sterstelsels zo nauwkeurig mogelijk te bepalen. We maken vrijwel uitsluitend gebruik van fotometrische methoden; dus:

$$\log r = 0,2 (m - M) + 1, \text{ met } r \text{ in pc.}$$

- blauwe reuzen (verwarrend met H⁺ gebieden) (rijkwijdte: 15 Mpc)
 - klassieke Cepheïden (2 Mpc)
 - populatie II Cepheïden (clustervariabelen, W-Virginis sterren)
 - RR-Lyrae sterren (0.2 Mpc)
 - de helderste sterren in een bolvormige sterhoop; deze hebben ongeveer dezelfde absolute magnitude, maar bijv. in de Magelhaense wolken gaat dit niet op. (1 Mpc)
 - totale helderheid van een bolhoop: $M = -5^M \dots -10^M$, dus enorm onzeker. (15 Mpc)
 - novae (4 Mpc)
 - supernovae (grote spreiding in de absolute magnitude). (100 Mpc)
 - planetaire nevels.
- "geometrische" methoden: - diameters van bolhopen ($\sim 50 - 70$ pc),
 maar moeilijk te bepalen, idem voor H⁺ gebieden (~ 200 pc).

Geen enkele methode is direkt, en alle zijn feitelijk geijkt via geometrische methoden voor de dichtstbijzijnde sterren. Aangezien bij al deze methoden de absorptie ook nog een rol speelt is het duidelijk hoe moeilijk en onbetrouwbaar deze metingen zijn.

Sekundaire methoden (afgeleid uit waarnemingen van dichtbij stelsels)

- totale helderheid van een stelsel: $\bar{M} \sim -18^M$; zeer grote spreiding; beperking tot één bepaald type is betrouwbaarder.
- het op n na helderste lid van een groep. Het helderste lid wil nogal eens afwijken, maar de daaropvolgende geven een vrij goede indicatie:

- $n = 1: -22.2^M$; $n = 5: -21.3^M$; rijkwijdte ~ 500 Mpc.
- diameter van een stelsel: zeer grote spreiding, zeer onnauwkeurig.
 - roodverschuiving van spektraallijnen t.g.v. uitdijng van het heelal:
- $v_{\text{radiëel}} = Hr$, met $H \approx 100$ km/s/Mpc (zie V.8.).
- tot op zeer grote afstand bruikbaar. Fout in H geeft fout in alle afstanden. H moet aan dichtbijzijnde stelsels worden bepaald. Vaak wordt ook alleen de roodverschuiving z opgegeven als maat voor de afstand.

V.7.3. Groepsvorming

De verdeling van extragalactische stelsels aan de hemel ver-
toont voor gebieden $< 4^\circ$ een zeer duidelijke groepsvorming. De groe-
pen zelf zijn wel gelijkmatig over de hemel verdeeld, wanneer ten-
minste rekening wordt gehouden met de interstellaire absorptie.

Zeer veel dubbelstelsels, stelselsystemen met duidelijke inter-
aktie, meervoudige systemen en zeer grote groepen zijn bekend.

Voorbeeld: Virgo cluster, cluster in het hoofdhaar van Berenice.

Aantallen: zij n = aantal stelsels in een systeem.

$N(n)$ = aantal systemen met n stelsels

$NN(n)$ = aantal stelsels in systemen met n stelsels

dan geldt voor een bepaald gebied:

n	$N(n)$	$NN(n)$
2	695	1390
3	96	288
4	22	88
5	6	30
6	2	12
7	4	28
8	1	8
9	0	0
10	1	10

Totaal: 827 1854

Deze paren vormen dan gezamenlijk weer veel grote groepen.

Schatting: $\sim 50\%$ van alle stelsels horen bij een meervoudig systeem.

Afstanden: in groepen zonder zichtbare wisselwerking ~ 21 kpc
" " met " " ~ 7.5 kpc

(Afstand Melkweg - Andromeda ~ 700 kpc)

(Afstand Melkweg - Magelhaense wolken ~ 60 kpc).

Opmerking: hieruit is duidelijk dat het MWS een groot stelsel is,
gemiddeld zijn ze veel kleiner.

Interactie: lichtbruggen, vervorming van spiraalarmen, uitwaaieren-
de staarten, bruggen van radiostraling.

De bruggen bevatten veel gas, stof en jonge sterren.
 Voorbeeld: Stephan's Quintet, M51 in Jachthonden.

In de grote groepen komen alle soorten sterstelsels voor; vaak wordt het centrum gevormd door een groot elliptisch stelsel. Deze laatste hebben een grotere waarschijnlijkheid om radiobron te zijn dan de andere leden van de groep.

De Mount Palomar Sky Survey geeft ongeveer 1 groep sterstelsels per vierkante graad.

Aantal stelsels per groep: 50 - 100, sommige groepen veel meer:
Virgo groep + 3000. Deze groep omvat 7° aan de hemel en is al door Herschel ontdekt. $v_r \sim 1200 \text{ km/s} \rightarrow r = 12 \text{ Mpc}$ (wet van Hubble).
1410 hoop : $v_r = 0.46 c$: $r = 1400 \text{ Mpc}$.

Dynamika:

relatieve snelheden: $\sim 250 - 500 \text{ km/s}$ voor de kleine groepen
 $\sim 1000 - 2000 \text{ km/s}$ voor de grote groepen.

Massabepaling met viriaaltheorema levert een zeer grote massa op (tot 30x meer dan uit optische schattingen volgt).

Verklaringen: - zeer veel interstellaire materie en rode lichtzwakke sterren

- viriaaltheorema voorwaarden zijn niet vervuld.

Dit laatste is waarschijnlijk de reden.

V.7.4. Radiostelsels en quasi-stellaire objecten

Alle stelsels zenden radiostraling uit. Men onderscheidt twee soorten:

zwakke radiostralers: $L_{\text{radio}} < 10^{41} \text{ erg s}^{-1}$.

Voorbeelden: MWS, Andromeda, en de meeste spiraalstelsels en onregelmatige stelsels. Verder een groot aantal elliptische stelsels.

sterke radiostralers óf radiostelsels: $L_{\text{radio}} > 10^{41} \text{ erg s}^{-1}$.

Voorbeelden: een aantal reuze elliptische stelsels, vaak met stofband; stelsels met felle kompakte kernen zoals: Seyfert stelsels, z.g. N-stelsels; quasi stellaire objecten.

Eigenschappen van de radiobronnen:

- erg vaak dubbel
- veel groter dan het optische stelsel (zie fig. 47)
- niet-thermisch spektrum (verklaard door synchrotronstraling).

Alle heftigheidsaspecten nemen toe met grotere compactheid van de kern: dus: lichtsterkte, variabiliteit, aanwijzingen voor explosies.

Mooie voorbeelden van radiostelsels:

Cen A = NGC 5128 (fig. 47); afstand $\sim 5 \cdot 10^6$ pc, $L_{\text{radio}} = 10^3 L_{\text{MWradio}}$; reuze elliptisch stelsel met stofband en zeer grote radiobron (10° aan de hemel!).

Cyg A, afstand ~ 170 Mpc, $v_r = 17000$ km/s.

Optisch een zwak stelsel, maar op het radiogebied een der sterkste bronnen. $L_{\text{radio}} \sim 10^6 L_{\text{radio MW}}$.

quasi-stellaire objecten:

Tegen 1960 "sterren" bekend met onbegrepen spektrum, en radiostraling.

1963 - verklaring van het spektrum door grote roodverschuiving. (fig. 48 en 49). Het kunnen vanwege de grote snelheid geen galactische objecten zijn; verklaring d.m.v. de roodverschuiving t.g.v. de algemene uitdijing van het heelal.

In werkelijkheid is waarschijnlijk slechts 1 - 10% van de QSO's een radiostraler; de gewone niet-radio stralende BSO's zijn nauwelijks van gewone zwakke blauwe sterren te onderscheiden.

De QSO's behoren tot de meest lichtsterke objecten in het heelal en zijn ideaal voor kosmologisch onderzoek.

Globale eigenschappen: variabel ($T \sim 1$ jaar en minder)

soms radiobron

$L \sim 10^{46-48}$ erg s⁻¹ (MWS $\sim 10^{41-42}$ erg/s)

diam. \sim enkele lichtjaren (MWS $\sim 10^5$ lichtjaar)

massa $\sim 10^{10-11} M_\odot$. (MWS $\sim 10^{11} M_\odot$).

V.8. Het Heelal

De structuur van de ruimte kunnen we alleen experimenteel bepalen. Er is geen duidelijke a priori reden waarom de ruimte wel of niet euklidisch moet zijn, of 3-dimensionaal.

Op kleine schaal vinden we een 3-dimensionale euklidische ruimte. Op grote schaal doet men onderzoekingen door het tellen van sterstelsels, QSO's, radiobronnen.

V.8.1. Uitdijing van het heelal

1912 - Eerste radiële snelheidsmeting.

1917 - Eerste theorie met expansie.

1929 - Hubble toont aan dat de afstand evenredig is met de radiële verwijderingssnelheid.

1955 - 800 radiële snelheden bekend, 8 met $v_r > 10.000$ km/s.

1960 - groepen sterstelsels bekend met $v_r > 0.5 c$.

1968 - nu - QSO's bekend met $v_r \sim 0.85 c$.

$$(z = \frac{\lambda_{\text{obs}} - \lambda}{\lambda} = 2.8) \quad (\text{fig. 48, 49}).$$

Relativiteitstheorie leert: $1 + z = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\lambda_{\text{emissie}}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c}}$.

Hubble vond: $v_r = Hr$, tegenwoordig met $H = 100 \pm 20 \text{ km/s/Mpc}$.

Opmerking 1 In 1931: $H = 558$ (fig. 48)

In 1952: $H = 290$ (Baade: correctie van δ -Cepheïde periode lichtsterkte relatie)

In 1956: $H = 180$

Tegenwoordige waarde: 75, 82, 106, 113; gemiddeld: 100.

Opmerking 2 Voor het omrekenen van een roodverschuiving naar een afstand moet men eigenlijk het kosmologische model kennen. De formule $v = Hr$ is alleen een 1^e orde benadering, en geldt beslist niet voor grote afstanden. Vaak geeft men daarom tegenwoordig alleen de roodverschuiving z op, en geen afstand.

Opmerking 3 De wet van Hubble is alleen te ijken voor kleine z , waarin grote fouten schuilen. Verder zijn alle afstandsbepalingen weer terug te voeren tot de trigonometrische parallax-bepalingen.

Opmerking 4 Een homogene expansie $v_r = Hr$ ziet er overal hetzelfde uit. (Ga dit zelf eens na!).

Opmerking 5 De Hubble konstante H komt bij de heelalmodellen te voorschijn als $H = \frac{1}{R_0} \frac{dR_0}{dt}$, waarbij R_0 een schaalfactor voor het heelal is, zodat $\frac{1}{H} = \frac{R_0}{\dot{R}_0} \approx T_0 =$ leeftijd van het heelal.

Uitrekenen levert op: $T_0 \sim 10^{10}$ jaar. (Reken dit na!).

Dit klopt wel ongeveer met de geschatte leeftijden van sterstelsels, radioactieve bepalingen e.d.

Bij versnelde expansie zou T_0 kleiner zijn.

Bij vertraagde expansie zou T_0 groter zijn.

V.8.2. De versnellingsparameter

Uit de tellingen van sterstelsels naar de schijnbare helderheid kan in principe afgeleid worden of er een versnelde of een vertraagde expansie aan de gang is. Het ziet er naar uit dat we te maken hebben met een niet-vertraagde expansie: $\ddot{r} \geq 0$. Nog zeer onzeker. (zie

fig. 49, 50).

De versnelling of vertraging hangt af van de gemiddelde dichtheid in het heelal. De kritische dichtheid is $\sim 10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$; is de gemiddelde dichtheid groter dan is er vertraging, anders versnelling. De waarnemingen leverden vroeger op $\sim 10^{-31}$ of $10^{-32} \text{ g cm}^{-3}$, tegenwoordig wat hoger. Dit zou wijzen op een versnelde uitdijing.

V.8.3. Evolutie

De tellingen aan radiobronnen geven ook informatie. In fig. 51 is het verschil tussen de echte tellingen en de verwachtingen bij een euklidisch heelal uitgezet. Voor grote helderheden is dit verschil eerst positief, later wordt het negatief. De negatieve helling is steiler dan welk model ook kan verklaren, en moet het gevolg zijn van evolutie in de afgelopen periode: dus vroeger minder radiobronnen dan tegenwoordig.

V.8.4. De 3-K achtergrondstraling

Vrij recent heeft men ontdekt dat vanuit het heelal een isotrope radiostraling komt. Deze heeft (wanneer het zwarte lichaamstraling zou zijn) een helderheidstemperatuur van $3 \text{ }^\circ\text{K}$. Voor waarnemingen en details verwijs ik naar de betreffende praktikumproef.

Men verklaart deze straling door aan te nemen dat in een vroege fase van het heelal (R veel kleiner dan nu, T groter) materie en straling gekoppeld waren (zie hoofdstuk VI). Bij uitdijing ontkoppelden deze twee, zodat de straling langzaam een lagere helderheidstemperatuur kreeg, terwijl de materie kondenseerde in sterstelsels e.d.

Konklusies uit waarnemingen t.a.v. de grote structuur van het heelal:

- het heelal dijt uit, homogene expansie, binnen de nauwkeurigheidsmarge is $v_r = Hr$; de expansie is $\sim 10^{10}$ jaar geleden begonnen.
- er zijn tegenstrijdige aanwijzingen voor het feit of het heelal hyperbolisch is (R neemt steeds toe, en \dot{R} ook) of elliptisch (pulserend heelal). De meeste aanwijzingen gaan in de richting van hyperbolisch, maar nog zeker niets vaststaand.
- evolutie-effecten zijn onomstotelijk aangetoond: tellingen van radiobronnen en 3K-straling, dus: geen steady state heelal.