

ASTROFYSICA

tekst voor leerlingen

COMMISSIE MODERNISERING LEERPLAN NATUURKUNDE

in samenwerking met de Directie Her- en Bijscholing Docenten
van het Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen.

1975

Auteursrechten voorbehouden

VOORWOORD

Deze tekst "Astrofysica" is gegroeid uit een aantal bijdragen. In 1969 werd door de Commissie Modernisering Leerplan Natuurkunde besloten door middel van een experiment te onderzoeken of voor een keuze-onderwerp astrofysica een aantrekkelijk en uitvoerbaar programma samengesteld kon worden. Daartoe werd een begeleidingscommissie ingesteld bestaande uit: Dr. F. Balkema, Dr. W.H. Capel, Dr. R.L. Krans, Dr. W.P.J. Lignac (secretaris) en Dr. C. Zwaan (voorzitter).

Voor het eerste experiment 1971-1972 hebben de deelnemende leraren Dr. J. van Diggelen, Drs. G.H. Geuverink, Drs. H. Visser, Drs. H.J. van de Meene, Drs. A.B.M. Smit in overleg met Dr. C. Zwaan een leerlingentekst samengesteld. De ervaringen brachten aan het licht dat een wat gewijzigde en meer homogene tekst beter zou voldoen. Drs. H.J. van de Meene heeft de tekst in deze geest herschreven voor het tweede experiment 1972-1973. Tijdens het tweede experiment is gebleken dat:

- . een tekst op verschillende manieren te gebruiken zou moeten zijn, zodat gekozen kan worden tussen, enerzijds een strakke aanbieding van een vrij omvangrijke hoeveelheid nieuwe en boeiende stof, en anderzijds behandeling van een wat kleinere hoeveelheid stof waarbij meer ruimte blijft voor zelfstudie van de leerlingen.
- . leraren die geen opleiding in de astrofysica hebben genoten behoefte voelen aan een didactisch beter hanteerbare tekst en aan een handleiding voor docenten.

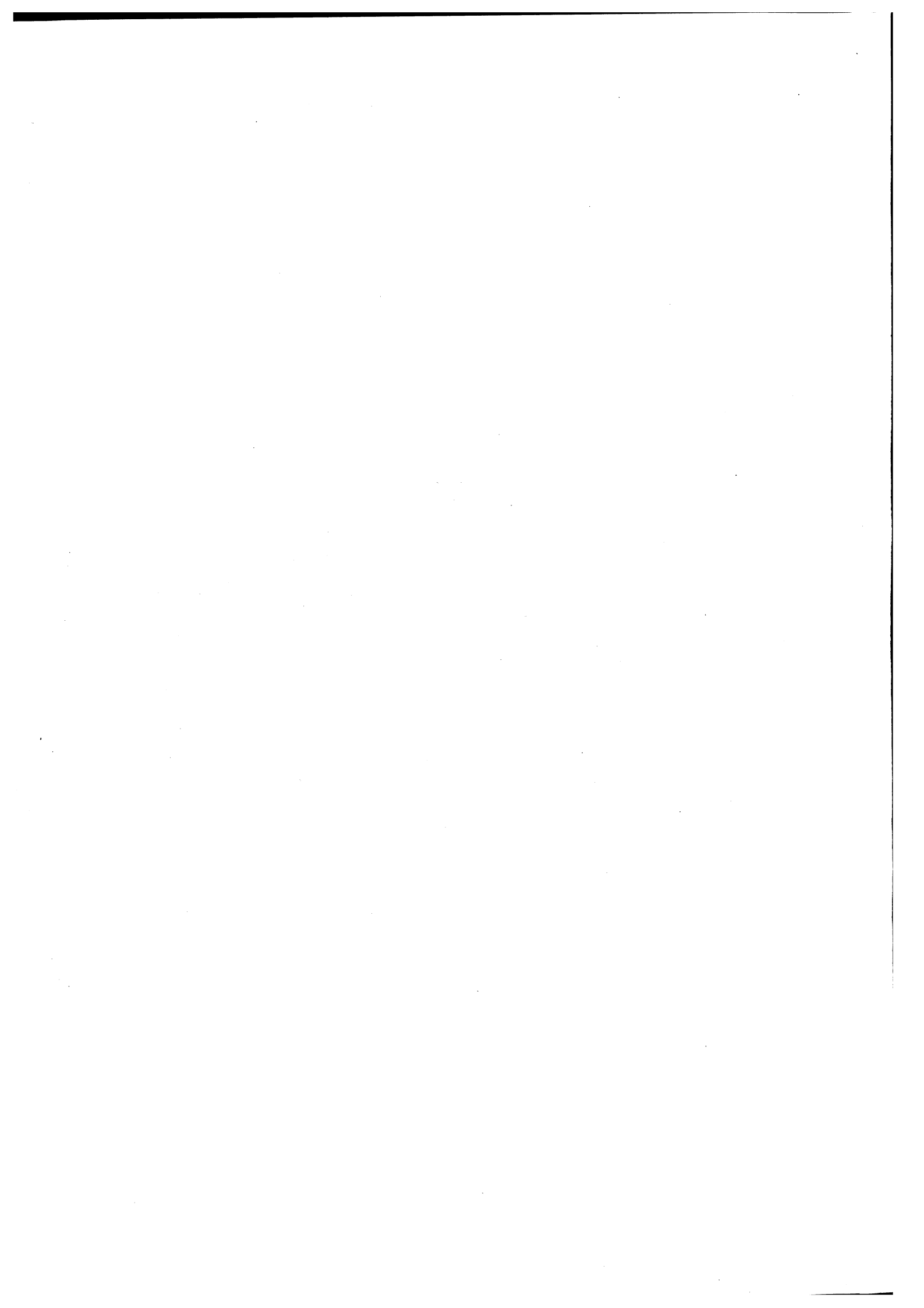
Wij hebben de tekst naar deze gezichtspunten herschreven en van een handleiding voor docenten voorzien. Daarbij hebben wij gebruik kunnen maken van de discussies in de vergaderingen van de begeleidingscommissie en de leraren, de vele opmerkingen in de schriftelijke rapportage en de schriftelijke commentaren op de concept-tekst. In dit voorwoord gaat onze bijzondere erkentelijkheid uit naar twee leraren die aan het tweede experiment meewerkten: naar Drs. R. Stoffels en Drs. H.J. van de Meene.

Het teken- en fotowerk werd op de Sterrenwacht te Utrecht uitgevoerd door de heren R. Staleman en J.A. Koopal.

Voor de manieren waarop de tekst kan worden gebruikt verwijzen wij naar de handleiding voor de docenten. Hier vermelden wij alleen dat de vele vragen in de tekst bedoeld zijn om de leerlingen aan te moedigen tot opbouwend meedenken en niet tot nabouwend reproduceren. De "tekstvervangende" vragen, die in de uiteenzetting van de materie niet gemist kunnen worden, zijn met een T achter het nummer aangeduid. De overige vragen dienen of als inleiding op een nieuw onderwerp of ter toetsing van het verworven inzicht.

J. van der Rijst.

C. Zwaan.



1 VERKENNING VAN HET WAARNEMINGSMATERIAAL

1.1 Wat is astrofysica	7
1.2 De waarnemingen	7
1.3 De dampkring	9
1.4 Beschrijving van de spectra van hemellichamen	10
1.5 Ons plan van onderzoek	11

2 THERMISCHE STRALING

2.1 De wet van Kirchhoff	12
2.2 De straling van een zwart lichaam	14
2.3 Thermische straling van niet-zwarte oppervlakken	16
2.4 Thermische straling van gassen	18
2.5 De zon	19
2.6 Temperaturen van sterren	25
2.7 Samenvatting	28

3 LIJNEN EN CONTINUA IN SPECTRA VAN STERREN

3.1 Spectra van gassen	30
3.2 Het spectrum van atomair waterstof	31
3.3 Spectra van andere elementen dan waterstof	33
3.4 Bezetting van de energieniveaus van een atoom	33
3.5 Atomen en ionen	34
3.6 De absorptiecoëfficiënt van hete gassen, continua en absorptielijnen in spectra van zon en sterren	37
3.7 De chemische samenstelling van zon en sterren	42
3.8 Samenvatting	43

4 CLASSIFICATIE VAN STERREN

4.1 De spectrale reeks (fenomenologische ordening)	44
4.2 De spectrale reeks als temperatuurreeks (fysische interpretatie).	44
4.3 Lichtsterkten van sterren; het Hertzsprung-Russelldiagram	47
4.4 Afmetingen van sterren	51
4.5 Massa's van sterren	51
4.6 Samenvatting	54

5. INWENDIGE STRUCTUUR EN EVOLUTIE VAN STERREN

5.1	Inleiding	56
5.2	Energievrijmaking	56
5.3	De fysica van het sterinwendige	58
5.4	Berekening van een stermodel	62
5.5	Evolutie van sterren	63
5.6	Evolutietijden; de verdeling van de sterren over het H.R.-diagram; schatting van de ouderdom van de sterren	71
5.7	De evolutie van sterren en de structuur van het melkwegstelsel.	74
5.8	Overzicht en samenvatting	77

APPENDIX:

2.7A	Thermische straling van planeten	81
3.1A	Fraunhofers grote ontdekking	82
3.6A1	Het spectrum van een gedeeltelijk ondoorzichtig gas	84
3.6A2	De continue absorptiecoëfficiënt in de zonneatmosfeer; de corona van de zon	85
4.1A1	Een grote verscheidenheid van sterspectra	87
4.1A2	Korte historie van de spectrale analyse	87
4.5A	Classificatie van sterren naar lichtsterkte en temperatuur . .	90
4.6A	Spectra van nevels	92
5.3.2A	Ontaarde (of gedegenererde) materie	98

FORMULES, CONSTANTEN	100
--------------------------------	-----

1 verkenning van het waarnemingsmateriaal

1.1 WAT IS ASTROFYSICA?

In de sterrenkunde komen verschillende vragen aan de orde, zoals: Hoe ver is de zon van ons verwijderd? Wat zijn sterren eigenlijk? Waarom zenden ze licht uit? Hoe lang kan dat doorgaan?

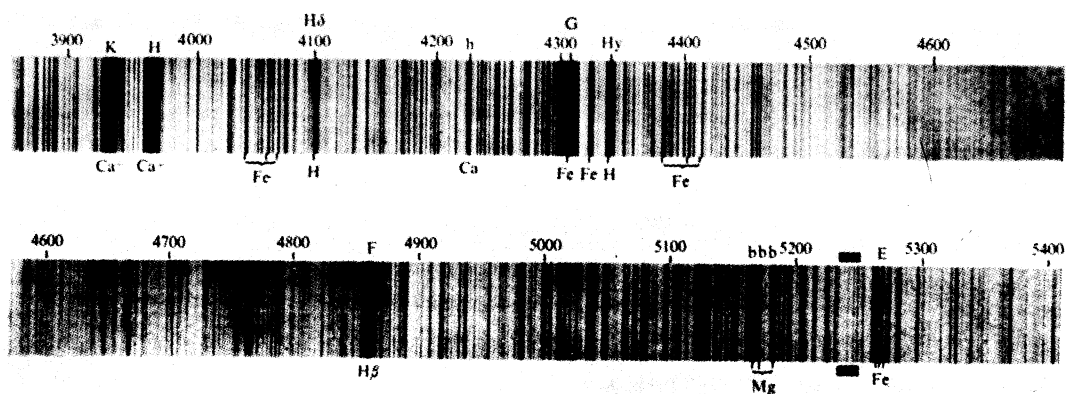
Een deel van deze vragen betreft de ruimtelijke bouw van het heelal. Andere vragen gaan over de natuurkundige toestand van de afzonderlijke sterrenkundige "objecten", zoals de zon, een bepaald type ster, maar ook het ijle gas dat tussen de sterren wordt aangetroffen. De tak van de sterrenkunde die zich met dit soort vragen bezighoudt, heet astrofysica. In deze keuzegroep proberen wij de bouw en de "werking" van de zon en van individuele sterren te begrijpen. De structuur van sterrenstelsels en de bewegingen binnen die stelsels komen slechts zijdelings ter sprake.

De werkwijzen van de fysicus en astrofysicus vertonen sterke overeenkomsten: beide groepen onderzoekers nemen waar en verrichten metingen die zij met reeds bekende natuurkundige wetten proberen te verklaren. Er is echter ook een kenmerkend verschil: de fysicus kan het voorwerp van onderzoek meestal binnen zekere grenzen beïnvloeden: hij kan experimenteren. Dat kan de astrofysicus niet: hij kan uitsluitend waarnemen en meten.

In de volgende paragrafen gaan we na welke waarnemingsgegevens de astrofysicus ter beschikking staan.

1.2 DE WAARNEMINGEN.

Tot in de 19e eeuw beperkten sterrenkundige waarnemingen zich vrijwel uitsluitend tot de bewegingen van de hemellichamen. Later kwam daarnaast nadere een bron van gegevens beschikbaar: het licht zelf, dat de sterren uitzenden. Dat licht kunnen we ontleden door er een spectrum van te ontwerpen. Daarmee wordt een "natuurkunde van de sterren" mogelijk. Wij halen even op hoe spectra worden gevormd en vastgelegd. De antwoorden op de volgende vragen kun je in je natuurkundeboek vinden.



- I. Deel van het zonnenspectrum van $\lambda = 390$ nm (uiterste violet) tot $\lambda = 540$ nm (groen) ($1 \text{ nm} \triangleq 10^9 \text{ \AA}$). Bij enkele Fraunhofer lijnen zijn identificaties onder het spectrum bijgeschreven (Mt. Wilson, Hale Observatories).

vraag 1

- a Welke soorten straling hebben hetzelfde karakter als zichtbaar licht?
- b Wat is de samenvattende naam voor al deze soorten straling?

vraag 2

Op welke manier(en) kun je van licht een spectrum ontwerpen?

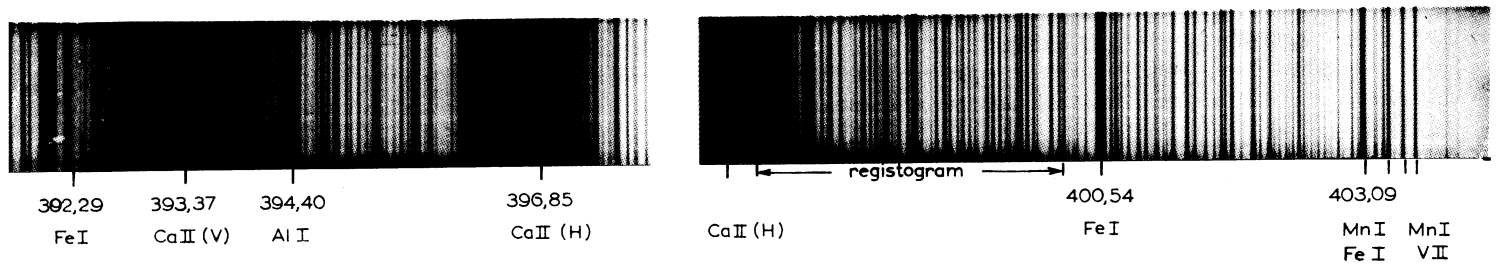
De platen I, II, V, VI, X, XI zijn voorbeelden van spectra.

vraag 3 T

Welke van de genoemde platen (of gedeelten daarvan) vertonen een:

- a continu spectrum
- b lijnen spectrum
- c banden spectrum
- d absorptie spectrum
- e emissie spectrum?

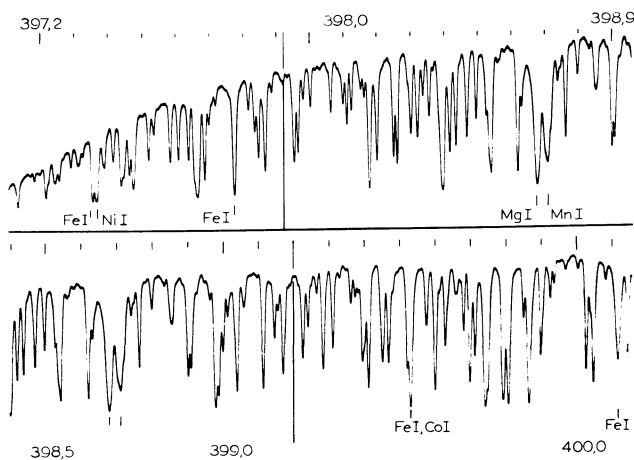
Van een spectrale plaat kunnen we ook een zogenaamd registogram maken. We laten dan licht van een constante intensiteit door de fotografische plaat vallen en meten voor iedere plaats (langs een lijn) welk deel van de oorspronkelijke bundel weer uittreedt. Zo krijgen we een beeld van de intensiteit voor de verschillende golflengten.



II. Detail van het zonnenspectrum in het gebied van 391,7 nm tot 404,0 nm (Sterrewacht Utrecht).

vraag 4

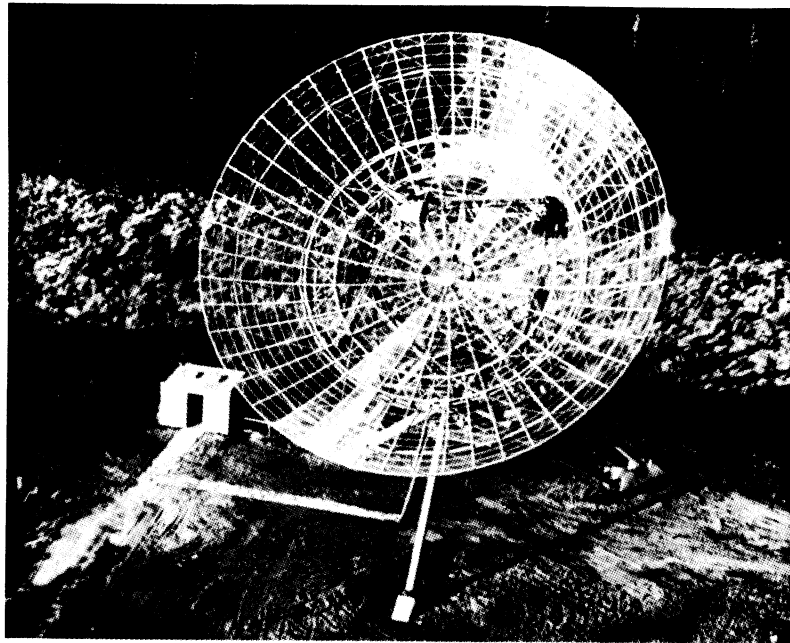
Op het registogram van plaat III zijn voor een paar lijnen de "identificaties" aangegeven. Welke lijnen komen hiermee overeen op het fotografische spectrum?



III. Registogram van het op plaat II gemerkte deel van het spectrum ($\lambda = 397,2$ nm tot $\lambda = 400,1$ nm). Merk op hoe ver de invloed van de vleugel van de Ca II lijn merkbaar is (Sterrewacht Utrecht).

1.3 DE DAMPKRING.

Niet alle straling die uit het heelal in onze richting valt bereikt het aardoppervlak, want de dampkring laat slechts gedeelten door. Zo kaatst een hoge laag van de dampkring (de ionosfeer) alle radiostraling terug met een golflengte groter dan 30 m. Bij golflengten tussen 5 nm en 20 m zorgt de absorptie door waterdamp en koolzuurgas ervoor dat vrijwel geen straling de aardkorst bereikt. Elektromagnetische straling met golflengten kleiner dan 300 nm wordt o.a. door de Ozon in onze dampkring geabsorbeerd.



IV. Eén van de radiotelescopen te Westerbork. De schijf van metaalgaas heeft een middellijn van 30 m; de antenne is in het brandpunt geplaatst.

Er blijven dus twee golflengtegebieden over waar binnen de straling het aardoppervlak kan bereiken (zie figuur 1).

- . Het radiovenster voor radiostraling met golflengten tussen de 5 mm en de 30 m. De meting van deze straling gebeurt met behulp van radiotelescopen, zie plaat IV.
- . Het optische venster voor het golflengtegebied tussen 300 nm en 20.000 nm. Dit omvat dus meer dan het zichtbare licht (400 - 700 nm). Binnen dit optisch venster zijn een aantal golflengtegebieden waar de absorptie in de dampkring zeer sterk is.

Het spectrum kan tot de golflengte van 1200 nm gefotografeerd worden. Straling van nog langere golflengten kan met andere methoden (fotocellen, thermo-elementen) gemeten worden.

vraag 5

Waarom zal men zich in ons land juist toeleggen op waarnemingen in het radiovenster?

vraag 6

Welke mogelijkheden zijn er om waarnemingen te verrichten buiten beide genoemde vensters?

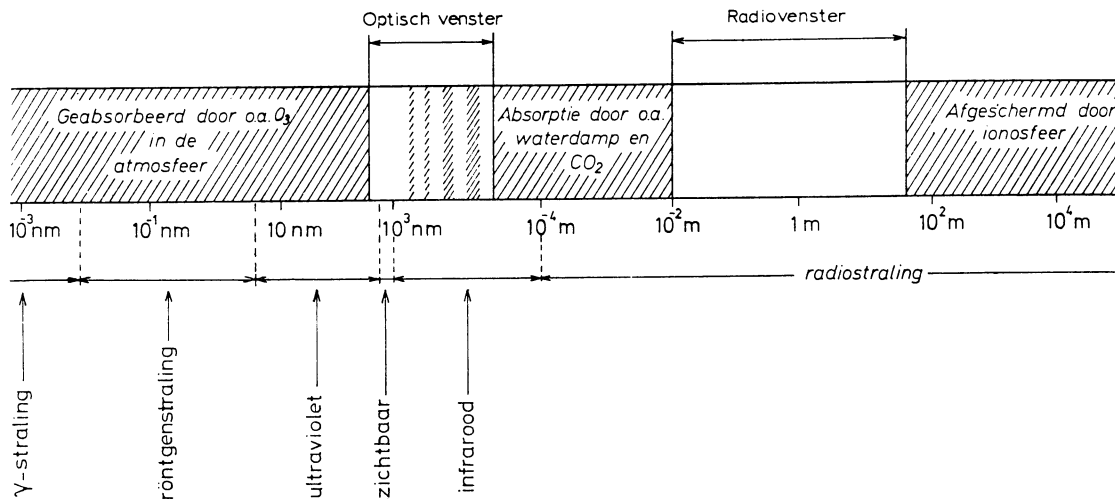


fig.1 Het spectrum van de elektromagnetische straling en de doorlating van de aardse dampkring (naar Gathier Sterrenkunde).

1.4 BESCHRIJVING VAN DE SPECTRA VAN HEMELLICHAMEN.

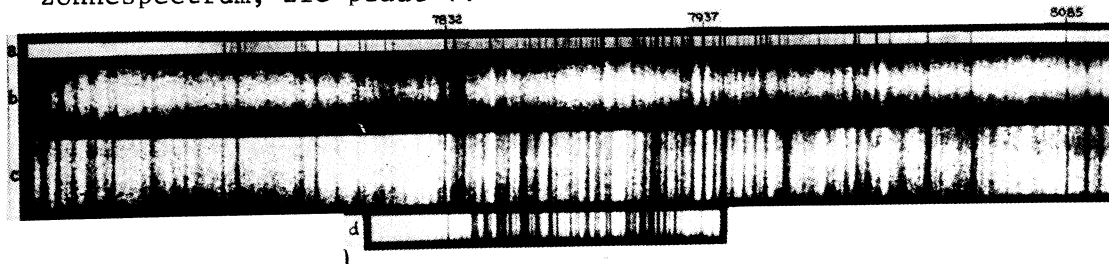
Hieronder beschrijven we beknopt het uiterlijk van spectra van sterren, planeten en nevels; op de verklaring van deze waarnemingen gaan wij in de volgende hoofdstukken in.

a Zon en sterren

De zon en de meeste sterren laten een continu emissie spectrum met absorptielijnen zien. De sterkten en het aantal lijnen verschilt sterk van ster tot ster. De platen I en II geven een deel van het zonnenspectrum. In hoofdstuk 4, plaat XIII zijn spectra van een aantal sterren weergegeven.

b Planeten

Spectra van planeten blijken veel overeenkomst te vertonen met het zonnenspectrum, zie plaat V.



V. Vergelijking tussen het spectrum van de zon (a), Saturnus (b), Jupiter (c) en het absorptiespectrum van NH_3 in het laboratorium (d) in het nabije infrarood. De golflengteschaal is in \AA ($1\text{\AA} \hat{=} 0,1 \text{ nm}$) (Mt. Wilson, Hale Observatories).

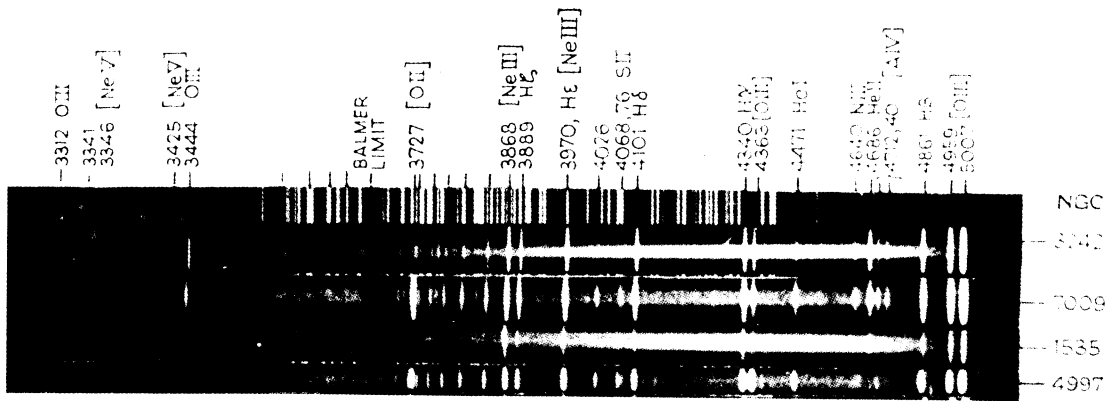
vraag 7 T

- Wat is het verschil tussen een ster en een planeet?
- Verklaar nu de overeenkomst tussen een planeet- en het zonnenspectrum.
- Wat is de oorzaak van deze verschillen in deze spectra?

c Nevels

Om sommige sterren worden lichtende nevels waargenomen. Zo'n nevel vertoont een emissie spectrum met heldere lijnen op een zwak continuüm als achtergrond.

Plaat VI geeft de spectra van een aantal nevels.



VI. Spectra van vier lichtende nevels, aan de rechterzijde aangegeven door hun nummers uit de New General Catalogue. De bovenste strip geeft het vergelijkingsspectrum van Fe, ter ijkning van de golflengteschaal. De golflengten en de identificaties van de emissielijnen in de nevelspectra staan langs de bovenrand; het Romeinse cijfer achter het chemisch symbool geeft het aantal malen dat het element geïoniseerd is, plus 1 (McDonald Observatory).

vraag 8

Welke gassen komen zeker voor in de nevel NGC 4997? (plaat VI).

1.5 ONS PLAN VAN ONDERZOEK.

Vrijwel alle natuurkundige kennis van hemellichamen moeten wij "lezen" uit hun spectra. Daartoe moeten wij het "spectrale schrift" leren ontcijferen. Wij gaan systematisch te werk door eerst te onderzoeken wat het continue spectrum te vertellen heeft. (hoofdstuk 2). Daarna onderzoeken wij in hoofdstuk 3 de rijkdom aan gegevens die in het lijnenspectrum opgeslagen ligt.

2 thermische straling

2.1 DE WET VAN KIRCHHOFF.

Als de temperatuur van een voorwerp voldoende hoog is voelen we op een afstandje een warmtewerking op onze huid, die bij verdere temperatuurverhoging samengaat met het uitzenden van zichtbaar licht. Dit licht is bij toenemende temperatuur eerst rood, daarna geel en tenslotte bij zeer hoge temperatuur wit. Blijkbaar wordt inwendige energie (warmte) omgezet in elektromagnetische stralingsenergie. Dit proces noemen wij de uitzending (emissie) van thermische straling.

Ook het omgekeerde proces vindt plaats. Wanneer een voorwerp wordt bestraald, dan treedt een temperatuurstijging op. Nu wordt elektromagnetische stralingsenergie omgezet in warmte.

vraag 9 T

Op gelijke afstand van een straalkachel worden twee identieke thermometers geplaatst. Het reservoir van één der thermometers is met roet bedekt.

a Welke thermometer stijgt het snelst in temperatuur?

Het straalkachel wordt uitgeschakeld.

b Welke thermometer bereikt het snelst weer kamertemperatuur?

vraag 10 T

Waarom zal men in de tropen bij voorkeur in witte kleding in de zon lopen?

De straling die door een voorwerp wordt uitgezonden hangt af van de temperatuur en van de aard van het voorwerp. Voor het onderzoek van stralende voorwerpen kunnen wij stralingskrommen maken door in een groot aantal kleine golflengtegebiedjes de stralingsenergieën te meten en deze tegen de golflengte uit te zetten (figuur 3). Gloeiende vaste stoffen en vloeistoffen blijken straling uit te zenden met een continu spectrum.

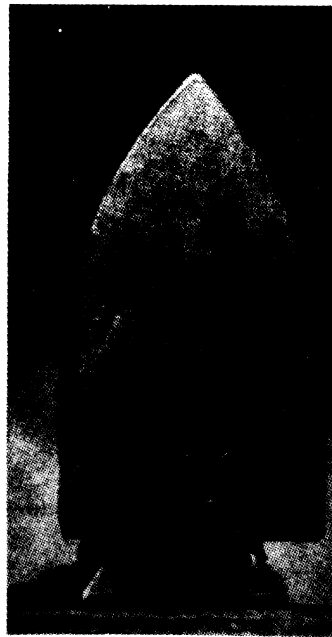
Uit de vergelijking van de absorberende en emitterende eigenschappen van voorwerpen leidde Kirchhoff een belangrijke wet af:

Naarmate een lichaam bij een bepaalde golflengte straling beter absorbeert kan het bij diezelfde golflengte ook meer straling uitzenden.

Enkele gevolgen en toepassingen van de wet van Kirchhoff kennen we reeds uit het dagelijks leven: spiegelende voorwerpen stralen heel slecht (daarom zijn de wanden van een thermosfles spiegelend gemaakt); dof-zwarte oppervlakken stralen heel goed (daarom zijn ouderwetse potkachelletjes dofzwart). Bekijk ook plaat VII eens!

vraag 11

Kun je met de wet van Kirchhoff het gedrag van de thermometers in vraag 9 T verklaren?



VII. Rechts: een opname in daglicht van een strijkijzer.
 Links : hetzelfde strijkijzer gefotografeerd in infrarode straling. Omdat de temperatuur T lager is dan 700 K zendt het strijkijzer geen zichtbare straling uit. De vlekken van Oost-indische inkt stralen veel sterker dan het glimmende metaal (Jenkins en White: Fundamentals of Optics).

De wet van Kirchhoff geldt ook voor gassen: je herinnert je waarschijnlijk de proef van de omkering van de gele natriumlijn: gloeiende natriumdamp kan geel licht alleen in een heel klein golflengtegebiedje zeer goed absorberen, maar ook zeer goed uitzenden.

De vorm van de stralingskromme is afhankelijk van de kleur maar ook van de temperatuur van het voorwerp. Om nu de afhankelijkheid van de stralingskromme van de temperatuur afzonderlijk te kunnen bekijken beschouwen wij eerst een ideaal zwart lichaam, dat is een lichaam dat straling van alle golflengten volledig absorbeert. Een dofzwart potkachelkje is een gebrekkige benadering voor een ideaal zwart voorwerp.

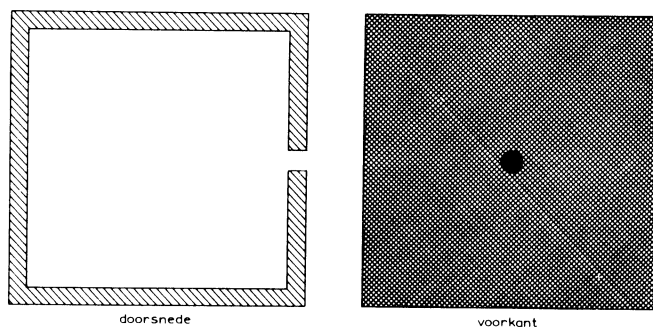


fig.2 Een goede benadering van een ideaal zwart oppervlak is de opening van een doosje.

Een veel betere benadering van een zwart oppervlak is een klein gaatje geboord in een gesloten doosje. Verft men het doosje dofzwart dan is het gaatje veel donkerder dan de zwarte verf. Je kunt dat zelf na gaan door een kleine opening in een zwartgeverfd kartonnen doosje te maken.

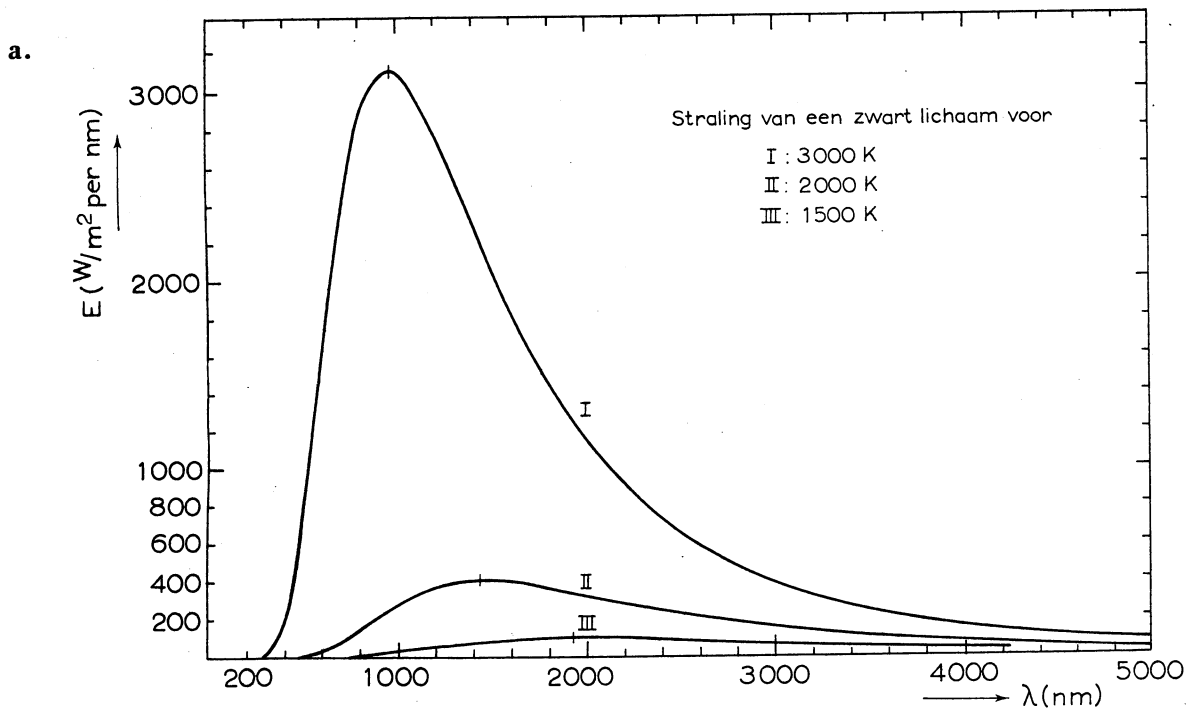
vraag 12

Verklaar de zwartheid van het gaatje door de gang van een lichtstraal na te gaan die door de opening van het doosje binnenvalt (reflectie en absorptie).

Brengt men een metalen doosje aan het gloeien dan straalt het gaatje inderdaad veel feller dan de wanden.

2.2 DE STRALING VAN EEN ZWART LICHAAM.

Figuur 3 geeft de stralingskrommen van een ideaal zwart lichaam bij een paar temperaturen. Uitgezet is de energie die 1 m² stralend oppervlak per seconde uitzendt in een golflengtegebiedje van bijvoorbeeld 1 nm. De eenheid is dus een vermogen per oppervlakteenheid en per golflengteenheid, dus bijv. W.m⁻²(nm)⁻¹. Langs de horizontale as is de golflengte in nanometer uitgezet.



b.

		T = 2000 K											
λ (nm)		400	600	800	1000	1200	1400	1500	1600	1800	2000	3000	4000
E_{λ} (Wm ⁻² nm ⁻¹)		0,5	29	140	279	373	408	408	401	369	328	164	72

fig.3 Stralingskrommen voor een ideaal zwart lichaam bij de temperaturen 1500 K, 2000 K en 3000 K;
 Stralingskromme voor 2000 K in tabelvorm.

vraag 13 T

Hoe is het verband tussen de ligging van de top van de stralingskrommen en de temperatuur van het zwarte lichaam?

vraag 14 T

Hebben stralingskrommen voor verschillende temperaturen een snijpunt?

Wat kun je zeggen over de hoeveelheid uitgestraalde energie in één bepaald golflengtegebiedje bij temperatuurstijging?

vraag 15 T

Wat is de betekenis van het oppervlak onder de stralingskromme?

vraag 16

In de eerste alinea van dit hoofdstuk hebben we beschreven wat men waarneemt bij het verhitten van een stuk metaal.

Geef daar nu een verklaring voor.

Planck (1858 - 1947) heeft langs theoretische weg de formule afgeleid die de stralingskrommen voor een zwart lichaam beschrijft. Om die reden wordt de thermische straling van een ideaal zwart lichaam ook wel Planckse straling genoemd. Het per oppervlakteenheid en per golflengteeenheid uitgestraalde vermogen B_λ bedraagt:

$$B_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1)}, \text{ hierin is} \quad (1)$$

h - constante van Planck

c - lichtsnelheid

k - constante van Boltzmann

We zullen deze formule niet proberen af te leiden. Bekijk deze wet goed maar leer hem niet uit je hoofd.

vraag 17

B_λ is het vermogen dat per m^2 en per eenheid van golflengte (meter) door een zwart lichaam wordt uitgezonden in alle richtingen.

Controleer of de eenheden in de formule van Planck hiermee overeenstemmen.

vraag 18

Laat zien dat de exponent in de e-macht inderdaad dimensieloos is.

vraag 19

Toon aan dat formule (1) inderdaad aangeeft dat een stralingskromme voor een hogere temperatuur geheel boven die voor een lagere temperatuur ligt.

Bij een toenemende temperatuur verschuift het maximum van de kromme van Planck naar kleinere golflengte. Samenhangend daarmee stijgt de functie van Planck aan de kant van de korte golflengten veel sneller met toenemende temperatuur dan aan de zijde van de lange golflengten.

vraag 20 T

Welke methode heb je in de wiskunde geleerd om het maximum van een functie te bepalen?

vraag 21 T

Hoe kun je een formule vinden voor de golflengte λ_{\max} die past bij de top van de stralingskromme (niet uitrekenen!).

Als bovengenoemde bewerking wordt uitgevoerd is het resultaat de verschuivingswet van Wien:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2,88 \cdot 10^{-3} \text{ m.K} \quad (2)$$

De oppervlakte onder de stralingskromme stelt de totale energie B voor die per m² en per seconde in alle richtingen en over alle golflengten wordt uitgezonden, dus

$$B = \int_0^{\infty} B_{\lambda} d_{\lambda}$$

Deze integraal kan niet gemakkelijk bepaald worden; het resultaat is de stralingswet van Stefan en Boltzmann.

$$B = \sigma T^4 \quad (3)$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

Deze formule laat heel overzichtelijk zien hoe sterk het totale uitgestraalde vermogen met de temperatuur toeneemt.

Opmerking:

Bij de wet van Planck herinnert de index λ aan B_{λ} eraan dat het uitgestraald vermogen van de golflengte afhangt en per golflengte-eenheid is gedefinieerd; bij de wet van Stefan en Boltzmann wordt B zonder index λ gebruikt omdat daar het totale uitgestraalde vermogen over het hele spectrum wordt bedoeld.

2.3 THERMISCHE STRALING VAN NIET-ZWARTE OPPERVLAKKEN.

Met de wetten van Planck en Kirchhoff kunnen wij de thermische straling van niet-zwarte voorwerpen precies beschrijven. Eerst bekijken wij de straling van ondoorzichtige oppervlakken van vloeistoffen en vaste stoffen. Later, in paragraaf 2.4, houden wij ons bezig met stralende gassen. Wij brengen nu de wet van Kirchhoff uit paragraaf 2.1 in formulevorm.

Wanneer straling valt op een gekleurd voorwerp dan wordt slechts een gedeelte van de straling geabsorbeerd, wij definiëren nu de absorptiecoëfficiënt k_{λ} als de fractie van de opvallende straling die door het oppervlak wordt geabsorbeerd. De absorptiecoëfficiënt zal doorgaans van de golflengte afhangen tenzij het oppervlak zuiver wit, grijs of zwart is.

vraag 22 T

- a Hoe groot is de absorptiecoëfficiënt voor een ideaal zwart lichaam?
- b Hoe groot is de absorptiecoëfficiënt voor een zuiver spiegelen oppervlak?
- c Tussen welke grenzen ligt de absorptiecoëfficiënt?
- d Wat is de dimensie van k_{λ} ?

vraag 23

Een oppervlak heeft een absorptiecoëfficiënt $k_{\lambda} = 0,10$ voor alle golflengten tussen $\lambda = 600$ nm (oranjegeel) en $\lambda = 900$ nm (infrarood), voor alle andere golflengten geldt $k_{\lambda} \approx 0,95$.
Welke kleur ziet de waarnemer wanneer dit oppervlak door wit zonlicht wordt bestraald?

De wet van Kirchhoff wordt nu in formule:

$$E_{\lambda} = k_{\lambda} B_{\lambda}, \quad (4)$$

Daarin is:

- E_λ : het door het oppervlak uitgestraalde vermogen per m^2 en per eenheid van golflengte.
 B_λ : het door een ideaal zwart oppervlak uitgestraald vermogen (bij dezelfde temperatuur).
 k_λ : de hierboven gedefinieerde absorptiecoëfficiënt van het oppervlak; $0 \leq k_\lambda \leq 1$.

vraag 24 T

Ga na dat de globale formulering van de wet van Kirchhoff in § 2.1 in overeenstemming is met de bovenstaande formule.
Breng de nu in formule gegeven wet precies onder woorden.

vraag 25

- Schets in één figuur van $500 \text{ nm} < \lambda < 1000 \text{ nm}$ de grafiek van:
a de absorptiecoëfficiënt k_λ van het oppervlak omschreven in vraag 23.
b de Planck-functie B_λ voor $T = 2000 \text{ K}$ (fig.3).
c het door het "gekleurde" oppervlak uitgestraalde vermogen eveneens voor $T = 2000 \text{ K}$.

De wet van Stefan en Boltzmann geeft voor een ideaal zwart oppervlak het verband tussen het totaal uitgestraalde vermogen en de temperatuur. Voor een "gekleurd" oppervlak bestaat er geen eenvoudige formule voor het totaal uitgestraalde vermogen

$$E = \int_0^\infty k_\lambda B_\lambda d_\lambda$$

Wel gebruikt men de formule van Stefan en Boltzmann om een zogenaamde effectieve temperatuur T_{eff} van een oppervlak te definiëren, namelijk

$$E = \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (5)$$

De effectieve temperatuur van een oppervlak dat het totale vermogen E uitstraalt is dus de temperatuur die een ideaal zwart lichaam zou moeten hebben om precies datzelfde vermogen E uit te zenden.

vraag 26

- a Is T_{eff} groter of kleiner dan de ware temperatuur T van het oppervlak?
b Voor welke oppervlakken geldt $T_{\text{eff}} = T$?

Toepassing: de effectieve temperatuur van de zon.

Op de aarde ontvangen wij een vermogen van $1,39 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ aan zonnestraling, loodrecht op de zonnebundel gemeten (en na correctie voor absorptie in de aardse dampkring). Je kunt dit getal wel "aanvoelen": het is ongeveer gelijk aan het vermogen van een elektrisch straal-kachelkje. Met dit gegeven gaan wij de effectieve temperatuur van de zon uitrekenen.

vraag 27 T

- a Druk het totale vermogen dat de hele zon in alle richtingen uitzendt uit in de afstand aarde-zon R .
b Druk het vermogen dat 1 m^2 van het zonne-oppervlak uitzendt uit in de straal van de zon r en in R .
c Stel de vergelijking op waaruit de effectieve temperatuur T_{eff} van de zon berekend kan worden.

d Bereken T_{eff} met $R = 1,50 \times 10^8$ km en $r = 6,97 \times 10^5$ km.

Deze hoge effectieve temperatuur van ongeveer 5800 K maakt duidelijk dat de zon onmogelijk vast of vloeibaar kan zijn: de zon is een gasbol.

2.4 THERMISCHE STRALING VAN GASSEN.

Voor gassen, die immers gedeeltelijk doorzichtig zijn, moeten wij de absorptiecoëfficiënt k_λ per meter weglengte definiëren: de absorptiecoëfficiënt van een gas is k_λ wanneer het vermogen van een lichtbundel E_λ na het doorlopen van 1 meter gas is afgenomen met het bedrag $k_\lambda E_\lambda$ tot $E_\lambda - k_\lambda E_\lambda$. De absorptiecoëfficiënt is dus een maat voor de ondoorzichtigheid van het gas.

De absorptiecoëfficiënt varieert voor gassen doorgaans sterk met de golflengte. Bovendien hangt de absorptiecoëfficiënt van de temperatuur af. Voor lucht in normale omstandigheden is de absorptiecoëfficiënt voor zichtbare straling buitengewoon klein

(bijv. $k = 3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ bij $\lambda = 500$ nm, in het groen).

Als $k_\lambda \cdot l < 0,1$ is de laag betrekkelijk doorzichtig, wij kunnen $k_\lambda \cdot l$ dan de absorptiecoëfficiënt van de hele gaslaag noemen. Is $k_\lambda \cdot l \gg 1$, dan spreken wij van een ondoorzichtige laag.

vraag 28

- Wat is de dimensie van de absorptiecoëfficiënt voor vaste stoffen en vloeistoffen?
- Welke dimensie heeft de absorptiecoëfficiënt van een gas?

Als een gaslaag voldoende doorzichtig is ($k_\lambda \cdot l < 0,1$), dan is de toepassing van de wet van Kirchhoff eenvoudig: de laag straalt dan per m^2 en per golflengteenheid een vermogen uit gelijk aan:

$$E_\lambda = k_\lambda \cdot l \cdot B_\lambda. \quad (6)$$

Hierin stelt B_λ weer de functie van Planck voor.

Wij hebben hier aangenomen dat k_λ en B_λ overal in de laag met dikte l hetzelfde zijn. Is dat niet het geval dan delen wij de laag in dunne laagjes met dikten Δl , waarbinnen k_λ en B_λ wel als constant mogen worden beschouwd en tellen daarna alle bijdragen $\Delta E = k_\lambda \cdot B_\lambda \cdot \Delta l$ bij elkaar op (je zult misschien opmerken dat wij dan eigenlijk integraalrekening toepassen). Dat "gewoon optellen" van de emissiebijdragen ΔE_λ van de laagjes is alleen geoorloofd als de gehele laag voldoende doorzichtig is (d.w.z. als $k_\lambda \cdot l < 0,1$ of, nauwkeuriger, als $\int k_\lambda \cdot dl < 0,1$). Is de laag echter matig doorzichtig of zelfs ondoorzichtig dan wordt straling die in ver van de waarnemer afgelegene laagjes is ontstaan door tussengelegene laagjes (geheel of gedeeltelijk) weer geabsorbeerd, zie fig. 4. Er komt dan uit de laag veel minder straling dan de som over $k_\lambda \cdot B_\lambda \cdot \Delta l$ aangeeft; men zegt dan dat er in de laag zelfabsorptie optreedt.

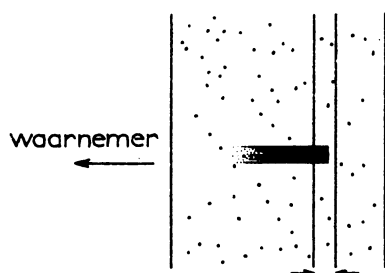


fig. 4 Emissie en zelfabsorptie in een dikke laag gas.

Voor de gevallen met niet (geheel) doorzichtige lagen geven wij hier niet de formules. Wel is het voor het vervolg van belang een paar conclusies te vermelden:

- . Een voor alle golflengten volkomen ondoorzichtige wolk gas ($k_\lambda l \gg 1$), waarin overal dezelfde temperatuur T heerst blijkt te stralen als een zwart lichaam van dezelfde temperatuur T , dus: $E_\lambda = B_\lambda(T)$. (Merk op dat het er hier niet toe doet hoe k_λ met de golflengte varieert).
- . Is een gaslaag wel voor alle golflengten ondoorzichtig, maar heerst er niet overal dezelfde temperatuur T , dan zal het uitgestraalde vermogen in het algemeen niet voldoen aan de functie van Planck. In elk golflengtegebiedje komt de straling dan uit de laag waarvoor het gas naar de waarnemer toe gerekend gedeeltelijk doorzichtig is. Het in dat golflengte-gebiedje uitgestraalde vermogen E_λ is dan gelijk aan de Planckse straling die past bij een soort gemiddelde temperatuur in de laag waaruit de straling afkomstig is.

Opmerking:

Op de reden waarom de absorptiecoëfficiënt van een gas sterk met de golflengte varieert en bovendien van de temperatuur afhangt komen wij in paragraaf 3.6 terug.

2.5 DE ZON.

2.5.1 De gemiddelde stralingskromme van de zon.

De stralingskromme voor het centrum van de zonneschijf is weergegeven in figuur 5. In deze stralingskromme heeft men het helderheidsverloop van het continue spectrum zo goed mogelijk gevolgd; de donkere spectrale lijnen zijn weggelaten. Wij zien dat de stralingskromme niet precies samenvalt met één stralingskromme van de wet van Planck. Toch vinden wij uit vergelijking met de Planckse krommen temperaturen die tussen vrij nauwe grenzen liggen, namelijk tussen 5700 en 6500 K (ga dat zelf na!).

Wij mogen wel aannemen dat de zon als geheel volkomen ondoorzichtig is. Dat de gemeten kromme niet samenvalt met een van de Planckse krommen kan worden veroorzaakt door de volgende combinatie van factoren:

- . de temperatuur, in de zonnelagen waaruit de zichtbare en infrarode straling afkomstig zijn; is niet overal dezelfde.
- . de absorptiecoëfficiënt van het zonnegas varieert met de golflengte.

Wij willen deze veronderstelling controleren door te proberen uit de stralingskromme het temperatuurverloop met de diepte in de zon af te leiden. Wij bekijken daartoe eerst het begrip "laag waar de straling vandaan komt".

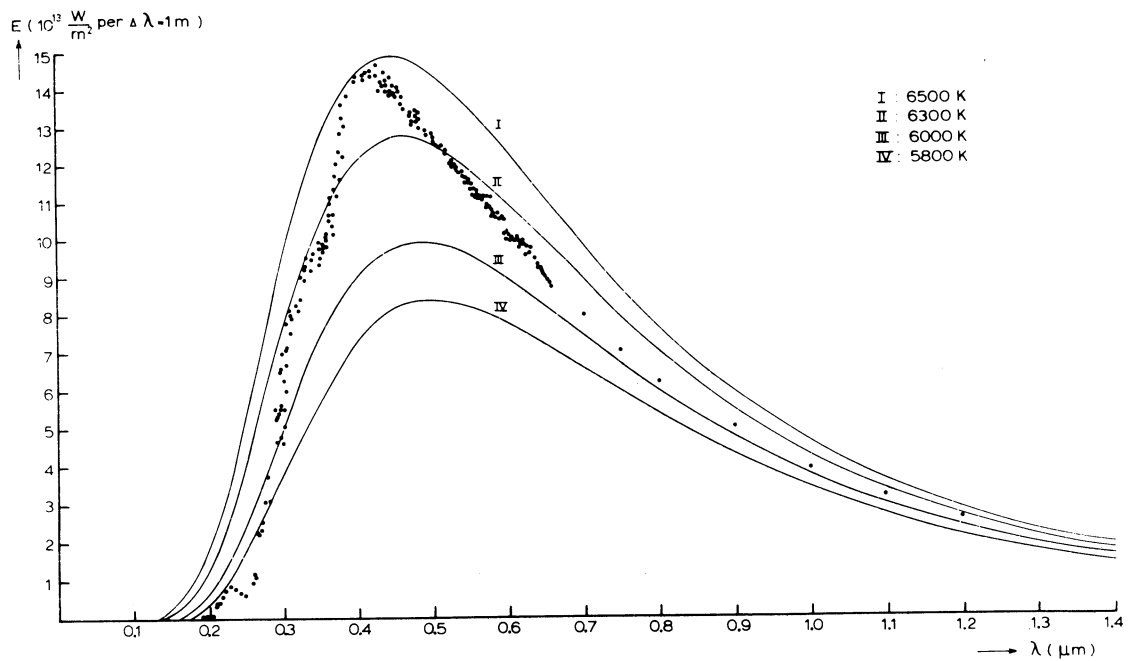


fig.5 Stralingskromme voor het midden van de zonneschijf. Ter vergelijking zijn enkele Planckse krommen voor temperaturen van 5800 K tot 6500 K gegeven (naar Labs and Neckel Solar Physics 22, 64 1972).

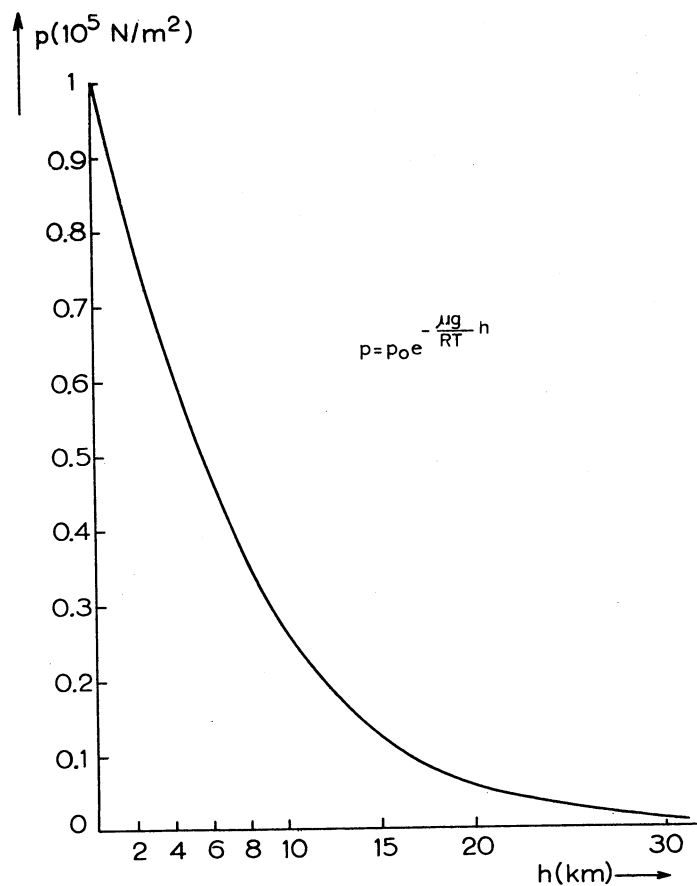


fig.6 Het verloop van de druk p met de hoogte h in de aardse dampkring.

Aangezien de buitenste lagen van het zonnegas rusten op de daar-
 onder gelegen lagen neemt de druk met de diepte sterk toe, precies
 zoals dat in de aardse atmosfeer het geval is (zie fig.6). Aangezien
 de dichtheid en de druk van een gas ongeveer met elkaar evenredig
 zijn (wanneer, zoals in ons geval, de temperatuur niet sterk vari-
 eert) neemt ook de dichtheid van het gas sterk met de diepte toe.
 Daardoor neemt ook de absorptiecoëfficiënt k_λ sterk met de diepte
 toe. Het gevolg is dat de waarneembare stralende laag relatief dun
 is (in de praktijk: voor de zon ongeveer 100 km dik, wat je verge-
 lijken moet met de straal van de zonnebol van 7×10^5 km).

De redenen voor het dun zijn van de waarneembare stralende laag
 zijn (zie fig.7): de buitenste lagen (1) van de zon zijn zo ijl dat
 de absorptiecoëfficiënt k_λ daar heel klein is, met het gevolg dat
 deze lagen (1) alle straling volledig doorlaten. Volgens de wet van
 Kirchhoff, zie formule 6, is dan ook de bijdrage van deze lagen (1)
 tot het uitgestraalde vermogen E_λ te verwaarlozen. De gedeeltelijk
 doorzichtige laag (2) zendt volgens de wet van Kirchhoff wel veel
 straling uit; een flink deel daarvan kan de waarnemer bereiken. Daar-
 onder liggen de volkomen ondoorzichtige lagen: de straling die daar
 ontstaat kan de waarnemer niet bereiken. De ligging van de waarneem-
 bare laag (2) hangt van de grootte van de absorptiecoëfficiënt, dus
 van de golflengte, af. Is bijvoorbeeld bij λ_2 de absorptiecoëfficiënt
 k_{λ_2} tweemaal zo groot als de absorptiecoëfficiënt k_{λ_1} , bij λ_1 , dan
 ligt de waarneembare laag voor λ_2 bij dichtheden die slechts de helft
 zijn van de dichtheden in de laag die bij λ_1 waarneembaar is. Voor
 λ_2 ligt de stralende laag dan duidelijk verder naar buiten dan voor
 λ_1 .

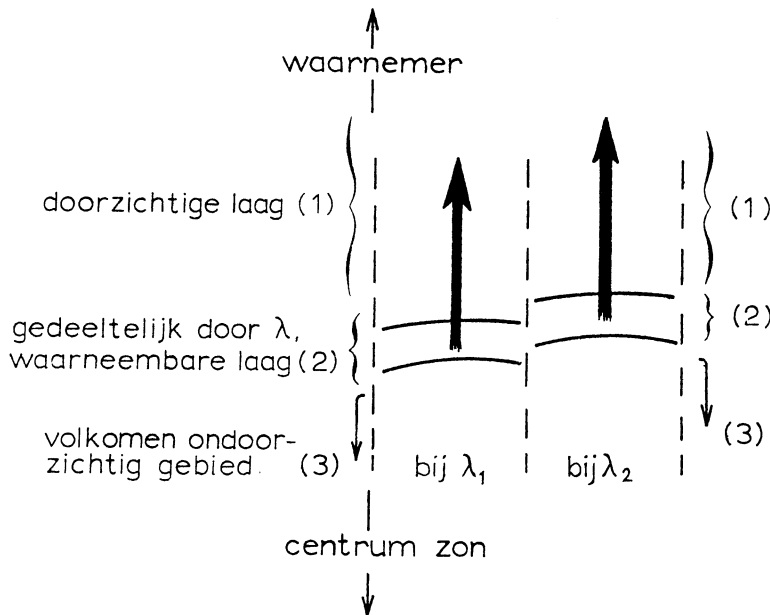


fig.7 De buitenste lagen (1) van de zon zijn geheel doorzichtig. De
 daarop volgende gedeeltelijk doorzichtige laag (2) zendt de stra-
 lingsstraling uit die de waarnemer kan bereiken. Dan volgen de vol-
 ledig ondoorzichtige lagen (3). Straling uit deze lagen kan de
 waarnemer niet bereiken.

De ligging van de waarneembare laag is afhankelijk van de golf-
 lengte van de uitgezonden straling.

Met behulp van natuurkundige kennis opgedaan in het laboratorium en
 uit theoretische overwegingen kan men de absorptiecoëfficiënt van
 het zonnegas berekenen (fig.8). Uit deze figuur lezen wij af dat bij
 $\lambda = 850$ nm het zonnegas relatief weinig doorzichtig is. Bij deze

golflengte komt de straling dus uit een relatief ver naar buiten gelegen laag, waarvan wij uit de stralingskrommen en de Planck krommen (fig.5) de relatief lage temperatuur $T = 6100$ K aflezen. In het golflengtegebied tussen 400 en 450 nm is het zonnegas doorzichtiger (fig. 8); de straling komt hier uit diepere lagen, waarvan wij uit (fig.5) een relatief hoge temperatuur $T = 6500$ K aflezen.

Conclusie: de temperatuur neemt in de zon met de diepte toe.

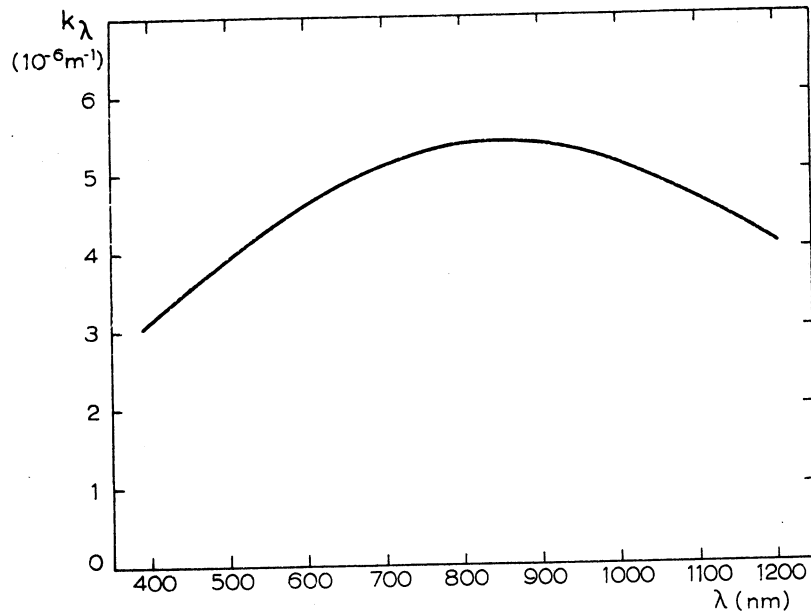


fig.8 De continue absorptiecoëfficiënt voor het zonnegas in het zichtbare en nabije infrarode gebied, voor de laag waar $T = 5600$ K. De absorptiecoëfficiënt neemt voor alle golflengten sterk met de diepte toe, vooral ten gevolge van de toenemende dichtheid. Het relatieve verloop van k_λ met de golflengte houdt hetzelfde karakter.

Uitweiding:

het verloop van de absorptiecoëfficiënt voor het zonnegas verschilt met de absorptie in de aardse dampkring, die van rood naar blauw juist toeneemt (de ondergaande zon is rood verkleurd). Dat hoeft ons niet te verbazen: het zonnegas heeft een veel hogere temperatuur en een andere chemische samenstelling. Op de oorzaak van continue absorptie en emissie in de zon komen wij even terug in appendix 3.6 A2.

2.5.2 De randverzwakking.

Foto's van de zon laten zien dat de helderheid van de schijf afneemt van het centrum naar de rand (plaat XII). Deze randverzwakking is in het blauw groter dan in het rood (fig.9).

Ook de randverzwakking wijst erop dat de temperatuur in de zon naar binnen toeneemt; de straling die wij uit de buurt van de zonrand ontvangen, treedt heel scheef naar buiten, daardoor ligt de laag waar deze straling uit afkomstig is wat verder naar buiten dan de laag waaruit de straling van het midden van de zonneschijf afkomstig is (zie fig.10). Het feit dat de zonneschijf nabij de rand over alle kleuren minder helder is kan met een lagere temperatuur in de meer naar buiten gelegen lagen verklaard worden.

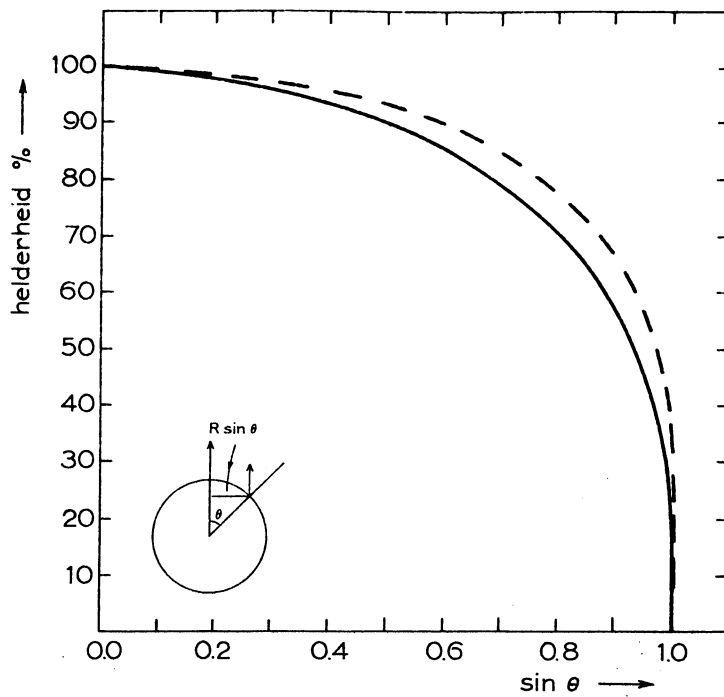


fig.9 Het relatieve helderheidsverloop over de zonneschijf (uitgedrukt in de helderheid van het centrum van de schijf). De getrokken lijn geldt voor blauw licht (450 nm), de gebroken lijn voor oranje-geel licht (600 nm).

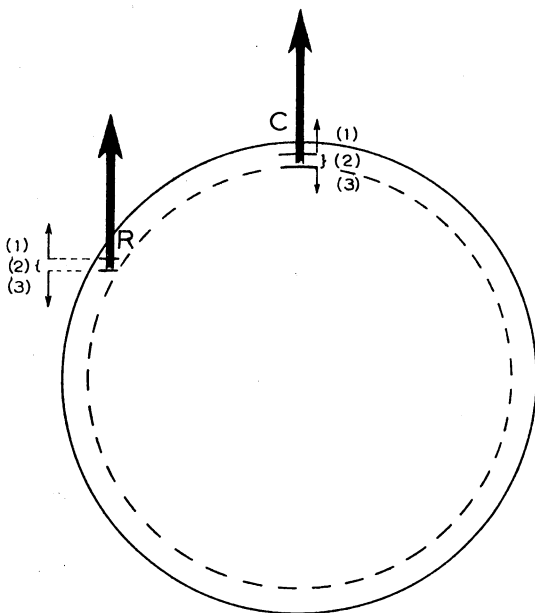


fig.10 De stralende laag (2) ligt voor waarnemingen nabij de rand (R) verder naar buiten dan voor waarnemingen nabij het centrum (C) van de schijf. Vergelijk met fig. 7; (1) stelt de volkomen doorzichtige lagen voor, (3) geeft de volkomen ondoorzichtige lagen aan.

2.5.3 Het temperatuurverloop in de zon.

Door in één golflengtegebiedje het uitgestraalde vermogen in een aantal punten tussen het centrum en de rand van de zonneschijf nauwkeurig te meten kan men het temperatuurverloop met de diepte vastleggen. Door deze metingen in een aantal verschillende golflengtegebiedjes uit te voeren kan men de nauwkeurigheid in de afgeleide temperaturen verhogen en tevens het dieptebereik uitbreiden; de absorptiecoëfficiënt hangt immers op een bekende manier van de golflengte af. Het resultaat uit metingen in het zichtbare en infrarode spectrale gebied is weergegeven in figuur 11: in de diepste voor waarnemingen toegankelijke lagen (midden schijf, $\lambda = 450$ nm en $\lambda = 1700$ nm, je mag de getallen vergeten) vindt men $T = 6800 \pm 100$ K, voor de hoogste laag $T = 4200 \pm 200$ K (uiterste zonnerand bij $\lambda = 900$ nm).

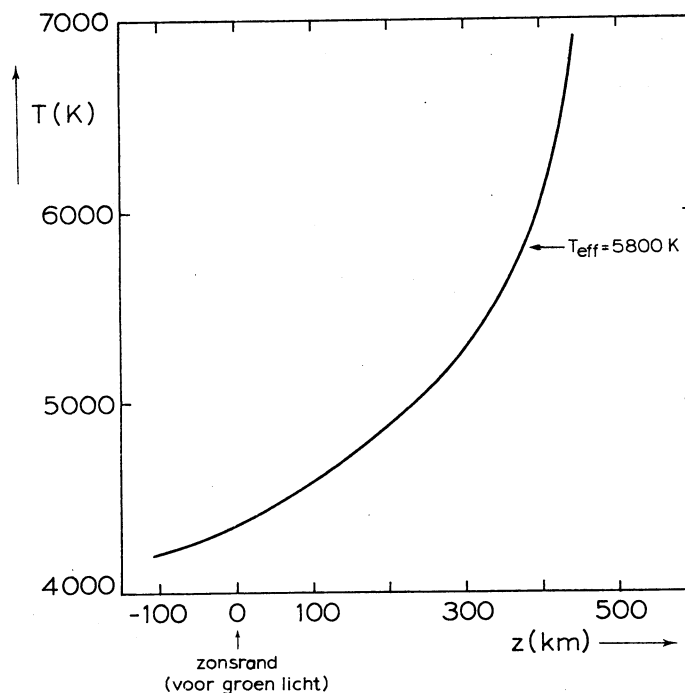


fig.11 Het temperatuurverloop in de zon als functie van de diepte z .

vraag 29

Figuur 5 geeft de stralingskromme voor het midden van de zonneschijf. Beschrijf of schets (ruw) de ligging van de stralingskromme voor een gebiedje dicht bij de zonnerand.

a Kunnen de twee stralingskrommen elkaar snijden?

b Aan welke zijde van het spectrum zullen de afstanden tussen de twee krommen het grootst zijn en waarom?

c Kun je nu verklaren dat de randverzwakking in blauw licht sterker is dan in rood licht? (fig. 9)

Wanneer men een stralingskromme voor de gemiddelde zonneschijf maakt krijgt men een resultaat dat ergens tussen de stralingskrommen voor het centrum en die voor nabij de rand in ligt. Het blijkt dan dat deze stralingskromme wat slingert om de Planckse kromme voor $T_{\text{eff}} = 5800$ K (zie § 2.3. en fig. 12).

Terwijl de straling in één golflengtegebiedje uit een laag van slechts ongeveer 100 km dikte afkomstig is, komt alle zichtbare en infrarode straling uit een schil van slechts 500 km dikte, hetgeen heel klein is t.o.v. de straal van 700.000 km. Alles wat onder dit

schilletje licht is ontoegankelijk voor waarnemingen. Toch weten we, dat ook in deze onzichtbare lagen de temperatuur in de richting van het middelpunt van de zon zal blijven toenemen.

Immers, de straling wordt in de centrale delen van de zon door kernfusie vrijgemaakt. Aangezien warmte altijd van hogere naar lagere temperatuur stroomt, onverschillig of dit door geleiding, convectie of straling geschiedt, moet de temperatuur van het centrum van de zon naar buiten voortdurend afnemen.

Op de structuur van het onzichtbare inwendige van de zon komen wij in hoofdstuk 5 terug.

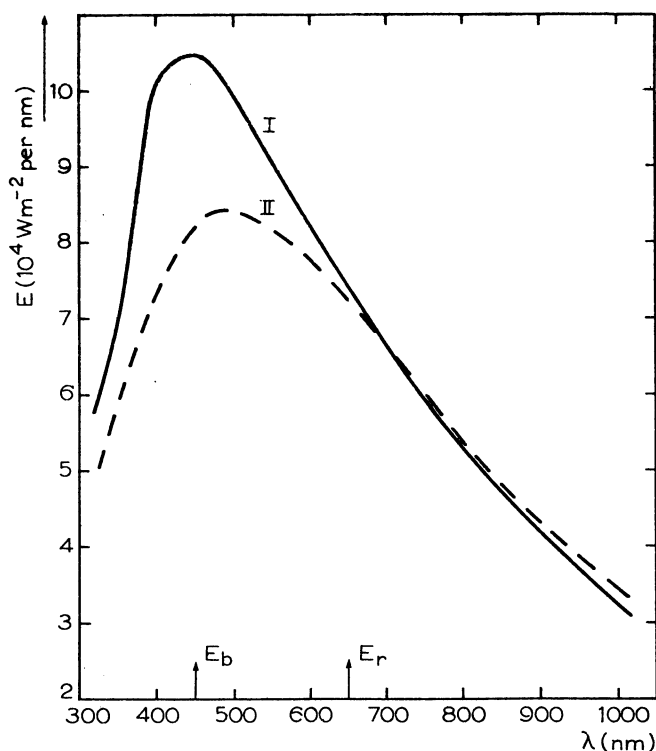


fig.12 De stralingskromme voor het continue spectrum van de zon gemiddeld over de hele schijf (I). Ter vergelijking is de Planckse kromme voor 5800 K weergegeven (II). Voor golflengten kleiner dan 600 nm is het spectrum sterk gehavend door absorptielijnen (zie plaat II en III). Houdt men daar rekening mee dan slingert de stralingskromme inderdaad om de Planckse kromme voor 5800 K.

2.6 TEMPERATUREN VAN STERREN.

vraag 30 T

- a Kunnen wij de helderheidsverdeling over een sterschijf meten?
- b Zal de temperatuur in een ster naar buiten afnemen of toenemen? Kun je je antwoord motiveren?

De stralingskromme voor de gemiddelde zonneschijf is weliswaar geen mooie gladde Planckse kromme, maar toch kan de effectieve temperatuur daaruit goed geschat worden. Het vastleggen van de stralingskromme van een ster vereist nauwkeurige metingen en, om langs de ordinaat het vermogen in $W \cdot m^{-2} \cdot (nm)^{-1}$ te kunnen schrijven, de kennis van de straal van de ster en van de afstand tot de ster.

vraag 31 T

Van twee identieke sterren (zelfde temperatuur, zelfde diameters) staat de ene ster 3x zover weg als de andere.
Hoe verhouden de op aarde gemeten vermogens zich in blauw licht?
In rood licht?

Voor een aantal sterren heeft men de stralingskrommen in absolute maat en daarna ook de effectieve temperatuur kunnen vastleggen. Bij elk van deze gevallen bleek de stralingskromme wat te slingeren om de bij de effectieve temperatuur passende kromme van Planck voor een zwart oppervlak, maar de slingeringen zijn doorgaans niet erg groot.

Als men de afstand tot de ster en de straal van de ster niet kent dan blijft het relatieve verloop van de stralingskromme onveranderd (zie vraag 31 T) en daar kan men de effectieve temperatuur uit afleiden. Het zou een zeer tijdrovend werk zijn om voor de zeer vele zwakke sterren dergelijke relatieve stralingskrommen op te nemen. Nemen wij genoeg met een iets geringere nauwkeurigheid, dan is er een veel snellere methode: meet het vermogen in slechts twee, liefst vrij ver uiteenliggende golflengtegebiedjes, bijv. het vermogen E_b in een golflengtegebiedje bij λ_b (b=blauw) en het vermogen E_r (r=rood).

De verhouding E_b/E_r is dan een maat voor de effectieve temperatuur van de ster, die onafhankelijk is van de straal van de ster en de afstand tot de ster (fig.13).

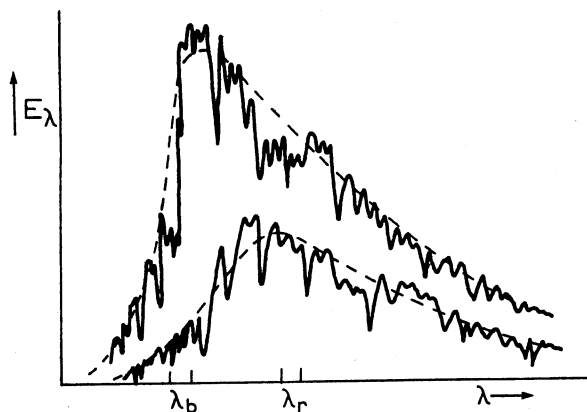


fig.13 De stralingskrommen van twee sterren (aangenomen is dat de stralingskrommen Plancks zijn).

Opmerking:

Wij nemen aan dat de straling onderweg niet verkleurd wordt, hetgeen in vele gevallen een geoorloofde onderstelling blijkt te zijn.

vraag 32 T

Figuur 13 geeft de stralingskromme voor twee sterren van verschillende temperatuur. Langs de λ -as staan de golflengtegebiedjes λ_b en λ_r waarin de vermogens gemeten worden.

a Geef door een verticale arcering aan hoe groot de gemeten vermogens E_b en E_r zijn voor de hetere ster.

b Zelfde vraag: horizontale arcering voor de koelere ster.

c Hoe verandert de verhouding E_b/E_r met toenemende temperatuur?

De methode moet nog geijkt worden. Een eenvoudige maar vrij ruwe ijking krijgt men door aan te nemen dat de stralingskrommen vrijwel niet afwijken van de Planckse krommen.

T_{eff} (Kelvin)	2000	3000	4000	6000	10000	20000	30000
E_b/E_r	$6,8 \cdot 10^{-2}$	$2,6 \cdot 10^{-1}$	$5,4 \cdot 10^{-1}$	1,1	2,2	3,2	3,6

fig.14 IJktabel voor de bepaling van de effectieve temperatuur voor sterren. De gekozen golflengtegebieden liggen in het blauw (450 nm) en in het rood (650 nm).

vraag 33 T

a Maak uit bovenstaande tabel (fig.14) een ijkgrafiek door E_b/E_r uit te zetten tegen T_{eff} . De waarden in de tabel lopen sterk uiteen. Overweeg of het voorkeur verdient om $\log(E_b/E_r)$ tegen T_{eff} uit te zetten.

b Voor welke sterren is de verhouding E_b/E_r een gevoelige maat, voor welke niet?

De ijking kan verbeterd worden door de gemeten verhoudingen E_b/E_r tegen T_{eff} uit te zetten voor sterren van verschillende temperaturen waarvoor men de effectieve temperaturen met nauwkeuriger methoden bepaald heeft.

vraag 34

a Voor de gemiddelde straling van de zonneschijf vindt men $E_b/E_r = 1,2$ (zie fig.12). Zet deze waarde met het teken θ in de ijk- E_b/E_r grafiek van de vorige vraag.

b Welke effectieve temperaturen lees je bij de gemeten verhouding E_b/E_r af uit de ijkgrafiek van de vorige vraag? Hoe groot is de fout die je dan maakt?

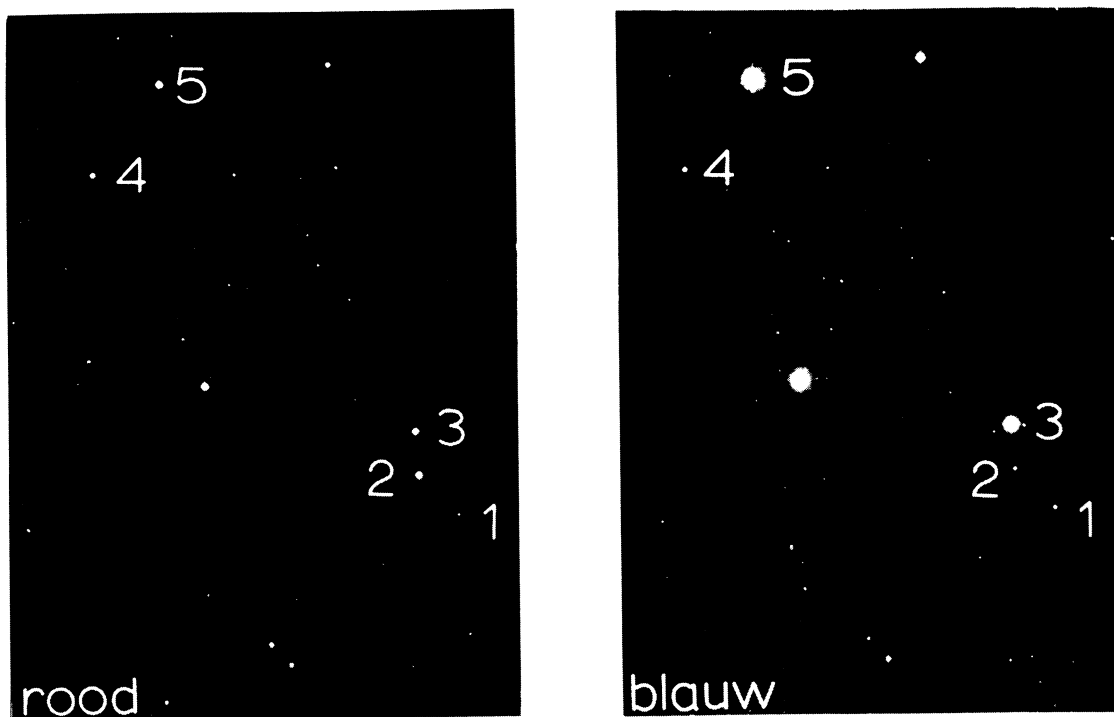
Het is duidelijk dat de methode om de effectieve temperaturen te bepalen principiëel niet verandert als andere dan de hier genoemde golflengtegebiedjes worden gekozen. Doorgaans zal men de gebiedjes vrij groot kiezen, (bijv. ongeveer 100 nm) om voldoende vermogen te hebben om redelijk snel te kunnen meten. De ijkgrafiek moet natuurlijk aan de gekozen golflengtegebieden worden aangepast.

Praktisch voert men de hier beschreven techniek voor temperatuur-bepaling op twee manieren uit:

- . Foto-elektrisch, door een fotocel in het brandvlak van de kijker te plaatsen, en daar afwisselend twee kleurfilters (bijv. blauw en rood) voor te plaatsen. Men meet dan ster na ster.
- . Fotografisch, door achtereenvolgens dezelfde hemelstreek op bijv. blauwgevoelige film (eventueel via een blauw filter) en op roodgevoelige film (via rood filter) vast te leggen. Op zo'n tweetal platen zijn de gegevens voor vele sterren tegelijk vastgelegd. Het vergt dan echter naderhand nog wel tijd om uit de op de film vastgelegde sterbeeldjes de verhouding E_b/E_r af te leiden.

vraag 35

Plaat VIII geeft zo'n paar opnamen weer. Rangschik de met nummers aangeduide sterren volgens een reeks van toenemende temperatuur (omdat je niet over een ijking beschikt kun je de T_{eff} niet bepalen).



VIII. Links een rode en rechts een blauwe opname van een deel van het sterrebeeld Haas (National Geographic - Palomar Sky Survey).

2.7 SAMENVATTING.

We zijn begonnen de thermische straling van ondoorzichtige oppervlakken te onderzoeken. De wet van Kirchhoff leert ons hoe het verband is tussen de thermische straling van een gekleurd en een ideaal-zwart oppervlak van dezelfde temperatuur. Om de invloed van de temperatuur op het uitgestraalde vermogen te onderzoeken beperken we ons eerst tot ideaal-zwarte oppervlakken. De gemeten stralingskrommen voldoen aan de formule van Planck. Uit deze formule leiden we af:

- . de verschuivingswet van Wien.
- . de wet van Stefan en Boltzmann.

Nu behandelen we de thermische straling van gassen (§ 2.4). Omdat gassen doorzichtig zijn voeren we k de absorptiecoëfficiënt per meter weglengte in. Het blijkt dat we op dunne laagjes gas de wet van Kirchhoff direct kunnen toepassen. Zeer dikke lagen stralen volgens de wet van Planck, waarbij voor elk golflengtegebiedje die temperatuur T ingevuld moet worden die heerst in de laag waar de straling in dat golflengtegebiedje vandaan komt.

De theorie wordt toegepast op de zon. De wet van Stefan en Boltzmann geeft ons de effectieve temperatuur $T_{\text{eff}} = 5800$ K. Met behulp van de theorie uit § 2.4 kunnen we de randverzwakking van de zon begrijpen uit de naar buiten afnemende temperatuur.

Onderzoek van de gemiddelde stralingskromme over de hele zonneschijf leert dat deze wat slingert om de Planckse kromme van $T = 5800$ K. De oorzaak van deze onregelmatigheden in de stralingskrommen schrijven we toe aan het verloop van de absorptiecoëfficiënt met de golflengte. Hoe groter de absorptiecoëfficiënt des te verder ligt de stralende laag naar buiten. Omdat de temperatuur in de zon van de diepte afhangt meten wij over verschillende golflengten de straling uit lagen

met andere temperaturen. Uit nauwkeurige metingen leiden wij af hoe de temperatuur in de buitenste lagen van de zon verloopt.

Ook voor sterren slingert de stralingskromme iets om een Planckse kromme behorend bij T_{eff} van de ster. Een snelle bepaling van de effectieve temperatuur is mogelijk door de verhouding te bepalen van de uitgestraalde vermogens in twee golflengtegebiedjes.

3 lijnen en continua in spectra van sterren

3.1 SPECTRA VAN GASSEN.

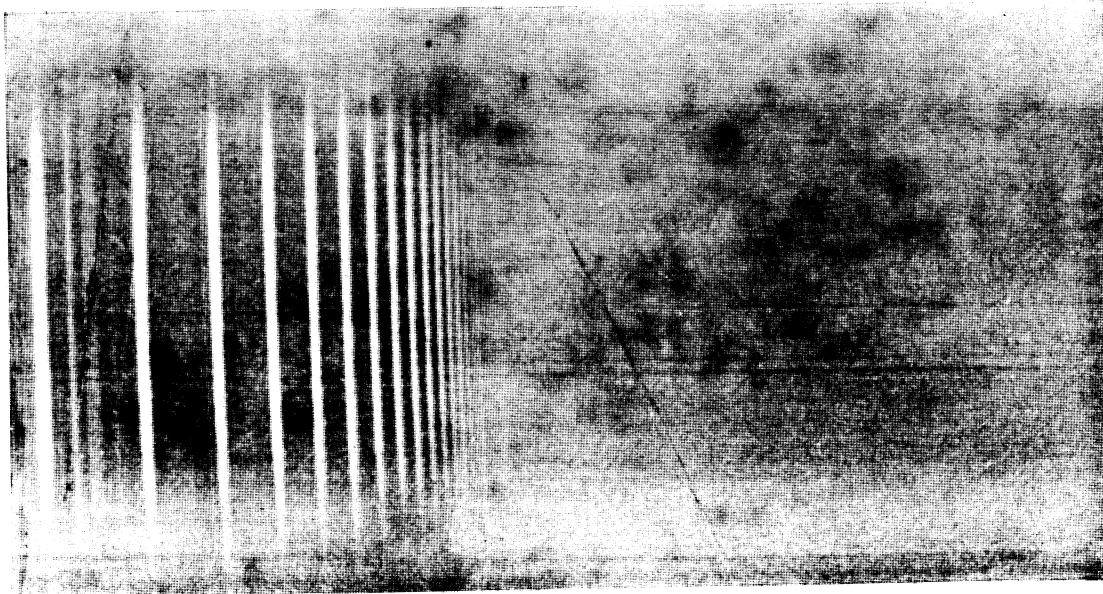
Opvallend in de spectra van gassen in het laboratorium zijn vooral de spectrale lijnen. Met het atoommodel van Bohr is het ontstaan van deze lijnen te begrijpen. Wij halen de kennis van de atoomtheorie wat op aan de hand van enkele vragen.

vraag 36 T

- Kan een atoom elke willekeurige hoeveelheid energie als inwendige energie opnemen?
- Hoe ontstaan spectrale lijnen?
- Wanneer ontstaan emissie- en wanneer absorptielijnen?
- Lees uit tabel 31 van het oude tabellenboekje af welke energie een foton heeft dat uitgestraald wordt als een waterstofatoom van de 3e naar de 2e toestand overgaat.
- Hoe groot is de ionisatie-energie voor waterstof?

vraag 37 T

- Hoeveel spectrale lijnen van waterstof zijn er te verwachten als we alleen de laagste vier energieniveaus uit het tabellenboekje beschouwen?
- Bij welke overgang hoort de grootste golflengte?
- Als alle golflengten bekend zijn is het dan mogelijk de energieën van die vier niveaus te bepalen?



H_β

H_α

IX. Een deel van de Balmerreeks en het aansluitende seriegrenscontinuüm van heet waterstofgas opgenomen in het laboratorium. De wat grotere helderheid in het seriegrenscontinuüm is nog net zichtbaar in deze reproductie (de plaat vertoont ook enkele lijnen die niet van atomair waterstof afkomstig zijn en een paar beschadigingen (G. Herzberg, Ann.d.Phys. 84, 565, 1927).

Het spectrum van een atomaire gas bestaat uit twee gedeeltes:

- . Een lijnenspectrum, dat hoort bij de overgangen tussen de (discrete) energieniveaus, en
- . Een continu spectrum (zie plaat IX).

Het continue spectrum kunnen we als volgt begrijpen. Als een atoom in de grondtoestand is, kan het niet elke energiehoeveelheid opnemen om zijn inwendige energie te vergroten, tenminste als het gaat om energieën kleiner dan de ionisatie-energie. Voor energieën groter dan de ionisatie-energie kan het atoom wel elke hoeveelheid absorberen. Het atoom wordt dan geïoniseerd en de overtollige energie wordt aan het vrijkomende elektron meegegeven als kinetische energie omdat iedere energie groter dan de ionisatie-energie kan worden opgenomen, ontstaat er dus een continu spectrum - het seriegrenscontinuüm.

vraag 38 T

- a Schets het spectrum van een atoom behorend bij de overgangen uit de grondtoestand.
- b De kleinste golflengte uit het lijnenspectrum heet de seriegrens. Verklaar deze naam.
- c Vertoont het spectrum van een atoom slechts één lijnenserie met seriegrenscontinuüm? Licht je antwoord toe.

3.2 HET SPECTRUM VAN ATOMAIR WATERSTOF.

Balmer heeft in 1885 een formule gegeven waarmee de frequenties van de zichtbare lijnen van atomaire waterstof te berekenen zijn, de zogenaamde Balmerformule. Naderhand is er een regel gevonden waarmee de frequenties van alle voorkomende lijnen in het spectrum van waterstof te berekenen zijn. Deze luidt:

$$f_{nm} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{met } n < m \quad (7a)$$

R is de Rydbergconstante (zie tabellenboek)

n = 1, 2, 3

m = 2, 3, 4

vraag 39

Voor n = 2 is bovenstaande formule de Balmerformule.

Laat zien dat dit inderdaad lijnen geeft in het zichtbare deel van het spectrum.

De energie van een foton wordt gegeven door: $U = hf$, dus geeft bovenstaande formule ook de energie van het foton, dat bij de lijnvorming betrokken is:

$$hf_{nm} = hR \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{met } n < m \quad (7b)$$

vraag 40

Geef een uitdrukking voor de energie van een waterstofatoom in de a grondtoestand

b eerste aangeslagen toestand

c p^e aangeslagen toestand,

De Rydbergconstante was uit frequentiemetingen bekend, zodat alle energieniveaus van waterstof berekend konden worden.

In tabel 31 van het oude tabellenboekje vinden we de naamgeving van de verschillende lijnen uit het spectrum van waterstof. Aansluitend aan een lijnenreeks vinden we een bijbehorend continuüm bijvoorbeeld Paschencontinuüm (zie fig. 15).

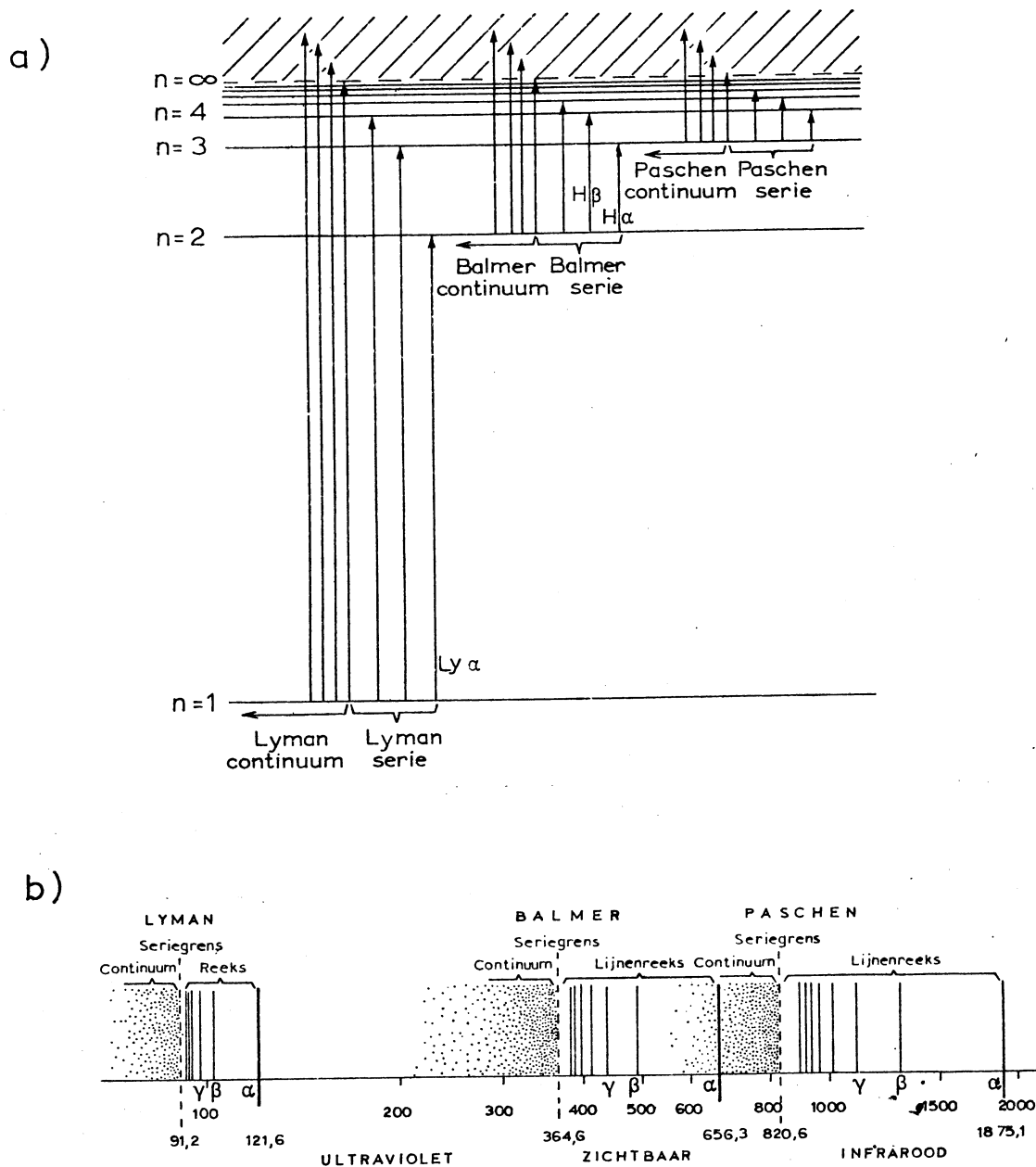


fig.15 Schema van de energieniveaus van het waterstofatoom;
Het spectrum van atomair waterstof (schematisch).

vraag 41

- Bij welke overgang zal de lijn Ly_{γ} uit de Lymanserie behoren?
- Bereken de seriegrens van de Balmerserie.

Zowel door botsingen als door absorptie van fotonen kunnen atomen van een gas in een hogere energietoestand gebracht worden of geïoniseerd worden. Het terugvallen naar lagere energietoestanden kan of spontaan gebeuren onder emissie van een foton of door botsingen worden veroorzaakt, waarbij het botsende deeltje het overschot aan energie als kinetische energie afvoert. Ook de recombinatie van een elektron en een ion tot een atoom kan spontaan gaan onder uitzending van een foton of doordat een derde deeltje de energie afvoert.

3.3 SPECTRA VAN ANDERE ELEMENTEN DAN WATERSTOF.

Voor het waterstofatoom is het mogelijk zuiver theoretisch alle energieniveaus te berekenen. Bij waterstofachtige ionen zoals He^+ en Li^{++} kan dit ook. Deze berekeningen geven "Balmer-formules" waarin alleen de constante een andere waarde heeft.

$$f_{nm} = Z^2 R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{met } n < m \quad (8)$$

R = Rydbergconstante en Z = atoomnummer.

vraag 42

Pickering vond in 1897 in de ster - Puppis een serie lijnen die erg veel verwantschap toont met de Balmer-serie van waterstof: de ene helft van de Pickeringlijnen valt precies samen met de Balmerlijnen en de andere helft valt in een regelmatig patroon tussen de Balmerlijnen in.

De serie lijnen die Pickering vond is te beschrijven met formule (8) waarin $Z = 2$, $n = 4$ en $m = 5, 6, 7, 8 \dots$

a Welk gas kan straling uitzenden overeenkomend met de Pickering serie?

b Voor welke overgangen vallen de frequenties van de lijnen uit de Balmer- en Pickeringserie precies samen?

c Op welke manier kan men onderzoeken of de lijnen in de ster - Puppis inderdaad van het in a) genoemde gas afkomstig zijn?

Voor de niet waterstofachtige atomen is berekening van de energieniveaus zeer moeilijk omdat de invloeden van de vele elektronen op elkaar lastig in rekening te brengen zijn. Onze kennis van deze spectra komt hoofdzakelijk van de in het laboratorium verkregen spectra. Elk atoom of ion (of molecuul) heeft een zeer karakteristiek eigen spectrum van lijnen en continua dat echter ook van de temperatuur (plaat X) en van de druk afhangt.

Door het spectrum van de zon te vergelijken met de in het laboratorium gemaakte spectra is de chemische samenstelling van de zon (voorlopig kwalitatief) te bepalen. Ook voor de andere hemelobjecten is zo vast te stellen uit welke elementen ze bestaan. Sommige hete nevels (§ 1.4) gaven aanvankelijk moeilijkheden omdat de fysische omstandigheden daar (zeer hoge temperatuur in een zeer ijl gas) heel moeilijk in het laboratorium na te bootsen waren. Ondanks deze aanvankelijke problemen is de samenstelling van de hemelobjecten tegenwoordig goed bekend.

Nu we kunnen bepalen uit welke elementen de zon bestaat dringt zich de vraag op: in welke hoeveelheden komen de verschillende elementen voor? Een andere vraag is: kunnen we met het lijnenspectrum iets over de temperatuur en de druk van het gas afleiden? Uit de laboratoriospectra is immers gebleken dat het spectrum van een gas afhangt van de temperatuur en de druk.

De nu volgende paragrafen behandelen een deel van de theorie die nodig is om deze problemen op te lossen.

3.4 BEZETTING VAN DE ENERGIENIVEAUS VAN EEN ATOOM.

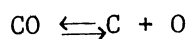
In het spectrum van waterstof valt duidelijk op dat niet alle lijnen even sterk zijn. Zou het aanwezige waterstofgas niet gelijkmatig over alle energieniveaus verdeeld zijn? Bestaat er een voorkeur voor bepaalde energieovergangen? De astrofysicus kan hier dankbaar gebruik van maken van de onderzoekingen in de atoomfysica.

T	n_2/n_1	n_3/n_1	n_{10}/n_1
3000 K	$2,8 \cdot 10^{-17}$	$4,3 \cdot 10^{-20}$	$2,3 \cdot 10^{-21}$
5000 K	$2,1 \cdot 10^{-10}$	$5,8 \cdot 10^{-12}$	$2,6 \cdot 10^{-12}$
10000 K	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$7,2 \cdot 10^{-6}$	$1,6 \cdot 10^{-5}$
20000 K	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$8,0 \cdot 10^{-3}$	$4,0 \cdot 10^{-2}$
40000 K	0,2	0,3	2,0

fig.16 Resultaten van de verdelingswet van Boltzmann (9) voor atomair waterstof.

3.5 ATOMEN EN IONEN.

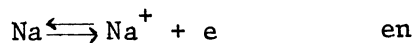
In een gaswolk hangt het evenwicht tussen de aantallen atomen, ionen en elektronen af van de temperatuur en van de druk (of de dichtheid) van het gas. Een atoom kan alleen geïoniseerd worden als de ionisatie-energie E_i benodigd voor de vrijmaking van een elektron geleverd wordt of door een botsing met een deeltje met voldoende kinetische energie of door een foton met voldoende energie. Wij beperken ons tot botsingsionisatie. Op de manier die analoog is aan de toelichting bij de verdelingswet van Boltzmann (9), is het duidelijk dat de ionisatie toeneemt met toenemende temperatuur. Naarmate de ionisatie-energie E_i groter is zijn hogere temperaturen nodig om een zeker deel van de atomen te ioniseren. Maar er is ook een verschil met onze uitleg bij de wet van Boltzmann: terwijl een atoom in een hoge energietoestand spontaan kan terugvallen naar een lagere energietoestand, moet een ion een elektron ontmoeten opdat recombinitie tot neutraal atoom mogelijk wordt. Dat betekent dat de kans op recombinitie toeneemt, en het aantal ionen dus afneemt naarmate de elektronendichtheid N_e (= aantal elektronen per m^3) groter is. Uit het voorgaande volgt dat het ionisatie-evenwicht te vergelijken is met het dissociatie-evenwicht dat je uit de scheikunde bekend kan zijn. Bekijk het dissociatie-evenwicht van CO:



De evenwichtsconstante

$$k = \frac{p(C) \cdot p(O)}{p(CO)}$$

is een functie van temperatuur en dissociatie-energie ($p(\dots)$ stelt een partiële druk voor). Wij vergelijken dit met het ionisatie-evenwicht voor Na:



$$k = \frac{p(Na^+) \cdot p(e)}{p(Na)} = f(T, E_i)$$

waarin E_i de ionisatie-energie is. Omdat de partiële drukken p evenredig zijn met de deeltjesdichtheden N mogen we ook schrijven.

Boltzmann heeft theoretisch afgeleid hoe de atomen van een gas zich verdelen over de verschillende (discrete) energietoestanden. Wij geven het resultaat zonder afleiding (leer de formule niet uit het hoofd): de verdelingswet van Boltzmann:

$$\frac{n_B}{n_A} = a(B,A) e^{\frac{-(E_B - E_A)}{kT}} \quad (9)$$

Met n_A of n_B is bedoeld: het aantal atomen per m^3 in energietoestand A of B; de energietoestanden worden vanaf de grondtoestand ($A = 1$) genummerd met gehele getallen. De functie $a(B,A)$ is per atoom anders en geeft de voorkeur voor niveau B ten opzichte van A. In de e -macht zien we hoe de bezettingsverhouding afhangt van het energieverval tussen de betrokken niveaus en van de temperatuur.

Wij lichten de verdelingswet van Boltzmann enigszins toe. Indien een waterstofatoom in een aangeslagen toestand geheel aan zichzelf wordt overgelaten, als het dus geen botsingen ondergaat en geen straling ontvangt, dan zal het na zeer korte tijd terugvallen naar de grondtoestand. Het zal in de grondtoestand blijven, totdat het door een botsing of door absorptie van een foton met een passende energie tijdelijk in een aangeslagen toestand wordt gebracht. In veel gevallen zijn de botsingsprocessen het belangrijkste om atomen in een hogere energietoestand te brengen. Om een atoom uit de energietoestand A in een hogere energietoestand B te brengen is een botsing nodig waarbij de kinetische energie tenminste iets groter is dan de benodigde $E_B - E_A$. Hoe hoger de temperatuur des te groter is de fractie van botsende deeltjes met energieën groter dan $E_B - E_A$ en des te meer atomen zullen zich dan in de hogere aangeslagen toestand B bevinden.

vraag 43

Laat zien dat de formule van Boltzmann (9) inderdaad de verhouding n_B/n_A laat toenemen met toenemende temperatuur ($B > A$).

Opmerking:

Uit de kinetische gastheorie weet je misschien dat in de exponent van formule 9 het te overbruggen energieverval $E_A - E_B$ wordt gedeeld door de middelbare kinetische energie van de deeltjes kT .

vraag 44

Voor waterstof geldt: $a(B,A) = B^2/A^2$. Bereken zelf de verhouding van het aantal atomen in de eerste aangeslagen toestand t.o.v. de grondtoestand voor een temperatuur van 1000 K (raadpleeg voor gegevens het tabellenboekje).

De tabel van figuur 16 geeft de resultaten van de verdelingswet van Boltzmann voor atomair waterstof. Wij zien dat vrijwel al het waterstof in de grondtoestand is, tenzij de temperatuur zeer hoog is. In dat geval is het gas echter al verregaand geïoniseerd (zie par.3.5).

vraag 45

In de zichtbare lagen van de zon varieert de temperatuur van 4200 - 6800 K. In welke toestand is atomair waterstof dan hoofdzakelijk?

$$\frac{N_{\text{ionen}} \cdot N_{\text{elektronen}}}{N_{\text{atomen}}} = g(T, E_i)$$

De functie $g(T, E_i)$ is door Saha theoretisch afgeleid (wij geven het resultaat, maar leer het niet uit het hoofd):

$$\frac{N_i \cdot N_e}{N_a} = \beta T^{3/2} \cdot e^{-\frac{E_i}{kT}} \quad (10a)$$

De constante β hangt af van het betrokken element.

vraag 46

Toon aan dat, in overeenstemming met de bovenstaande uiteenzetting, de verhouding N_i/N_a toeneemt met toenemende T en dat N_i/N_a afneemt met toenemende N_e .

Opmerking:

De wet van Saha wordt vaak in een andere vorm gegeven:

$$\frac{N_i}{N_a} = \text{const.} \cdot \frac{T^{5/2}}{p_e} e^{-\frac{E_i}{kT}} \quad (10b)$$

waarin p_e de elektronendruk voorstelt (d.i. partiële druk).

vraag 47

Laat zien dat formule 10b uit 10a volgt, aannemende dat wij met een ideaal gas te doen hebben.

T \ p _e	0,1 N/m ²	1 N/m ²	10 N/m ²	100 N/m ²
3000 K	2,5 · 10 ⁻¹⁵	2,5 · 10 ⁻¹⁶	2,5 · 10 ⁻¹⁷	2,5 · 10 ⁻¹⁸
5000 K	1,2 · 10 ⁻⁵	1,2 · 10 ⁻⁶	1,2 · 10 ⁻⁷	1,2 · 10 ⁻⁸
10000 K	4,7 · 10 ²	47	4,7	4,7 · 10 ⁻¹
15000 K	2,5 · 10 ⁵	2,5 · 10 ⁴	2,5 · 10 ³	2,5 · 10 ²
20000 K	7,1 · 10 ⁶	7,1 · 10 ⁵	7,1 · 10 ⁴	7,1 · 10 ³
40000 K	2,1 · 10 ⁹	2,1 · 10 ⁸	2,1 · 10 ⁷	2,1 · 10 ⁶

fig.17 Resultaten van de ionisatiewet van Saha (10) toegepast op waterstof. De waarden van N_i/N_a zijn berekend voor temperaturen en elektronendrukken die in steratmosferen kunnen voorkomen.

De tabel (figuur 17) geeft voor waterstof de verhouding tussen het aantal ionen en het aantal atomen voor verschillende temperaturen en elektronendrukken, zoals die berekend zijn met formule 10b.

In het zichtbare deel van de zonneatmosfeer varieert de druk van 0,1 N/m² tot 100 N/m². De aanwezige waterstof zal dan grotendeels atomair zijn. De tabel van figuur 16 laat zien dat de atomen bijna allemaal in de grondtoestand zijn (zie ook vraag 45).

Samenvatting:

De wet van Saha levert de verhouding tussen aantallen atomen en ionen in een gas. Kennen we eenmaal het totale aantal atomen dan geeft de wet van Boltzmann aan hoe dit aantal atomen over de verschillende energietoestanden verdeeld is. Voor andere ionen dan die van waterstof beschrijft de wet van Boltzmann ook de relatieve aantallen van dat ion die zich in bepaalde energietoestanden bevinden.

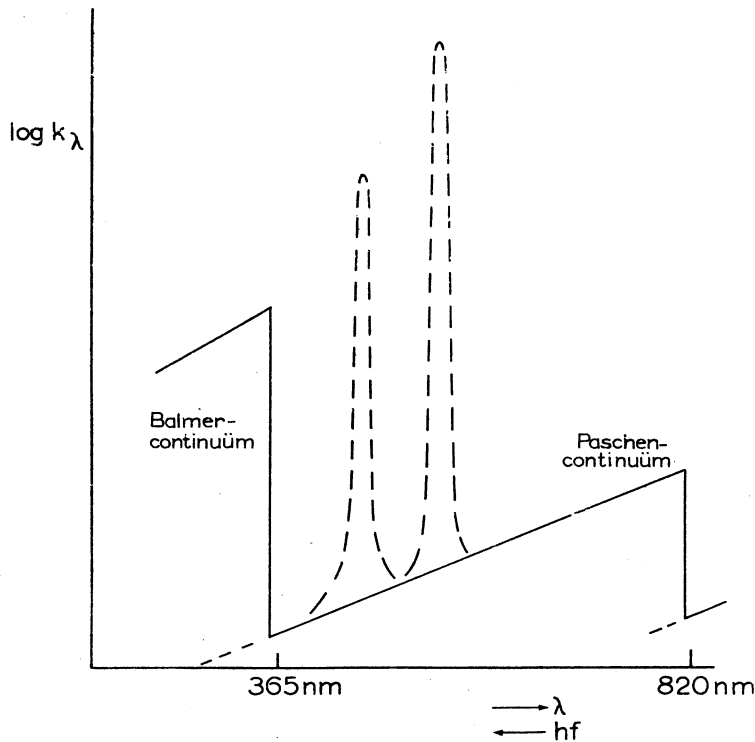


fig.18 Het verloop van de absorptiecoëfficiënt in heet atomair waterstof (schematisch). De getrokken lijn stelt de continue absorptiecoëfficiënt voor, de gestippelde krommen geven de lijnabsorptiecoëfficiënt voor twee van de Balmerlijnen. Omdat λ zeer sterk varieert staat de logaritme van k_λ tegen λ uitgezet.

3.6 DE ABSORPTIECOEFFICIENT VAN HETE GASSEN; CONTINUA EN ABSORPTIELIJNEN IN SPECTRA VAN ZON EN STERREN.

Wij bekijken eerst het verloop van de absorptiecoëfficiënt van heet waterstofgas, zie fig. 18. De continue absorptiecoëfficiënt bestaat uit de overlappende seriegrenscontinua. In elk seriegrenscontinuüm neemt de absorptiecoëfficiënt af met afnemende golflengte: het atoom absorbeert een foton met een energie hf net iets groter dan de ionisatie-energie gemakkelijker dan een foton met aanzienlijk grotere energie. Voor $T < 20.000$ K is de absorptiecoëfficiënt in het Balmercontinuüm veel groter dan in het Paschencontinuüm, omdat het aantal deeltjes n_2 in de tweede energietoestand veel groter is dan het aantal deeltjes n_3 (zie de tabel in fig. 16).

vraag 48

Zal de absorptiecoëfficiënt in het Lymancontinuüm (aanzienlijk) groter/kleiner zijn dan in het Balmercontinuüm? Motiveer je antwoord.

Spectrale lijnen zijn niet helemaal scherp; in een $(k - \lambda)$ grafiek geven zij smalle pieken te zien (fig.18). De toppen van deze pieken steken ver boven de continue absorptiecoëfficiënt uit; in de kernen van zeer sterke lijnen is de absorptiecoëfficiënt wel miljoen maal zo groot als de continue absorptiecoëfficiënt. Het is duidelijk dat $k\lambda$ evenredig is met de deeltjesdichtheid n_A , d.i. het aantal deeltjes per m^3 in de energietoestand A dat tot lijnabsorptie in staat is.

Zo zijn de absorptiecoëfficiënten in alle Balmerlijnen evenredig met n_2 , het aantal waterstofatomen per m^3 dat zich in de tweede energietoestand bevindt. Toch zijn niet alle Balmerlijnen even sterk: zo blijkt dat een waterstofatoom in de tweede energietoestand een foton in het gebiedje van de eerste Balmerlijn H_α gemakkelijker absorbeert dan een foton in het gebiedje van de tweede Balmerlijn H_β . Men voert daarom als maat de overgangswaarschijnlijkheid P_{AB} in die de kans aangeeft dat een atoom in de toestand A overgaat naar de toestand B wanneer het een geschikt foton (met de energie $hf_{AB} = E_B - E_A$) krijgt aangeboden. De overgangswaarschijnlijkheid is een constante die alleen van beide energieniveaus afhangt en onafhankelijk is van de toestand van het gas. Men kan deze overgangswaarschijnlijkheden berekenen of in het laboratorium meten. Zo is gebleken dat de overgangswaarschijnlijkheden in de Balmerreeks P_{2m} afnemen met toenemende m (dus: naarmate men de seriegrens nadert).

Samengevat: de absorptiecoëfficiënt in een spectrale lijn die gevormd wordt door de overgang van de energietoestand A naar de energietoestand B is evenredig met het produkt $n_A \times P_{AB}$.

Het aantal atomen per m^3 n_A kan met de wet van Boltzmann (en, wanneer ionisatie een rol speelt, met de wet van Saha) uitgerekend worden. P_{AB} moet uit de natuurkunde bekend zijn.

Plaat IX laat een deel van de Balmerreeks en het aansluitende seriegrenscontinuüm zien verkregen van heet waterstofgas in het laboratorium.

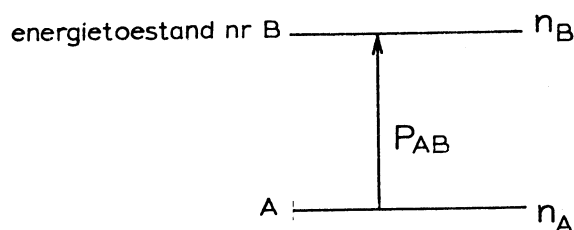


fig.19 De overgangswaarschijnlijkheid P_{AB} hangt alleen af van de betrokken niveaus.

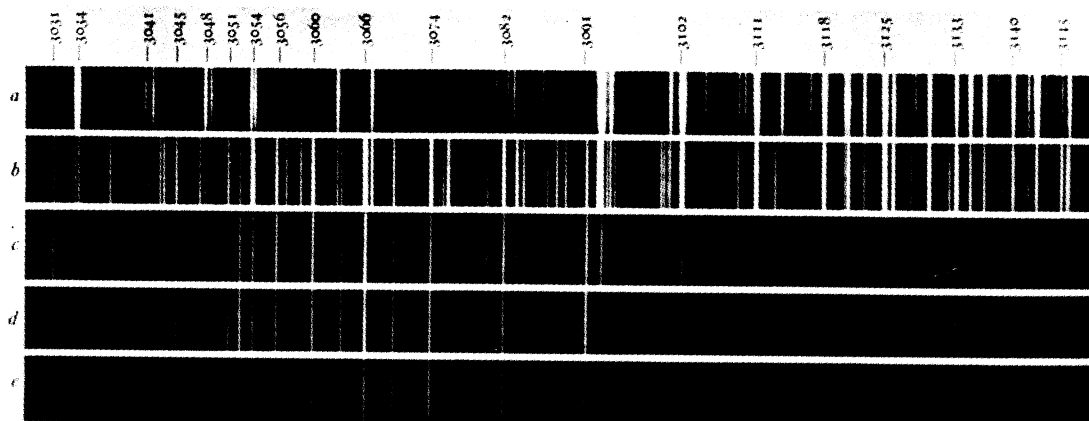
vraag 49

Verklaar met behulp van de wet van Kirchhoff en bovenstaande uiteenzetting:

- dat de helderheid van de Balmeremissielijnen (zie plaat IX) naar de seriegrens afneemt;
- dat de helderheid in het Balmergrenscontinuüm groter is dan de helderheid in het Paschencontinuüm (tussen de Balmerlijnen in).

Plaat X geeft een deel van het ultraviolette spectrum van het element vanadium (metaal met chemisch symbool V), bij verschillende temperaturen. Dat het uiterlijk van het vanadium-spectrum aanzienlijk verandert met temperatuurverandering kan met de wetten van Boltzmann en

Saha begrepen worden: het onderste spectrum e, gevormd bij de laagste temperatuur, laat alleen een aantal emissielijnen zien die door overgangen tussen de laagste energietoestanden in vanadiumatomen ontstaan. Bij verhoging van de temperatuur $d \rightarrow c \rightarrow b$ komen er steeds meer atomen in hogere energietoestanden, waardoor nu ook lijnen waargenomen worden die tussen hogere energietoestanden ontstaan. In het bovenste spectrum vertonen zich vrijwel uitsluitend emissielijnen van het vanadium-ion; strook b bevat zowel atoom- als ionlijnen.



- X. Een ultraviolet gedeelte uit het spectrum van Vanadium (V), opgenomen van lichtbronnen met verschillende temperaturen.
- a vonk spectrum ($T > 6000 \text{ K}$);
 - b boog spectrum ($T \approx 4000 \text{ K}$);
 - c t/m e. spectra van Vanadium damp in een oven met verschillende temperaturen (c: 2300 K; d: 2000 K; e: 1700 K).
- De golflengteschaal langs de bovenrand is in Ångström ($1 \text{ Å} \hat{=} 0,1 \text{ nm}$) (A.S. King, Astrophys, Jour. 60, 280 1924).

vraag 50

Vergelijk de spectra in plaat X en selecteer:

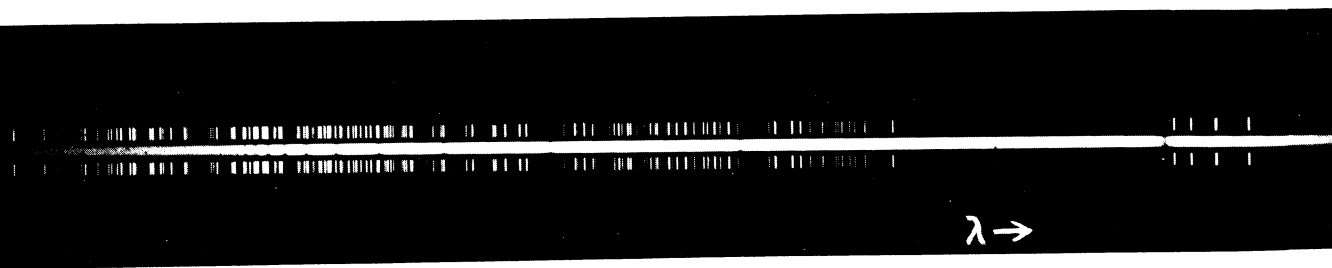
- a enkele atoomlijnen die tussen vrij lage energietoestanden ontstaan,
- b enkele ionlijnen,
- c enkele atoomlijnen die tussen vrij hoge energieniveaus ontstaan.

Met het nu vergaarde inzicht proberen wij het optreden van absorptielijnen in de spectra van vrijwel alle sterren, en het optreden van "sprongen" in het continue spectrum van sommige sterren te begrijpen.

Sterren met effectieve temperaturen van ongeveer 10.000 K (voorbeelden, niet om te onthouden: Sirius, Wega, Altair, Deneb) bezitten in hun absorptiespectra niet zeer sterke Balmerlijnen. Bovendien neemt de helderheid naar kortere golflengten vrij plotseling af bij de seriegrens ($\lambda = 365 \text{ nm}$): de zogenaamde "Balmer sprong" (zie plaat XI, fig. 20). Een voor de hand liggende conclusie is dat althans dit type sterren zeer veel waterstof bevat. Uit het optreden van absorptielijnen en de Balmer sprong kunnen wij meer afleiden wanneer wij gebruik maken van de volgende inzichten:

- . De straling die wij in een bepaald golflengtegebiedje van een ster ontvangen komt uit een dunne laag, die meer naar buiten ligt naarmate de absorptiecoëfficiënt van het sterregas voor het betreffende golflengtegebiedje groter is (§ 2.5).
- . Het vermogen dat de ster per m^2 en per golflengteenheid uitstraalt wordt gegeven door de wet van Planck bij de in de stralende laag horende (soort gemiddelde) temperatuur (§ 2.4).

Het in deze paragraaf besproken verloop van de absorptiecoëfficiënt voor waterstof.



XI. Het spectrum van de A0 ster S Cygni. De Balmerreeks en de Balmer-sprong zijn goed zichtbaar. Aan weerszijden van het sterspectrum staan vergelijkingsspectra verkregen met een ijzerboog.

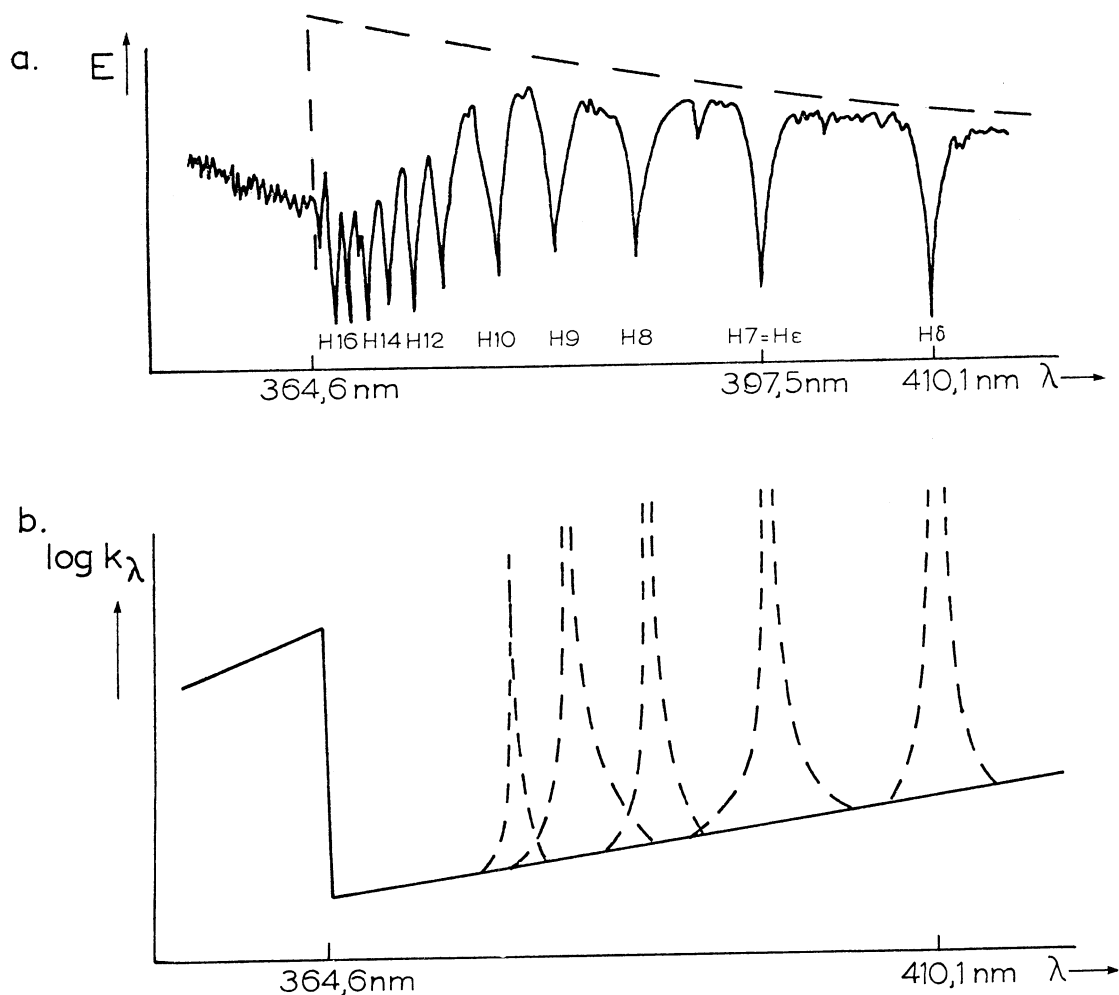


fig.20 a Registogram (schematisch) van de Balmersprong in een A ster. De stippellijn geeft het geschatte continuüm aan.

b Grafiek van de absorptiecoëfficiënt op dezelfde golflengteschaal. De getrokken lijn is voor de continue absorptiecoëfficiënt. De gebroken lijnen zijn voor de lijnabsorptie.

vraag 51 T

a Komt de straling in het Balmercontinuüm ($\lambda > 365$ nm) uit een diepere of minder diepe laag dan de continue straling voor $\lambda > 365$ nm?

b Uit de Balmersprong volgt dat de straling in het Balmercontinuüm uit een laag komt waar de temperatuur hoger/lager is dan in de laag waar de continue straling tussen de Balmerlijnen ontstaat; verklaar je antwoord.

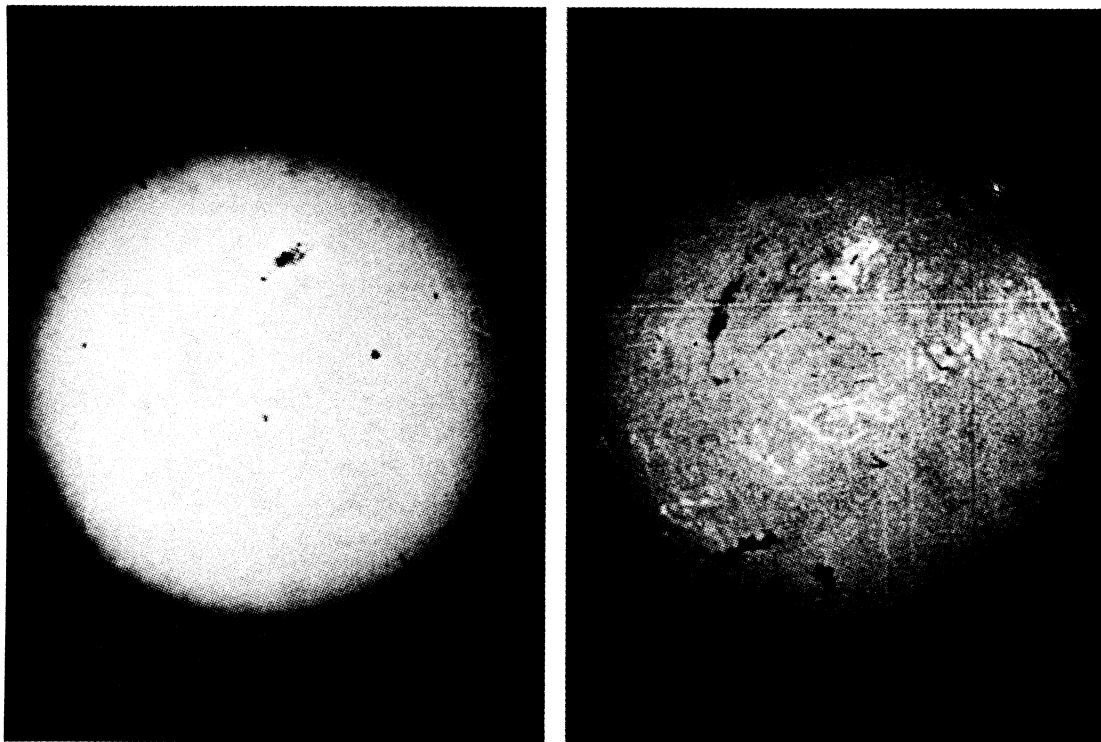
c Conclusie: in sterren met $T_{\text{eff}} \approx 10.000 \text{ K}$ neemt de temperatuur van binnen naar buiten toe/af.

vraag 52 T

Verwacht je in het spectrum van sterren met $T_{\text{eff}} = 10.000 \text{ K}$ nog meer "sprongen"?

Waar bijvoorbeeld?

Dat de straling in de spectrale lijnen uit veel meer naar buiten gelegen lagen komt dan de continue straling vindt een mooie bevestiging en toepassing in plaat XII. Men kan van de zon foto's maken in zeer smalle golflengtegebiedjes (van ongeveer 0,01 nm breed), bijvoorbeeld in de kern van de rode Balmerlijn H_{α} . Bestudeer plaat XII en het onderschrift.



XII. Twee foto's van de zon op dezelfde dag, links in een groot kleurgebied (in "wit licht"), rechts in een zeer smal spectraal gebiedje in de kern van de rode Balmerlijn H_{α} .

In de linkeropname is de randverzwakking (§ 2.5) duidelijk te zien.

Ook zijn enkele zonnevlekken zichtbaar; deze gebieden met sterke magnetische velden zijn 2000 K koeler dan de omringende zonnematerie en zij zenden daarom veel minder licht uit.

In de rechteropname is het licht afkomstig uit lagen die veel verder naar buiten liggen dan de lagen zichtbaar in de linkeropname. De zonnevlekken zijn weer te herkennen. In deze hogere lagen zien we veel meer structuren: de langwerpige donkere slierten bijvoorbeeld zijn wolken die ver buiten de zonsrand uitsteken (tot ongeveer 50.000 km). In continue straling ("wit licht") zijn deze "protuberansen" volkomen doorzichtig.

Het optreden van donkere spectrale lijnen in spectra van zon en sterren kunnen wij nu verklaren met een soortgelijke redenering.

In de spectrale lijn is de absorptiecoëfficiënt veel groter dan in het naburige continuüm (fig.18). De straling die wij in de kern van de lijn waarnemen komt dus uit een laag die veel verder naar buiten ligt dan de laag waar de straling in het continuüm uit afkomstig is. Het veel kleinere vermogen dat per golflengte-eenheid in de lijnkern wordt uitgestraald wijst weer op een lagere temperatuur in de buitenste lagen.

Uit het feit dat in spectra van zon en van vrijwel alle sterren absorptielijnen optreden kunnen we afleiden: in al deze sterren neemt de temperatuur naar buiten toe af.

vraag 53

Kun je dit temperatuurverval verklaren met een argument van energietransport?

In de appendix (3.6A2) gaan wij wat dieper in op de continue absorptiecoëfficiënt in de zonneatmosfeer.

3.7 DE CHEMISCHE SAMENSTELLING VAN ZON EN STERREN.

Hoe is het mogelijk om vast te stellen in welke hoeveelheden de verschillende elementen in de zon voorkomen? Uit de vorige paragraaf is het duidelijk dat de sterkte (donkerheid) van een spectrale lijn vooral afhangt van de absorptiecoëfficiënt in de lijn, dus van het product $n_A \cdot P_{AB}$. Uit de sterkte van de lijn kan men $n_A \cdot P_{AB}$ bepalen, en indien de overgangswaarschijnlijkheid P_{AB} uit de natuurkunde bekend is, de dichtheid van de atomen (ionen) in de energietoestand A. Men kan vervolgens met de verdelingswet van Boltzmann de aantallen deeltjes in andere energietoestanden uitrekenen, zodat men tenslotte voor het element het totale aantal atomen (ionen) per m^3 kent. Is het element over meer dan één ionisatietoestand verdeeld, dan moet het totale aantal deeltjes met de wet van Saha worden bepaald.

vraag 54

Een dergelijke analyse vergt kennis van het temperatuurverloop in lagen van de zonneatmosfeer die tot de vorming van het spectrum bijdragen, waarom?

Het resultaat van deze tijdrovende analyses is samengevat in de tabel (in fig.21). Wij zien dat de zon voor het grootste gedeelte uit waterstof bestaat, met flink wat helium en zeer weinig zwaardere elementen - deze samenstelling wijkt sterk af van de samenstelling van de aarde (met de zee en de dampkring), waarin relatief veel minder waterstof en helium voorkomt.

Dergelijke analyses zijn ook voor een aantal sterren uitgevoerd. Men vindt zo dat binnen de foutengrenzen van deze analyses verreweg de meeste sterren dezelfde chemische samenstelling hebben als de zon. Slechts categorieën van schaarse sterren wijken duidelijk af. Zowel de overeenkomsten als de verschillen roepen vragen op naar de oorzaken. In het volgende hoofdstuk ordenen wij de grote verscheidenheid in spectra en helderheden van sterren om tot beter inzicht van overeenkomsten en verschillen te komen.

vraag 55

Bewering 1: Er is een grote verscheidenheid in sterspectra.

Bewering 2: de meeste sterren hebben dezelfde chemische samenstelling.

Waarom hoeven deze beweringen niet met elkaar in strijd te zijn?

3.8 SAMENVATTING.

In dit hoofdstuk hebben wij ons beziggehouden met de theorie van het ontstaan van spectrale lijnen en continua. Daarbij hebben wij natuurkunde opgehaald en bijzondere aandacht geschonken aan de seriegrenscontinua die op de lijnreeksen aansluiten.

De continue absorptiecoëfficiënt neemt, naar kortere golflengten gaande, bij de seriegrens met een sprong toe. De absorptiecoëfficiënt is in de spectrale lijnen veel groter dan in het continuüm. Met dit verloop van de absorptiecoëfficiënt met de golflengte en het naar buiten afnemen van de temperatuur kunnen we het optreden van absorptielijnen en de Balmer sprong in sterspectra verklaren.

Om de chemische samenstelling van zon en sterren te bepalen gebruiken wij spectra die in het laboratorium zijn opgenomen. Ieder atoom, ion (en molecuul) heeft een geheel eigen spectrum en door vergelijking is zo de samenstelling van zon en sterren te bepalen.

De hoeveelheden van elk element kan men te weten komen door op de "sterkte" van de spectrale lijnen te letten. De zon en verreweg de meeste sterren hebben dezelfde chemische samenstelling van ongeveer 90% H, 10% He en een spoortje zwaardere elementen.

element	%
H	90
He	10
C	0,04
N	,010
O	,06
Ne	,03 ?
Na	,00015
Mg	,003
Si	,004
Fe	,003
overige	,04

fig.21 Abundanties in de zon (relatieve aantallen deeltjes).

4 classificatie van sterren

In de hoofdstukken 2 en 3 hebben wij ons bezig gehouden met de verklaring van spectra van de zon en van sterren. In dit hoofdstuk proberen wij een orde te ontdekken in de grote verscheidenheid in de sterspectra en in de lichtsterkten.

4.1 DE SPECTRALE REEKS (een fenomenologische ordening).

Vrijwel alle sterren hebben een spectrum dat bestaat uit een continuüm met absorptielijnen. Maar er zijn grote verschillen tussen sterspectra, zowel in het verloop van het continuüm, als in aantallen, sterkten en posities van de spectrale lijnen. Al spoedig werden groepen sterren met sterk op elkaar gelijkende spectra ontdekt: men ging spectrale klassen onderscheiden, die met letters werden aangeduid. Toen men aan het eind van de 19e eeuw op grote schaal sterspectra ging fotograferen ontdekte men dat de spectrale klassen in één spectrale reeks kunnen worden gerangschikt:

O, B, A, F, G, K, M

(te onthouden aan: Oh Be A Fine Girl, Kiss Me). De overgang tussen de klassen is vloeiend, men heeft daarom een fijnere onderverdeling ingevoerd: B0, B1, B2.....B9, A0, A1....enz. Men spreekt bijvoorbeeld van een ster van de klasse A5. Plaat XIII geeft enkele voorbeelden uit de spectrale reeks.

Ook het continue spectrum verandert geleidelijk door de spectrale reeks: de kleur van de sterren verschuift van blauwwit (O en B sterren) via wit, geel, oranje naar rood (M sterren).

Vrijwel alle sterspectra kunnen in de spectrale reeks worden ondergebracht (99% van de eerste 225.000 opgenomen spectra).

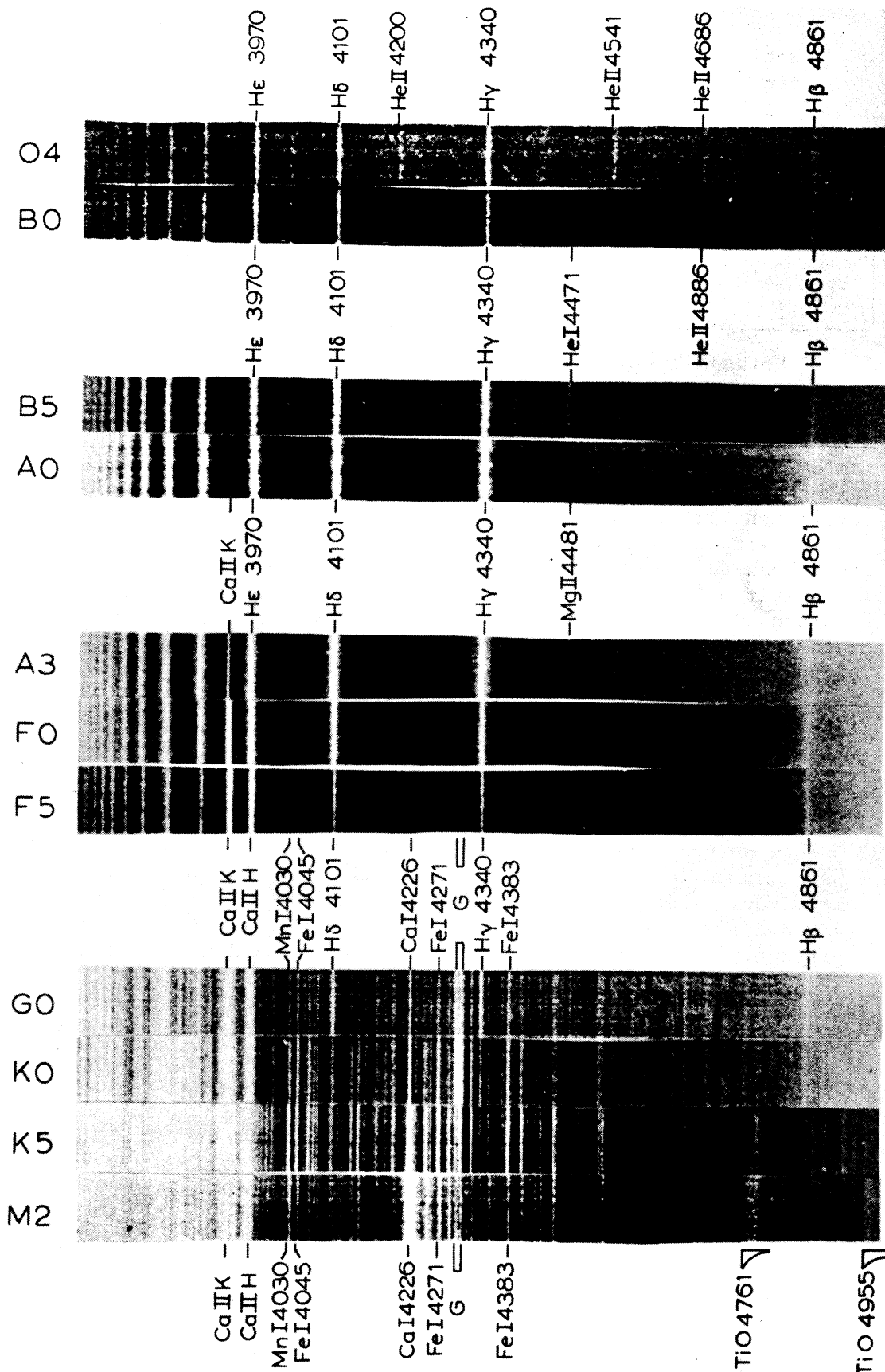
Omstreeks 1860 was reeds een aantal op aarde bekende elementen (o.a. H, Na, Ca, Mg, Fe) in spectra van sterren geïdentificeerd. Het was een belangrijke ontdekking dat de op aarde bekende elementen ook in de sterren voorkomen.

vraag 56

Tracht het zonnenspectrum (plaat I) te classificeren aan de hand van plaat XIII, geef daar een korte beredenering bij.

4.2 DE SPECTRALE REEKS ALS TEMPERATUURREEKS (een fysische interpretatie).

De geleidelijke kleurverandering van de sterren langs de spectrale reeks suggereert een verloop van de effectieve temperatuur van de sterren langs de reeks. Metingen van effectieve temperaturen (§ 2.6) hebben inderdaad een duidelijk verband opgeleverd, zie tabel (fig. 22). Aanvankelijk schreef men de grote verschillen tussen de spectrale klassen toe aan verschillen in chemische samenstelling. B sterren zouden "heliumsterren" zijn, A sterren "waterstofsterren" en G sterren zouden voornamelijk metalen bevatten. Maar er rezen spoedig vragen: waarom zouden alle waterstofsterren uitsluitend temperaturen omstreeks 10.000 K hebben?



XIII. Enkele voorbeelden uit de spectrale reeks, in fotografische negatieven. Bij enkele kenmerkende lijnen zijn de identificaties gegeven (He I betekent: lijn van neutraal helium; He II: van éénmaal geïoniseerd helium). Met "G" wordt een opvallende groep lijnen van neutrale en éénmaal geïoniseerde metalen aangeduid. De gebruikte fotografische film is heel gevoelig in het violet en in het blauw, maar niet in het groen. Daarom

schijnt het gebied van de blauwgroene H_{β} lijn veel zwakker dan in het gebied om H_{γ} . De golflengteschaal is in Ångström ($1 \text{ \AA} \hat{=} 0,1 \text{ nm}$).

spectrale type	B0	B5	A0	A5	F0	F5	G0	G5	K0	K5	M0	M5
effectieve temperatuur (K)	30000	15500	10000	8500	7500	6600	6000	5500	4900	4100	3500	2800

fig.22 Verband tussen spectrale klasse en temperatuur voor hoofdreekssterren.

Zodra de ionisatiewet van Saha gepubliceerd werd (1920) probeerde men de volgende hypothese: alle sterren hebben dezelfde chemische samenstelling en alle spectrale verschillen zijn uitsluitend het gevolg van verschillen in temperatuur en elektronendruk. De eerste stappen werden door Saha gezet. Russell liet in 1922 zien dat men, gebruikmakend van de formules van Boltzmann (9) en Saha (10), het sterkteverloop van de spectrale lijnen door de spectrale reeks geheel kon verklaren als een verloop in de temperatuur langs de spectrale reeks. Nauwkeuriger analyses sinds 1935 hebben bevestigd dat inderdaad de chemische samenstelling van vrijwel alle in de spectrale reeks te classificeren sterren dezelfde is (§3.7). De spectrale klasse kan dus ook dienen als maat voor de effectieve temperatuur. De ijking van de relatie tussen spectrale klasse en temperatuur (fig. 22) wordt nog steeds geleidelijk verfijnd (zie ook appendix 4.5A).

Wij gaan nu het verband tussen spectrale klasse en temperatuur met behulp van de wetten van Boltzmann en Saha zelf na aan de hand van enkele voorbeelden. Wij bedenken daarbij het in de vorige hoofdstukken behandelde: terwijl de continue straling uit vrij diepe lage afkomstig is, waarvoor de effectieve temperatuur een soort gemiddelde temperatuur is, worden de spectrale lijnen in de omringende koelere lagen gevormd. Om een eerste indruk te krijgen nemen wij (met Russell) aan dat in één spectrale klasse de lijnen bij één gemiddelde temperatuur gevormd worden; deze temperatuur is dus lager dan de effectieve temperatuur.

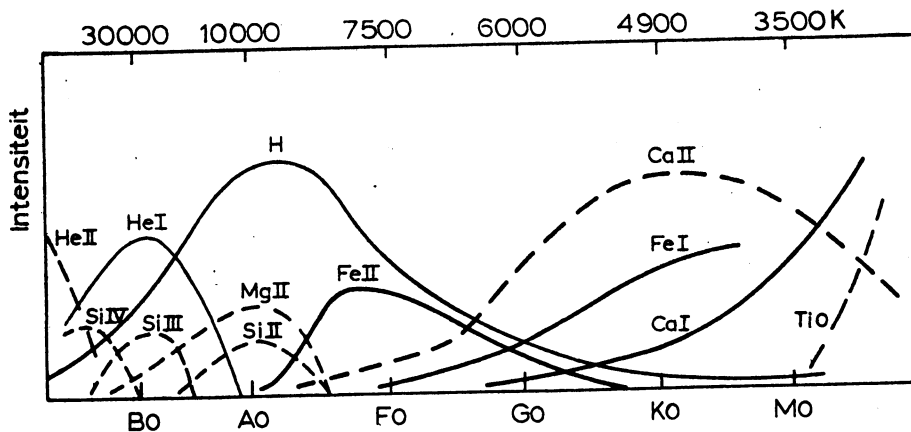


fig.23 Verband tussen de sterkte van spectrale lijnen en de effectieve temperatuur (naar Novotny).

Om spectrale lijnen en continua van de verschillende ionen van één element te onderscheiden gebruikt men Romeinse cijfers: bijv. FeI voor neutraal ijzer (Fe^0), FeII voor éénmaal geïoniseerd ijzer (Fe^+), FeIII voor tweemaal geïoniseerd ijzer (Fe^{++}), enz...

Gebruik bij de onderstaande vragen: Plaat XIII, fig. 22, 23, je tabellenboekje en de tabellen fig. 16 en fig. 17. Wij bekijken eerst het waterstofspectrum (HI).

vraag 57 T

- In welke energietoestand bevinden zich de H-atomen, die de absorptielijnen op plaat XIII veroorzaken?
- Is waterstof in de spectrale klassen A, F, ... M grotendeels neutraal of geïoniseerd?
- Verklaar dat de waterstoflijnen in sterkte afnemen door de klassen A, F, G, K, M.
- Waarom nemen de HI-lijnen af van $A \rightarrow B \rightarrow O$?
- Kunnen wij in bepaalde sterren HII-lijnen verwachten (oppassen)? Verklaar je antwoord.

Wij gaan nu het optreden bekijken van de CaII-lijn bij $\lambda = 393 \text{ nm}$ (uit grondniveau van Ca^+) en van de CaI-lijn bij $\lambda = 423 \text{ nm}$ (uit grondlijnen van Ca^0).

vraag 58 T

- Zoek de ionisatieenergieën van Ca en Ca^+ op in het tabellenboekje.
- Waarom treedt de CaI-lijn later op dan de CaII-lijn en waarom zal de versterking van de CaI-lijn zich wel voortzetten door de spectrale klassen K naar M?
 - Waarom verdwijnt de CaII-lijn van $FO \rightarrow AO$?
 - Verklaar de paradox dat de CaII-lijn (van geïoniseerd Ca) van $FO \rightarrow AO$ verdwijnt, terwijl de lijnen van neutraal waterstof juist sterker worden? (tenminste twee redenen geven!)

vraag 59

- Waarom treden FeII-lijnen eerder in de spectrale reeks op dan de CaII-lijnen?
De ionisatieenergie voor het 1e elektron van ijzer is 7,87 eV, die voor het 2e is 16,18 eV.
- Waarom worden de FeII-lijnen eerder zwakker dan de CaII-lijnen?

vraag 60

Verklaar de opeenvolging van SiIII-, SiIII-, en SiIV-lijnen wanneer men in de spectrale reeks gaat van klasse $A \rightarrow B \rightarrow O$ (zie fig. 23).

vraag 61

Waarom treden molecuulbanden (bijv. van TiO) pas in de spectrale klassen K op en nemen zij snel in sterkte toe door de klassen M? (denk aan wat je bij scheikunde geleerd hebt, of aan § 3.5).

4.3 LICHTSTERKTEN VAN STERREN; HET HERTZSPRUNG-RUSSELLDIAGRAM.

De effectieve temperatuur is een maat voor het per m^2 uitgestraalde vermogen E : $E = \sigma T_{\text{eff}}^4$. Onder de lichtsterkte L van een ster verstaan we het totale vermogen dat door de ster wordt uitgestraald, dus als R de straal van de ster is:

$$L = 4 \pi R^2 \cdot \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (11)$$

Vaak drukt men de lichtsterkte van een ster in die van de zon uit.

vraag 62

a Hoeveel bedraagt de lichtsterkte van de zon L_{\odot} (vraag 27)?

b Nabij de aarde ontvangt men van de ster Sirius een vermogen van $1,33 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$. De afstand tot Sirius bedraagt $8,1 \times 10^{13} \text{ km}$. Bereken de lichtsterkte L_s van Sirius en bepaal $\log(L_s/L_{\odot})$.

Om te onderzoeken of er een verband bestaat tussen effectieve temperatuur en lichtsterkte gaan wij een diagram maken door van een groot aantal sterren $\log L/L_{\odot}$ (verticaal) uit te zetten tegen

$\log T_{\text{eff}}$. Wij kiezen logaritmische schalen omdat beide grootheden van verschillende sterren sterk uiteenlopen. Russell deed iets dergelijks voor het eerst in 1913, waarbij hij echter langs de horizontale as de spectrale klassen i.p.v. $\log T_{\text{eff}}$ uitzette. Om een gelijkis met Russell's diagram te handhaven laten wij de $\log T$ -schaal van rechts naar links lopen.

vraag 63

Hoe zou een dergelijk diagram er uit zien als er geen verband tussen L en T_{eff} zou bestaan, m.a.w.: indien sterren van dezelfde

T_{eff} zeer uiteenlopende lichtsterkten L (of diameters) zouden bezitten?

Maakt men zo'n diagram voor sterren waarvoor men T_{eff} en het op aarde ontvangen vermogen, maar ook de afstand redelijk goed kent, dan ontstaat het verrassende resultaat in fig. 24: de sterren blijken bepaalde stroken en gebieden te bezetten, die als volgt worden benoemd:

- . het grootste deel van de sterren ligt in de hoofdreeks, die van linksboven naar rechtsonder loopt; deze sterren noemt men dwergen of hoofdreekssterren.

- . er is een aftakking van ongeveer het midden van de hoofdreeks naar rechtsboven (via Capella naar Betelgeuze = Beteldjoeza): de reuzentak, de hierin liggende sterren noemen wij reuzen.
- . rechtsboven loopt de reuzentak over in een min of meer horizontaal gedeelte om $\log(L/L_{\odot}) \approx 5$: hierin liggen de zeer schaarse superreuzen.
- . linksonder ligt een groep sterren die witte dwergen worden genoemd.

vraag 64

a Hoe verhouden zich de lichtsterkten van een B0-hoofdreeksster en een M5-dwerg ongeveer?

b Verklaar de naam witte dwerg.

c Wat zijn de verhoudingen in lichtsterkten tussen een K5-dwerg, K5-reus en K5-superreus?

Opmerking:

Hertzsprung was iets eerder dan Russell tot de conclusie gekomen dat er rode reuzen en dwergen bestaan. Om beide pioniers te eren worden diagrammen als fig. 24 en 25 Hertzsprung-Russelldiagrammen genoemd.

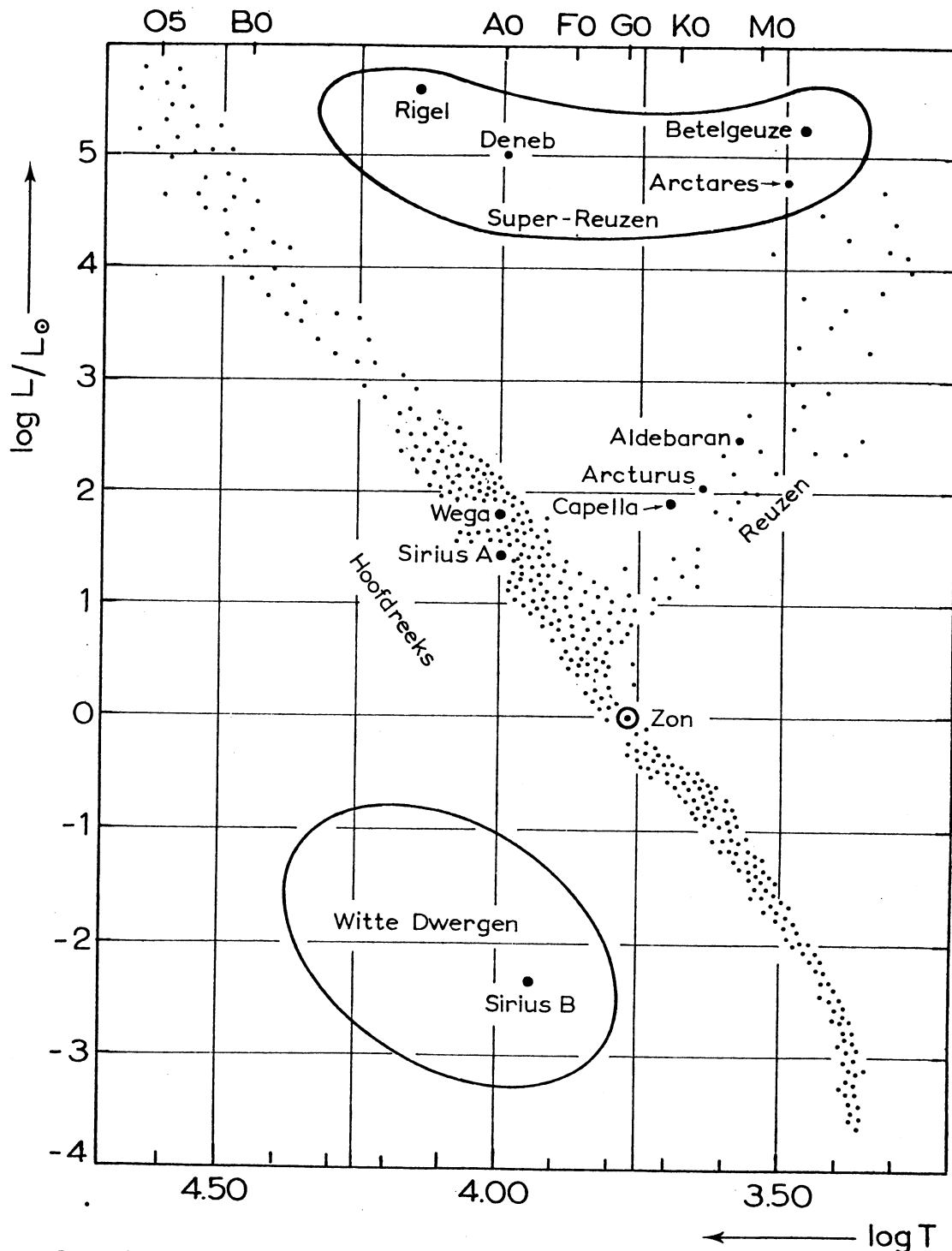


fig.24 Het Hertzsprung-Russelldiagram met enkele honderden van de voor het oog helderste sterren en een aantal nabije zwakke sterren.

Het diagram in fig. 24, waarin een aantal van de helderste sterren is ingevuld, geeft een verkeerd beeld van de relatieve aantallen van de verschillende soorten sterren. Om een zinnvolle statistiek te krijgen zouden wij de werkelijke aantallen sterren van elke groep moeten tellen binnen een bepaald volume.

vraag 65 T

Een M0-superreus en een M0-dwerg lijken voor het blote oog even helder. Hoeveel maal staat de superreus verder weg dan de dwerg (gebruik fig. 24)?

vraag 66 T

- Fig. 25 geeft weer een H.R. diagram doch nu voor alle 50 sterren die bekend (!) zijn binnen 16 lichtjaren afstand tot de zon.
- b hoeveel reuzen komen daaronder voor?
 - c hoeveel witte dwergen komen daaronder voor?
 - d hoeveel hoofdreekssterren lichtsterker dan de zon?
 - e hoeveel hoofdreekssterren lichtzwakker dan de zon?

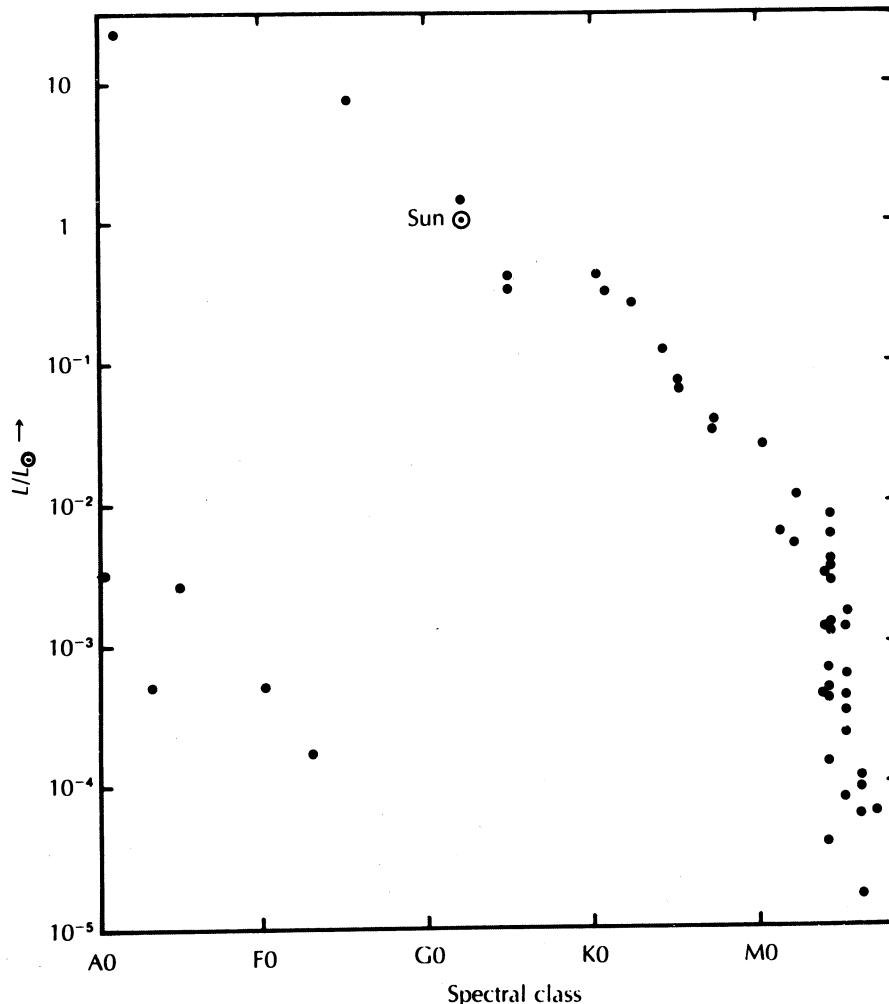


fig.25 Het H.R.D. voor sterren met afstanden kleiner dan 16 lichtjaar vanaf de zon. (R. Woolley, Royal Greenwich Obs. Annals no. 5 1970).

Vergelijk dit met de statistiek van de 20 voor het blote oog helderste sterren: 10 hoofdreekssterren (alle lichtsterker dan de zon), 5 reuzen en 5 superreuzen!

Samengevat:

- . superreuzen zijn zeer schaars
- . reuzen zijn schaars
- . witte dwergen komen betrekkelijk veel voor (oo (ook fig. 25 kan het aantal nog onderschatten).
- . verreweg de meeste sterren zijn hoofdreekssterren, waarbij de aantallen van "linksboven" (B-sterren) naar "rechtsonder" (M-dwergen) zeer sterk toenemen.

4.4 AFMETINGEN VAN STERREN.

Hoewel de namen dwergen, reuzen en superreuzen oorspronkelijk alleen naar de lichtsterkten verwezen, is er een verband met de afmetingen, dat in het H.R.-diagram kan worden weergegeven. Je kunt dit onderzoek zelf uitvoeren aan de hand van formule 11 en de onderstaande vragen.

vraag 67 T

a Druk $\log(L/L_{\odot})$ uit in T/T_{\odot} en R/R_{\odot} waarin L , T en R respectievelijk temperatuur en de straal van de ster, en L_{\odot} , T_{\odot} , R_{\odot} dezelfde grootheden voor de zon:

$$\log(L/L_{\odot}) = \dots\dots\dots (12)$$

b Neem het raster van fig. 24 met de schalen over op een vel doorzichtig papier.

c Teken daarop de verzameling sterren met $R/R_{\odot} = 1$.

d Teken daarop ook de verzamelingen sterren, respectievelijk voor

$$R/R_{\odot} = 10^{-3} \quad 10^{-2} \quad 10^{-1} \quad 10^{+1} \quad 10^{+2} \quad 10^{+3}$$

Beantwoord nu de onderstaande vragen door het doorzichtige vel uit de vorige vraag op fig. 24 te leggen:

vraag 68 T

Tussen welke grenzen liggen de afmetingen van hoofdreekssterren?

vraag 69 T

Welke afmetingen hebben:

a reuzen

b superreuzen

c witte dwergen?

vraag 70

Waarom lopen de lichtsterkten van de sterren meer uiteen dan de afmetingen van de sterren?

4.5 MASSA'S VAN STERREN.

Wij hebben van sterren de lichtsterkten, de temperaturen en de afmetingen leren kennen. Wij zouden nu graag massa's van sterren bepalen. Dat kan voor die sterren waarvan wij de gravitatiewerking op een ander lichaam kunnen waarnemen.

Bij de behandeling van de gravitatiewet van Newton is gebleken hoe de massa van de zon uit de baanbeweging van de aarde kan worden afgeleid. Gelukkig is dat ook voor andere typen sterren mogelijk omdat veel sterren als dubbelsterren (en ook wel als meervoudige sterren) voorkomen. De opnamen van figuur 26 laten duidelijk zien hoe twee sterren om elkaar draaien. Het principe dat de gravitatiekracht de noodzakelijke centripetale kracht levert, maakt het mogelijk om uit de baanbewegingen de massa's van de componenten van een dubbelster te bepalen.

We beschouwen twee sterren m_1 en m_2 die in cirkelvormige banen om hun gemeenschappelijk massamiddelpunt (zwaartepunt) draaien. De gravitatiekracht (dus ook de centripetale kracht) heeft altijd de richting van de verbindingslijn van de sterren, zodat beide sterren in gelijke tijden hun omloop voltooien (figuur 27).

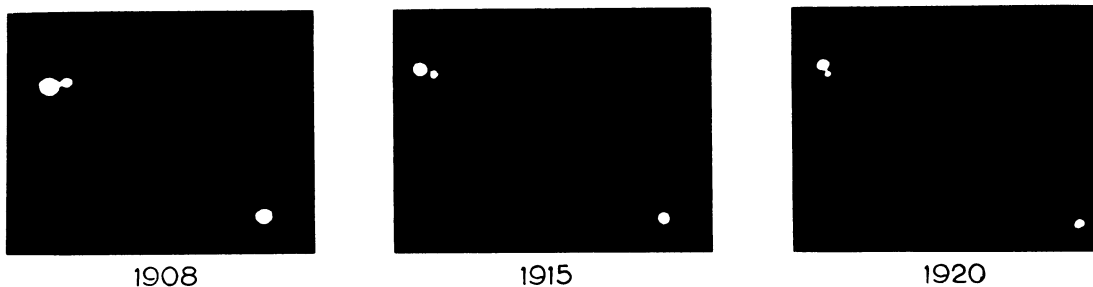


fig.26 Drie opnamen van de dubbelster Krüger 69 tonen de relatieve beweging (Yerkes-Observatory).

De gravitatiekracht van ster 1 op ster 2 levert de centripetale kracht voor ster 2. In formule is dat:

$$f \frac{m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2} = m_2 \frac{4\pi^2}{T^2} r_2 \quad \text{ofwel} \quad m_1 = \frac{4\pi^2}{f} \cdot \frac{(r_1 + r_2)^2}{T^2} \cdot r_2$$

Evenzo vinden we dat

$$m_2 = \frac{4\pi^2}{f} \cdot \frac{(r_1 + r_2)^2}{T^2} \cdot r_1$$

zodat

$$m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2}{f} \cdot \frac{(r_1 + r_2)^3}{T^2} \quad (13)$$

vraag 71 T

Welke grootheden moeten worden gemeten om m_1 en m_2 te bepalen?

Opmerking:

Zonder bewijs vermelden we nog dat de formules ook voor elliptische banen gelden mits we r_1 vervangen door a_1 , de halve lange as van de baan van ster 1 en r_2 vervangen door a_2 , de halve lange as van de baan van ster 2.

vraag 72 T

Uit het feit dat Sirius "heen en weer wiebelt" vermoedde men al sinds 1830 dat Sirius een dubbelster moest zijn. Pas in 1862 werd de tweede component (Sirius B) ontdekt: het bleek een heel zwak sterretje te zijn, van ongeveer 10^{-4} maal de lichtsterkte van Sirius A. Toch is Sirius B vrijwel even heet als Sirius A ($T_{\text{eff.}} \approx 10.000 \text{ K}$). Uit de combinatie van deze gegevens volgt met het in 4.4 besproken principe een zeer kleine straal: $0,02 \times R_{\odot}$. Daarmee was de eerste witte dwerg ontdekt!
Gegevens over de dubbelster: afstand tussen A en B: $3,0 \times 10^9 \text{ km}$,
 $r_A : r_B = 1 : 2$, $T = 50 \text{ jaar}$ ($1 \text{ jaar} : 3,2 \times 10^7 \text{ s}$).

a Bepaald de massa van elk der componenten
b Bereken de gemiddelde massadichtheid van Sirius B (in kg/m^3), vergelijk dit met de gemiddelde dichtheid van de zon ($= 1,4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) en van water ($= \dots \text{ kg/m}^3$). Formuleer je reactie.

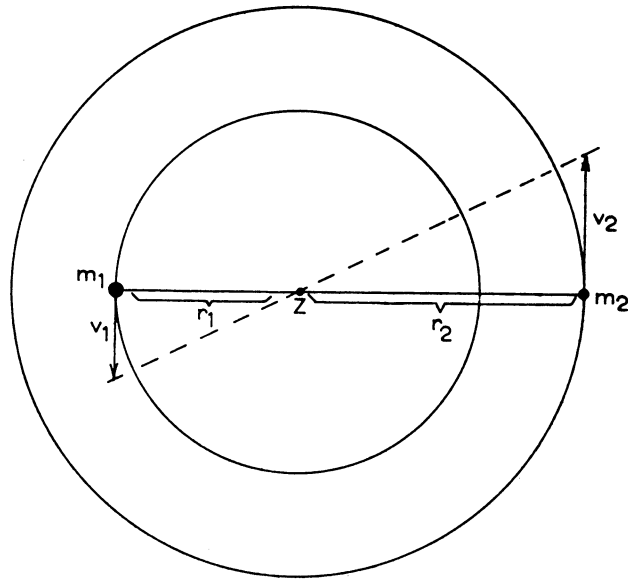


fig.27 De Componenten van een dubbelster bewegen om hun massa-centrum Z.

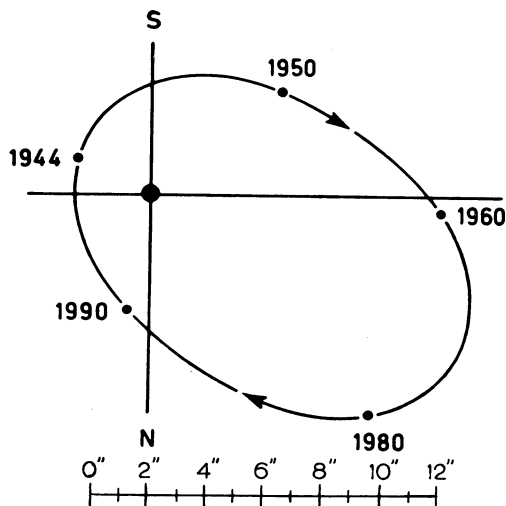


fig.28 De baan van de Sirius begeleider ten opzichte van de hoofdster. De schaal van de baan is in hoekmaat gegeven (naar A. Wallenquist).

Omstreeks 1920 kwam Eddington tot het vermoeden dat de lichtsterkte van een ster grotendeels bepaald wordt door de massa. Om dit te toetsen heeft hij voor alle sterren met bekende massa dit verband in grafiek gebracht (figuur 29). De betrekkelijk grote spreiding in de grafiek kan niet geheel door meetfouten worden verklaard. De massa-lichtsterkte relatie geeft goede schattingen voor hoofdreekssterren en reuzen. Witte dwergen wijken echter sterk van de gemiddelde relatie af.

vraag 73

Hoe groot is de massa van een ster met lichtsterkte $1000 L_{\odot}$?
(Denk aan de foutenmarge).

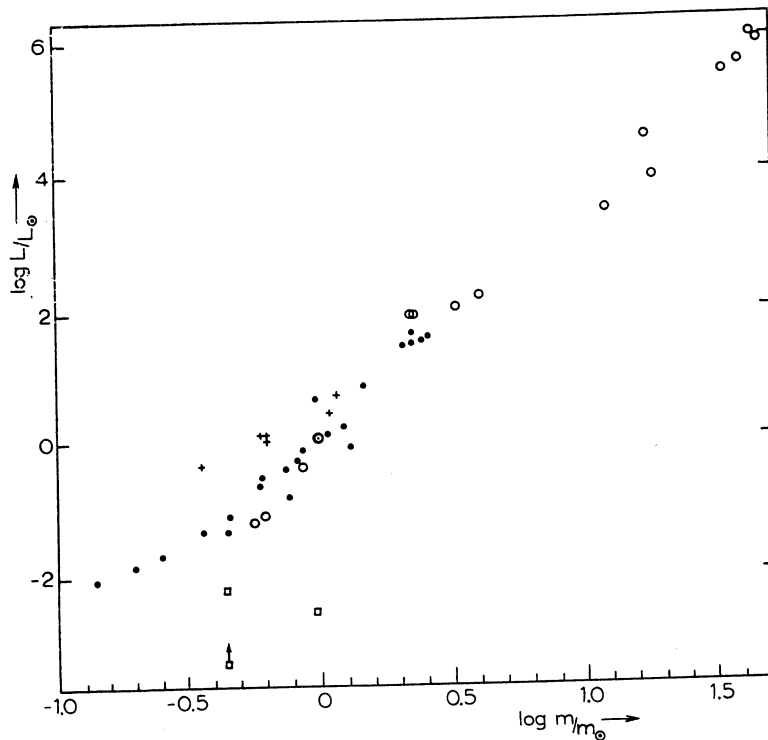


fig.29 De massa-lichtsterkte relatie van Eddington. Ruwweg geldt dat: $\log L = 4 \log m$ (naar G.P. Kuiper).
 o visuele dubbelsterren.
 O spectroscopische dubbelsterren (dopler effect).
 + dubbelsterren uit de sterhoop Hyaden.
 □ witte dwergen.

vraag 74

Hoe groot is de verhouding in massa tussen de zwaarste en de lichtste sterren?

vraag 75

Hoe zouden in het Hertzsprung-Russelldiagram lijnen lopen die sterren van gelijke massa's verbinden?

Uit vraag 74 blijkt dat de massa's van de sterren veel minder uiteenlopen dan de afmetingen.

vraag 76

Wat kun je zeggen van de gemiddelde massadichtheden in een K5-dwerg, een K5-reus en een K5-superreus (kwalitatief)?

4.6 SAMENVATTING.

Vergelijken we de spectra van verschillende sterren onderling, dan blijken er zeer grote verschillen te zijn in aantallen en sterkten van de lijnen. Uitgaande van het feit dat vrijwel alle sterren dezelfde chemische samenstelling hebben kunnen we de verschillen begrijpen uit temperatuurverschillen. De sterspectra laten zich zowel door vergelijking met temperaturen bepaald uit kleurmetingen (§ 2.6), als met behulp van de wetten van Boltzmann en Saha, in een temperatuurreeks rangschikken.

Bestaat er een verband tussen spectrale klasse en lichtsterkte? In het H.R.-diagram zien we dat de sterren wel in bepaalde stroken vallen, maar er is geen eenduidig verband tussen lichtsterkte en spectrale klasse (temperatuur).

Wij leerden zo als groepen sterren kennen: hoofdreekssterren, reuzen en witte dwergen. Voor de zuivere verhouding in aantallen moet een goede statistiek worden opgezet: daarbij is het probleem dat lichtsterke sterren (bijv. reuzen) veel meer opvallen dan lichtzwakke sterren (bijv. witte dwergen).

Omdat de lichtsterkte zowel van de effectieve temperatuur als van de straal van een ster afhangt kunnen uit het H.R.-diagram afmetingen van sterren worden afgeleid. Het verschil in diameter tussen de grootste en de kleinste sterren is enorm; een factor 10^6 ! De hoofdreekssterren verschillen onderling veel minder in afmeting: slechts een factor 100.

Tenslotte: ook massa's van sterren kunnen bepaald worden en wel uit baanbewegingen van dubbelsterren. Voor de meeste sterren blijkt er een verband te bestaan tussen de lichtsterkte en de massa van een ster.

In deze vier hoofdstukken zijn we het volgende over de sterren te weten gekomen:

- . de effectieve temperatuur (hst. 2)
- . de chemische samenstelling (van de buitenste schil) (hst.3)
- . de diameters uit lichtsterkten en temperaturen (hst. 4)
- . de massa's van sterren (hst. 4)
- . er blijken betrekking te bestaan tussen lichtsterkte en temperatuur (stroken in het HR-diagram) en tussen lichtsterkte en massa (hst. 4).

Sommige resultaten roepen nieuwe vragen op, vragen naar het waarom van bepaalde uit waarnemingen afgeleide relaties. Zo verwonderen wij ons over het feit dat verreweg de meeste sterren in bepaalde gebieden van het H.R.-diagram terecht blijken te komen. Op dit soort vragen gaat het volgende hoofdstuk in.

5 inwendige structuur en evolutie van sterren

5.1 INLEIDING.

Alles wat men uit de spectra van sterren afgeleid heeft geeft alleen informatie over de buitenste schillen van deze sterren. Uitgaande van de zo verkregen gegevens is een antwoord op de volgende vragen niet mogelijk: Waarom behoren zoveel sterren tot de hoofdreeks? Waarom zijn er vrij veel witte dwergen en maar heel weinig reuzen? Waarom is het verschil in lichtsterkte tussen de verschillende sterren zo groot?

Om deze vragen te beantwoorden is het nodig iets meer over het inwendige van de sterren te weten. Aangezien echter het sterinwendige niet voor waarnemingen toegankelijk is, moet men langs theoretische weg inzicht krijgen. Men maakt theoretische modellen van sterren waarbij inzichten uit de theoretische natuurkunde en gegevens uit de experimentele natuurkunde worden toegepast.

Een eerste stap in deze richting kunnen we maken door ons af te vragen welk fysisch mechanisme het vermogen kan leveren dat de sterren uitstralen. Daarna zullen we de natuurkundige voorwaarden opstellen waaraan de bouw van de ster moet voldoen.

5.2 ENERGIEVRIJMAKING.

Wij zagen (§ 2.3) dat de zon een vermogen van 4×10^{26} W uitstraalt. Uit schattingen van de ouderdom van de aarde volgt dat de zon zeker 5×10^9 jaar bestaat. Waar komt de geweldige hoeveelheid energie vandaan die de zon tot dusverre heeft uitgestraald? En hoe lang kan de zon dat op de huidige voet volhouden? Soortgelijke vragen dringen zich op voor de energievrijmaking in andere sterren. Men heeft lang naar de verklaring gezocht. Twee mechanismen zijn daarbij van meer dan historisch belang gebleken.

- . Samentrekking (contractie) van de ster onder invloed van de zwaartekracht in de ster: het gas valt naar het middelpunt van de ster, verliest daarbij potentiële energie en wint dus kinetische energie, welke wordt omgezet in warmte die de ster vervolgens geheel of gedeeltelijk als thermische straling verlaat. De ster wordt steeds kleiner, de vrijgekomen gravitatie-energie maakt uitzending van thermische straling mogelijk.
- . Trekt een zeer uitgebreide gaswolk samen tot een bol met de huidige omvang van de zon, dan is de totale hoeveelheid energie die daarbij vrijkomt voldoende om de zon $2,5 \cdot 10^7$ jaar op de huidige voet te laten stralen: dat is slechts $1/200$ van de levensduur van de zon! De gravitatiecontractie kan het uitgestraalde vermogen en de levensduur van de zon dus niet verklaren. Wij zullen naderhand zien dat energievrijmaking door contractie wel van belang is voor sommige (ontwikkelingsstadia van) sterren.
- . Omzetting van massa in energie: Veronderstel eens dat de massa van de zon wordt omgezet in energie volgens de relatie van Einstein $U = mc^2$. Hoeveel jaar zou de zon dan kunnen stralen?

vraag 77 T

De zon levert een vermogen van $4 \cdot 10^{26}$ W.

De massa van de zon is $2 \cdot 10^{30}$ kg.

a Hoelang kan de zon constant met $4 \cdot 10^{26}$ W stralen als daarbij de helft van zijn massa is overgegaan in energie? (1 jaar $\approx 3 \cdot 10^7$ s).

b Is dat voldoende?

De volledige omzetting van massa in energie heeft dus ruimschoots voldoende vermogen om een ster miljarden jaren te laten stralen. Toch is dit geen goede verklaring omdat er in de natuur geen proces bekend is waarbij materie volledig in energie wordt omgezet. Wel hebben we een stap in de goede richting gedaan: er is geen proces bekend dat meer energie kan leveren dan de omzetting van massa in energie.

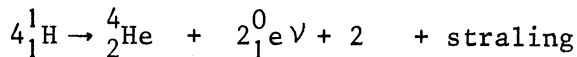
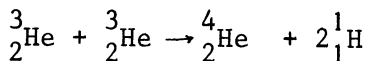
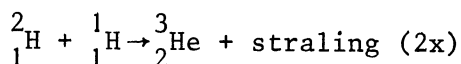
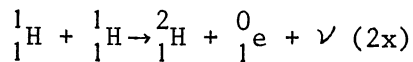
vraag 78 T

Door kernsplijting en door kernfusie wordt een deel van de massa omgezet in energie.

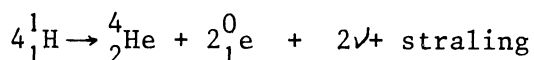
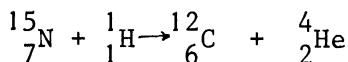
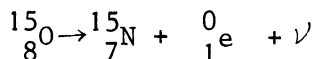
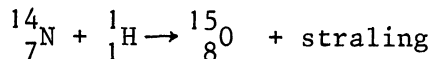
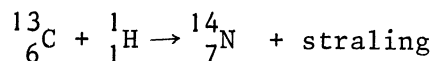
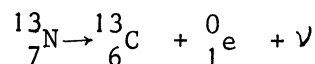
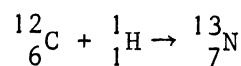
Nu je weet dat een ster grotendeels uit waterstof bestaat, welke van beide soorten processen komt dan hier in aanmerking?

Kernfusieprocessen kunnen alleen optreden bij zeer hoge temperaturen. Het belangrijkste mechanisme van energievrijmaking is de fusie van waterstofkernen tot heliumkernen. Afhankelijk van de temperatuur in het sterinwendige vindt deze kernfusie voornamelijk plaats in twee reeksen van kernreacties, die hieronder gegeven zijn (niet uit het hoofd leren!).

protonreeks ($T < 2,5 \cdot 10^7$ K)



koolstofcyclus ($T > 2,5 \cdot 10^7$ K)



Het netto resultaat van beide processen is dat 4 protonen worden omgezet in één heliumkern. De in beide reactieketens gevormde positronen β^+ e annihileren met de ruimschoots aanwezige elektronen tot γ -straling. De gevormde neutrino's ν hebben een zo groot doordringingsvermogen dat ze ongehinderd de ster zullen verlaten. Er worden pogingen gedaan om van de zon afkomstige neutronen op aarde aan te tonen om zo een gegeven over processen in het inwendige van de zon in handen te krijgen. In de koolstofcyclus treedt koolstof alleen als een soort "katalysator" op (ga dat na!).

vraag 79 T

- Het massaverlies bij de waterstoffusie is $4,8 \cdot 10^{-29}$ kg per vier omgezette H-atomen. Toon aan dat dit overeenkomt met ongeveer 27 MeV.
- Hoeveel energie komt er vrij, als er 1 kg waterstof wordt omgezet in helium?
- Als de zon helemaal uit waterstof zou bestaan, hoe lang kan de zon dan stralen zoals nu? Is dat voldoende?
- Hoeveel massa zet de zon per seconde om in straling?

De reactiesnelheid van genoemde kernfusieprocessen neemt toe met toenemende dichtheid en neemt zeer sterk toe met toenemende temperatuur. Daarom vinden deze reacties alleen plaats binnen een relatief klein bolletje om het middelpunt van de ster.

Na een langere tijd is alle waterstof in de kern omgezet in helium. De waterstoffusie gaat dan door in een schil rondom de kern dus in de loop der tijden zal het inwendige van een ster veranderen! Deze veranderingen gaan zeer langzaam in vergelijking met de tijd dat de mens sterren waarneemt. Daarom zullen we voorlopig het sterinwendige als onveranderlijk beschouwen.

Later, in de paragrafen 5.5 en volgende, zullen we de evolutie van een ster bespreken.

5.3 DE FYSICA VAN HET STERINWENDIGE.

Als inleiding op de constructie van stermodellen (§ 5.4) bekijken wij in deze paragraaf de wetten die de bouw van een ster bepalen.

5.3.1 Hydrostatisch evenwicht.

De gasdruk op een zekere diepte in een ster is het gevolg van het gewicht van de hoger gelegen lagen. De druk zal dus van buiten naar binnen toenemen.

Wij gaan nu afleiden hoe de druk naar buiten toe afneemt als functie van de afstand r tot het stercentrum. Hiertoe beschouwen we een volume-elementje in de steratmosfeer (zie fig. 30). We nemen aan dat er geen resulterende krachten in horizontale richting werken.

In verticale richting werken drie krachten:

- . de kracht op het bovenvlak ten gevolge van de druk werkt naar naar beneden;
- . de kracht op het ondervlak ten gevolge van de daar heersende druk werkt omhoog; de opwaartse kracht is gelijk aan deze kracht op het ondervlak, verminderd met de kracht op het bovenvlak;
- . het gewicht van het element werkt naar beneden.

Wij nemen hydrostatisch evenwicht aan, d.w.z. dat de opwaartse kracht gelijk is aan het gewicht (vergelijk met evenwicht in een vloeistof).

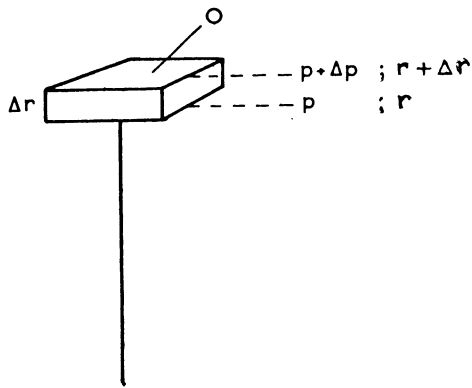


fig.30 Een volume elementje met oppervlak $O \text{ m}^2$ en dikte $\Delta r \text{ m}$ bevindt zich op afstand r van het centrum van de ster. In de laag van het ondervlak is de druk $p \text{ N/m}^2$, voor het bovenzvlak is de druk $p + \Delta p \text{ N/m}^2$. De dichtheid van het elementje is $\rho \text{ kg/m}^3$.

vraag 80 T

Figuur 30 geeft een volume-elementje op afstand r van het stercentrum.

Laat zien dat de opwaartse kracht gegeven wordt door $F_{\text{opw}} = \Delta p \cdot O$.

Met behulp van de gravitatiewet van Newton is te bewijzen, dat de massa die zich buiten de bol met straal r bevindt een resulterende kracht nul uitoefent op het beschouwde volume-elementje (zie fig.31). Voor de gravitatiekrachten moeten we dus uitsluitend letten op de massa $m(r)$ binnen de straal r waarbij men deze massa $m(r)$ in het middelpunt mag denken.

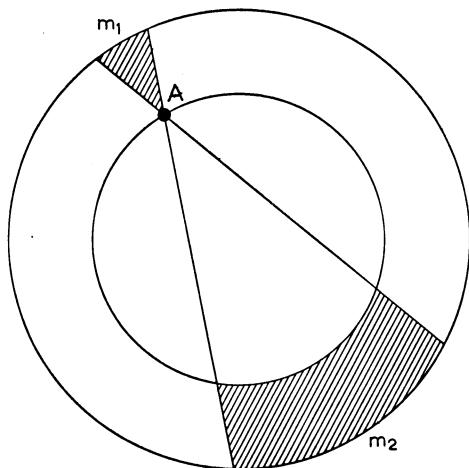


fig.31 De bijdragen van m_1 en m_2 aan de gravitatiekracht in A heffen elkaar op. Massa m_1 , is wel kleiner dan m_2 , maar de afstand tot A is ook kleiner. Het resultaat is dat voor de gravitatiekrachten alleen gelet moet worden op de massa binnen de bol waar A op ligt.

vraag 81 T

a Laat zien dat voor de gravitatiekrachten op het volume-elementje geldt:

$$F_{\text{grav}} = f \frac{m(r) \cdot \rho(r) \cdot O \cdot \Delta r}{r^2}$$

b Toon aan dat uit hydrostatisch evenwicht volgt:

$$\Delta p = -f \frac{\rho(r)}{r^2} m(r) \Delta r.$$

c Verklaar het min- teken in bovenstaande formule.

d Laat zien dat voor een ster in hydrostatisch evenwicht moet gelden:

$$\frac{dp}{dr} = -f \frac{\rho(r)}{r^2} m(r) \quad (14)$$

5.3.2 Massa en dichtheid.

Door het gewicht van de buitenlagen zal de dichtheid in de richting van het stercentrum toenemen. Kennen we de dichtheid ρ als functie van de afstand tot het middelpunt van de ster, dan is de massa $m(r)$ binnen een bol met straal r te berekenen.

De massa binnen een bol met straal r noemen wij $m(r)$ en de massa binnen een bolschilletje met de dikte Δr daar omheen noemen we $\Delta m(r)$, zie fig. 32.

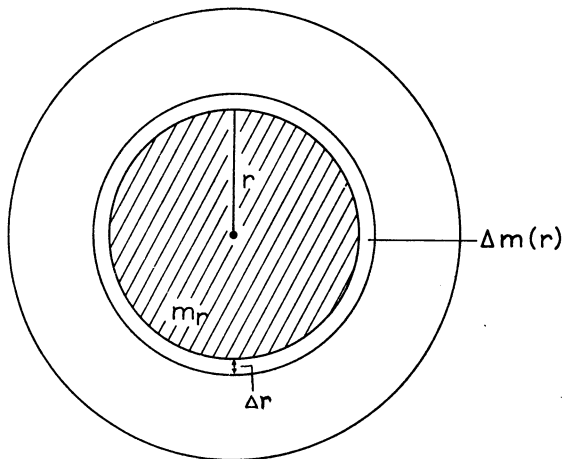


fig.32 De massa binnen een bol met straal r noemen we $m(r)$, de massa van het bolschilletje daaromheen $\Delta m(r)$.

vraag 82 T

Toon zelf aan: $\frac{dm(r)}{dr} = 4 \pi r^2 \rho(r).$ (15)

In een gas hangen dichtheid, druk en temperatuur met elkaar samen. Bij grote dichtheid kan het eigen volume van de atomen een rol gaan spelen zodat het gas dan niet meer als ideaal gas is op te vatten. Ondanks de grote dichtheid is echter zelfs in het centrum van de meeste sterren het gas als ideaal gas op te vatten. Hoe is dat te begrijpen?

De reden is dat ook de temperatuur in het sterinwendige zeer hoog is, zo hoog dat alle atomen volledig geïoniseerd zijn (Saha). De zo ontstane "naakte kernen" zijn zeer klein ten opzichte van de atomen (met hun elektronen wolken).

Opmerking:

Ter illustratie: Het volume van een waterstofatoom is van de grootte orde 10^{-21} m^3 . De ruimte die een waterstofkern inneemt is ongeveer 10^{-44} m^3 . Een gas bestaande uit naakte kernen en elektronen is dus bij veel grotere druk nog als ideaal gas op te vatten.

In sommige sterren (in witte dwergen bijv.) is het gas zo sterk gecompriemd dat een geheel andere wet geldt. We spreken dan van ontaarde materie. Merkwaardig genoeg hangt de druk dan uitsluitend van de dichtheid en niet meer van de temperatuur af. Wij komen hier in de appendix § 5.3.2A op terug.

5.3.3 Energievrijmaking en energiestroom.

Het vermogen dat een ster uitstraalt (de "lichtsterkte") wordt geleverd door kernfusie in de binnenste delen van de ster. Uit de natuurkunde weten wij hoe de energie ξ die per seconde en per kg materie vrijkomt afhangt van de chemische samenstelling, de dichtheid en de temperatuur, want ξ is evenredig met de in § 5.2 besproken reactiesnelheid in de kernfusieprocessen. Hieruit volgt dat ξ een functie van de afstand r tot het middelpunt van de ster is. Zijn $\rho(r)$, $T(r)$ en de chemische samenstelling in de ster bekend dan kan men daaruit $\xi(r)$ berekenen.

Uit $\xi(r)$ kan het vermogen van de energiestroom in de ster $L(r)$ worden afgeleid. $L(r)$ stelt het vermogen voor van de energiestroom door een bol met straal r binnen de ster. Voor $r = R$, de straal van de ster, is $L(R)$ het totale door de ster uitgestraalde vermogen (of lichtsterkte).

vraag 83 T

a Druk het vermogen $L(r)$ dat binnen een bolschil van de dikte Δr op afstand r van het stercentrum door kernfusie vrijkomt, uit in r , Δr , $\rho(r)$ en $\xi(r)$.

b Pas nu het principe toe: in een stabiele ster mag zich nergens energie ophopen, dus: al het vermogen dat binnen een bol met straal r vrijkomt moet deze bol ook verlaten.

Toon aan dat hieruit volgt:

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \xi(r). \quad (16)$$

c In de buitenste delen van een ster kan geen kernfusie optreden, want ρ en T zijn daar te laag.

Hoe verloopt $L(r)$ daar?

5.3.4 Energietransport en temperatuurverloop.

In een stabiele ster zal het in de centrale delen vrijgekomen vermogen naar buiten doorgegeven moeten worden; nergens kan energie opgehoopt worden (zie ook vraag 83). Omdat warmte altijd van hoge naar lage temperatuur stroomt, moet de temperatuur van het centrum naar de rand van een ster voortdurend afnemen (in hoofdstuk 2 en 3 zagen we al dat dit in steratmosferen het geval is). Het precieze temperatuurverloop hangt af van de manier waarop de energie getransporteerd wordt. Geleiding speelt bij warmtetransport in gassen geen belangrijke rol; de energie wordt door straling of door convectie vanuit

de centrale delen naar buiten gebracht. Convection is een warmtestroming waarbij de wat hetere gasbellen opstijgen en de warmte in een hogere laag afgeven, en waarin wat koelere elementen dalen.

De vergelijkingen voor temperatuurverloop, $\frac{dT(r)}{dr} = \dots\dots\dots$, zullen we niet afleiden. We volstaan met de opmerking dat daarin onder andere de grootheden r , $L(r)$ en $\rho(r)$ en de absorptiecoëfficiënt $k(r)$ voorkomen, indien de warmte door straling getransporteerd wordt.

5.4 BEREKENING VAN EEN STERMODEL.

We hebben een aantal fysische voorwaarden gevonden, waaraan de ster moet voldoen, Er zijn vier differentiaalvergelijkingen:

voor $\frac{dp(r)}{dr}$, voor $\frac{dm(r)}{dr}$ voor $\frac{dL(r)}{dr}$ en voor $\frac{dT(r)}{dr}$.

Daarbij komt de gaswet (voor ideaal gas of ontaarde materie), die temperatuur, druk en dichtheid aan elkaar koppelt. Ook is bekend hoe de energievrijmaking afhangt van temperatuur en dichtheid. In totaal hebben we zo zes vergelijkingen met zes onbekenden, namelijk: p, ρ, m, ξ, L en T . We kunnen deze vergelijkingen niet afzonderlijk oplossen, want ze worden door de gezochte grootheden gekoppeld. Zo komt in de vergelijking voor $\frac{dL(r)}{dr}$ ook $\rho(r)$ en $\xi(r)$ voor, terwijl $\xi(r)$ weer van $T(r)$ en $\rho(r)$ afhangt. Er bestaan echter methoden om de vergelijkingen gelijktijdig (simultaan) op te lossen.

De differentiaalvergelijkingen geven slechts het verloop van de massa, dichtheid, druk, temperatuur e.d. als functie van de afstand tot het stermiddelpunt. Om een model van een echte ster te vinden moeten we aansluiten bij de bekende waarden of anders gezegd: we moeten aan bepaalde randvoorwaarden voldoen, zoals:

- . in het centrum van de ster ($r=0$) moet gelden :
 $m(0) = 0$ en $L(0) = 0$
- . in de steratmosfeer ($r=R$) moeten we waarden krijgen die aan de waarnemingen voldoen:
 R , de straal van de ster, moet kloppen; evenzo:
 $m(R)$ de totale massa,
 $T(R)$ de effectieve temperatuur van de ster,
 $L(R)$ de totale lichtsterkte (uitgezonden vermogen) van de ster

Verder moeten we een chemische samenstelling aannemen omdat ξ en ρ nog van de chemische samenstelling afhankelijk zijn.

Opmerking:

Uit de differentiaalvergelijking $\frac{dv}{dt} = 3t$ volgt het snelheidsverloop: $v(t) = \frac{3}{2} t^2$.

Om de werkelijke snelheden $v(t) = \frac{3}{2} t^2 + C$ te vinden moeten we nog een randvoorwaarde kennen b.v. $v(0) = 2 \text{ m/s}$ $v(t) = \frac{3}{2} t^2 + 2$.

Eén van de resultaten van de zojuist geschetste theorie over de bouw van een ster is dat sterren volkomen bepaald zijn door twee gegevens: de totale massa en de chemische samenstelling. (De chemische samenstelling zal een functie van r zijn).

Snelle computers maken het mogelijk de inwendige bouw van verschillende soorten sterren uit te rekenen. Zo beschikken we thans over de stermodellen voor verschillende massa's en verschillende chemische samenstellingen. Figuur 33 geeft de uitkomsten van het model van een hoofdreeksster met een massa en een chemische samenstelling, zoals de zon die heeft. Voor de waarden in het centrum vinden we dan:

$$\rho(0) = 1,6 \cdot 10^5 \text{ kg/m}^3; T(0) = 1,6 \cdot 10^7 \text{ K}; \epsilon(0) = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ W/kg}.$$

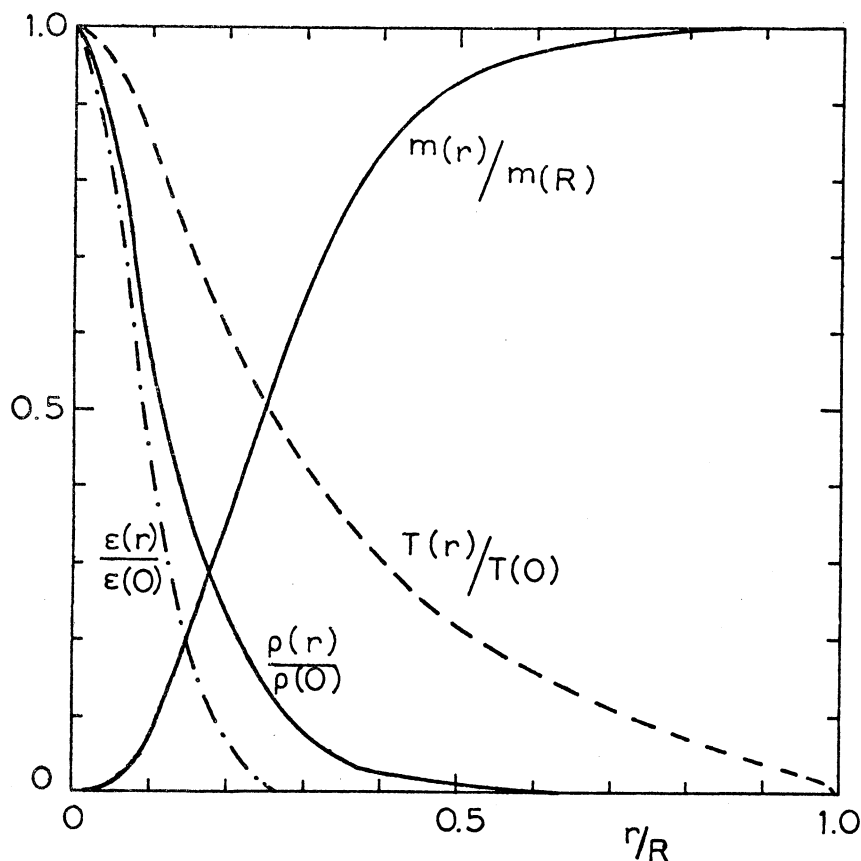


fig.33 Het verloop van: massa m , temperatuur T , dichtheid ρ , en energievrijmaking ϵ per massa-eenheid.

vraag 84

- Bereken $m(r)$ voor een homogene bol met straal R . (stel $\rho(r) = \rho$).
- Wat voor een kromme zou dit in figuur 33 geven?
- Verklaar het daarvan afwijkende verloop van de kromme $m(r)/m(R)$ in figuur 33.
- Binnen welke straal bevindt zich driekwart van de totale massa van de zon?
- Geef een schatting binnen welk gebied van de zon waterstoffusie plaatsvindt.

5.5 EVOLUTIE VAN STERREN.

Een ster is volledig bepaald door zijn massa en chemische samenstelling. Daarmee liggen dan ook de uiterlijke kenmerken van de ster vast: effectieve temperatuur (of kleur, of spectrale type) en lichtsterkte - dus ook de plaats in het H.R.-diagram. Door kernfusieprocessen verandert echter de samenstelling in de centrale delen

van de ster; de chemische samenstelling is dus een functie van de afstand tot het stercentrum en van de tijd. Daaruit volgt dat het stermodel verandert met de tijd. Dit levert ons een principe om de evolutie van een ster te berekenen!

Nadat in een ster de waterstoffusie een zekere tijd op gang is kunnen we de nieuwe samenstelling berekenen. Met deze samenstelling ontwikkelen we een nieuw stermodel. Door de samenstelling van de centrale delen met kleine sprongen te laten veranderen vinden we hoe de ster in de tijd verandert. Deze evolutieberekeningen werden pas mogelijk toen grote en snelle computers beschikbaar kwamen. De resultaten van deze evolutieberekeningen kunnen we ook in het H.R.-diagram tekenen. Zo'n verzameling punten noemen we een evolutiespoor (fig.34). We volgen nu puntsgewijs de evolutie van een ster.

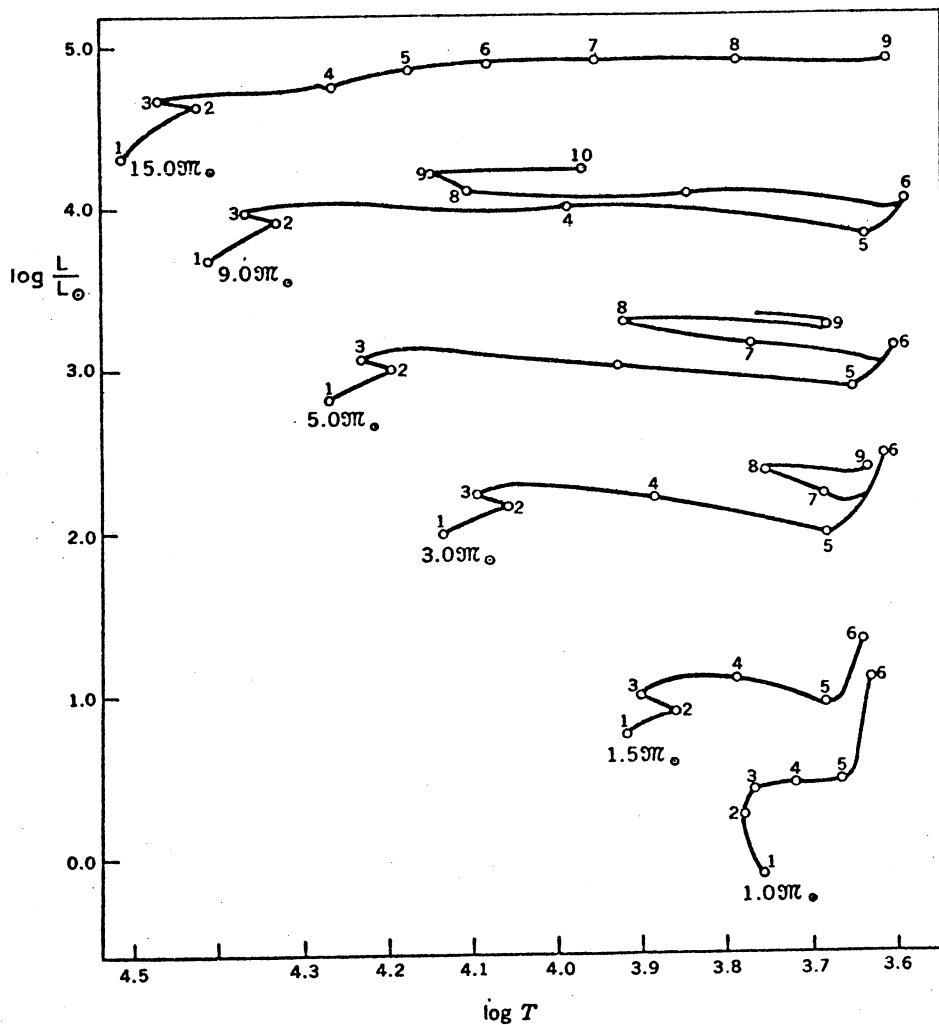


fig.34 Evolutiesporen in het H-R-diagram voor sterren met aanvankelijk dezelfde chemische samenstelling, maar het verschillende massa (Iben Ap.J. 140, 1964).

5.5.1 Proto-ster.

Sterren ontstaan door verdichtingen van de materie in uitgestrekte, ijle gaswolken, die zich in het melkwegstelsel bevinden. Men kan theoretisch aantonen, dat zo'n verdichting door gravitatiekrachten steeds verder samentrekt en ander gas naar zich toetrekt.

vraag 85 T

- a Wat gebeurt er met de potentiële energie van de gasmoleculen tijdens deze samentrekking?
- b Waardoor stijgt de temperatuur van de gaswolk?
- d Hoe verandert daardoor de druk in een massa-elementje?

Door stijging van de druk in de gaswolk zal de gravitatie-contractie steeds langzamer verlopen: er heeft zich een proto-ster gevormd. De contractie zet zich nog voort en de vrijkomende potentiële energie wordt gebruikt voor:

- . verdere temperatuurverhoging en
- . compensatie van stralingsverliezen aan het oppervlak.

Een proto-ster is aanvankelijk moeilijk waarneembaar, want hij straalt vrijwel uitsluitend in het infrarood (waarom?). Na verloop van tijd is de temperatuur in de centrale delen tot ongeveer tienmiljoen kelvin gestegen; de ster komt dan in het hoofdreksstadium.

vraag 86

Waar zullen protosterren in het HRD liggen vlak vóór aankomst op de hoofdreks?

5.5.2 Hoofdreks-stadium (traject 1 t/m 2 in fig. 24).

De temperatuur in de proto-ster is nu zo hoog geworden dat de waterstoffusiereacties voldoende op gang gekomen zijn om de stralingsverliezen aan het steroppervlak volledig te dekken. De ster komt nu in evenwicht; de gravitatie-contractie komt tot stilstand. Op dit moment blijkt de ster aangekomen te zijn op de hoofdreks van het H.R.-diagram!

Omdat een ster volledig bepaald is door massa en chemische samenstelling, kunnen we de evolutie het best verduidelijken aan de hand van figuur 34, waarin de evolutiesporen zijn getekend van sterren met aanvankelijk dezelfde chemische samenstelling maar met verschillende massa's. Punt 1 komt steeds overeen met het moment, waarop de waterstoffusie in het centrum van de ster begint.

vraag 87

Vergelijk figuur 34 met figuur 24, waarin volgens vraag 67 een aantal sterstralen zijn ingetekend. Vindt in fasen, die door punt 1 en 2 worden weergegeven, veel contractie of expansie plaats?

De langzame en kleine verandering in het uiterlijk van de ster over het traject 1 naar 2 in figuur 34 is het gevolg van de geleidelijke omzetting van waterstof in helium in het centrale deel van de ster.

5.5.3 Stadium van de enkele schilbron (traject 3 - 5 in fig. 34).

Zodra de ster in punt 2 van het evolutiespoor is aangeland, is de waterstof in de kern van de ster opgebruikt. De waterstoffusie houdt daar dan op en andere fusieprocessen zijn (voorlopig nog) niet mogelijk. De kern van de ster, die nu vrijwel uitsluitend helium bevat, gaat weer samentrekken; bij gravitatiecontractie loopt de temperatuur geleidelijk op, zodat in een schil om de kern de temperatuur voldoende hoog wordt voor de omzetting van waterstof in helium. Berekeningen tonen aan dat tengevolge van de schilbron, de omringende "mantel" van de ster uitzet. Daardoor zet de ster als geheel uit, ondanks het feit dat de uitgedoofde kern samentrekt (zie fig. 35).

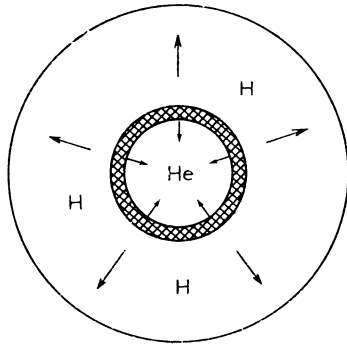


fig.35 Schematische doorsnede van een schilbron-ster. De uitgedoofde heliumkern trekt samen. In de gearceerde schil vindt waterstoffusie plaats ($4^1\text{H} \rightarrow ^4\text{He}$). De waterstofmantel van de ster dijt uit.

Het preciese verloop van de evolutie gedurende de schilbronfase hangt van de massa van de ster af (zie fig. 34). Voor sterren met massa's tussen 3 en 9 maal de massa van de zon blijft het totale uitgestraalde vermogen betrekkelijk constant.

vraag 88

Hoe blijkt uit fig. 34 dat voor sterren met massa's tussen 3 en 9 maal de zonsmassa het totaal uitgestraalde vermogen constant blijft?

Tegelijkertijd neemt de effectieve temperatuur aan de rand van zo'n ster snel af, en neemt de afmeting van zo'n ster snel toe.

vraag 89

Beredeneer hoe uit fig. 34 de toeneming van de diameter van deze sterren te zien is.

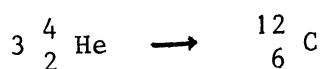
Aan het einde van het (enkele) schilbron-stadium (ongeveer bij punt 5 in fig.34) zijn sterren met massa's van ruim één zonnemassa tot ongeveer 5 zonnemassa's, rode reuzen geworden, sterren met massa's van ruim 5 tot 9 zonnemassa's zijn dan rode superreuzen en sterren met ongeveer 15 maal de massa van de zon blauw witte superreuzen. (Controleer deze beweringen zelf aan de hand van fig.34).

5.5.4 De laatste ontwikkelingsstadia (traject na 6 in fig.34).

De verdere ontwikkeling van een ster hangt in sterke mate van de massa af; globaal kunnen wij twee typen van ontwikkeling onderscheiden: de scheiding valt bij een massa van ongeveer 2,5 maal de zonnemassa.

4.1 Sterren met een massa $m > 2,5 m_{\odot}$

Tijdens de schilbronfase (hierboven besproken) is de zich samentrekkende kern van de ster geleidelijk heter geworden tot ongeveer 10^8K in punt 6 van de evolutiesporen in fig. 34. Dan begint de fase waarin helium in koolstof wordt omgezet volgens



de ster heeft nu een helium "verbrandende" kern en daar omheen een waterstof "verbrandende" schil (fig. 36a) over het traject 6 - 9. Uit figuur 34 blijkt dat de vorm van het evolutiespoor van de massa van de ster afhangt; wij verklaren het optreden van de lussen in het spoor hier niet. Vervolgens (even na de punten 9 in fig. 34) raakt de heliumvoorraad in het centrale gedeelte van de ster uitgeput: er ontwikkelt zich dan een helium "verbandende" schil om de kern die nu uit vrijwel zuivere koolstof bestaat. Deze koolstofkern trekt weer samen, waardoor de temperatuur daar weer verder oploopt. Dan breekt het tijdstip aan waarbij in de kern een fusieproces met koolstof als "brandstof" optreedt. De daarna volgende stadia zijn nog niet precies doorgerekend, zij zijn niet in fig. 34 weergegeven. De verdere evolutie verloopt als volgt (zie ook fig. 37):

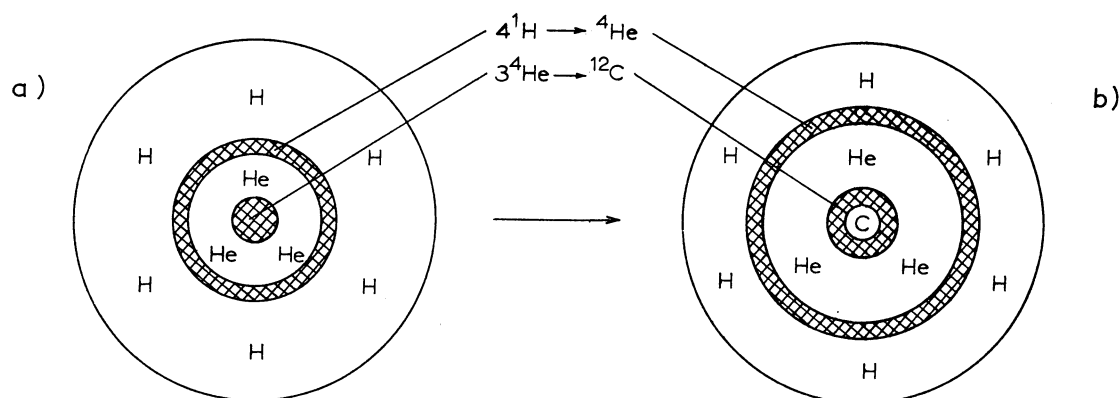


fig.36 Schematische doorsnede van zware sterren ($m > 2,5 m_{\odot}$) met heliumfusie.

- a heliumfusie in de kern en waterstoffusie in een zich naar buiten vretende schil;
 b in een later stadium heeft de ster een uitgedoofde kern van koolstof en schillen met waterstof- en heliumfusie.

In een relatief zeer snelle opeenvolging komen andere fusieprocessen aan de orde waarbij steeds zwaardere elementen worden opgebouwd, totdat de kern van de ster grotendeels uit de ijzerisotoop ^{56}Fe bestaat. Daarmee is de ster aan het einde gekomen van de mogelijkheden om energie vrij te maken door kernfusie, want bij fusie van elementen en isotopen zwaarder dan de ijzerisotoop komt geen energie meer vrij, maar daarvoor is juist energie nodig. De kern van de ster gaat dus weer samentrekken en de temperaturen lopen nog verder op tot ongeveer 5×10^9 K. Men vermoedt dat de razendsnelle gang van gebeurtenissen dan als volgt verloopt: de zeer intense gammastraling (thermische straling bij $\times 10^9$ K!) werkt in op de ^{56}Fe kernen die elk uiteenvallen in 13 heliumkernen en 4 neutronen. Deze reactie onttrekt zoveel energie aan het sterinwendige dat dit met een klap in elkaar stort. De omringende schillen, waarin nog kernfusieprocessen optreden, moeten volgen.

Bij het naar binnen vallen van de schillen lopen de temperaturen zeer snel op met het gevolg dat in al deze schillen de energie-vrijmaking explosief toeneemt. Het gevolg is dat de ster een groot deel van de massa met zeer grote snelheden uitstoot.

Men identificeert de explosieve fase in de evolutie van een zware ster met het optreden van een supernova. Zo'n supernova was al een superreus ($L/L_{\odot} \gg 10^5$), die in zeer korte tijd (vermoedelijk in enkele tientallen dagen) opvlamt tot ongeveer 10^8 maal de oorspronkelijke helderheid, om daarna in enkele jaren weer terug te

zakken tot ongeveer de oorspronkelijke helderheid. Tijdens de supernova-explosie worden enorme gasmassa's met snelheden van meer dan duizend km per seconde (!) van de ster weggeschoten. Staat de supernova voldoende dichtbij dan neemt men jaren na de uitbarsting inderdaad een uitdijende lichtende gasnevel waar. Supernovae zijn zeldzame verschijnselen: in ons eigen melkwegstelsel zijn slechts vier betrouwbare gevallen uit oude documenten af te leiden. Chinese en Koreaanse kronieken vermelden het plotseling optreden van een zeer heldere ster in het sterrebeeld de Stier in 1054. Op dezelfde plaats wordt nu nog een heldere gasnevel waargenomen die uitdijt met een snelheid van 1300 km/s, de zogenaamde Krabnevel.

Van de ster zal na de supernova-explosie weinig meer dan de kern overblijven, die aanvankelijk uit heliumkernen, neutronen en vrije elektronen bestaat. Tengevolge van de zeer hoge dichtheden verenigen in de heliumkernen de elektronen zich met de protonen tot neutronen, waardoor tenslotte een uiterst compacte bal neutronen ontstaat: een neutronenster.

Men berekent dat de massadichtheid in zo'n ster onvoorstelbaar hoog is, van de orde van 10^{18} kg/m³ ! Anders gezegd: een neutronenster met de massa van de zon heeft een middellijn van hoogstens enkele tientallen kilometers! Dit is het meest extreme geval van zogenaamde ontaarde materie. In de verdere evolutie blijft een neutronenster altijd een neutronenster, die geleidelijk afkoelt.

Sinds 1967 ontdekte men een aantal zogenaamde pulsars, die radiostraling uitzenden in flitsen met uiterst regelmatige tussenpozen die van pulsar tot pulsar variëren van een paar seconden tot een paar honderdsten van een seconde. In het midden van de Krabnevel staat een pulsar die zowel in de radiostraling als in licht gelijktijdig flitst met de kortste van alle perioden: 1/30 seconde. Men identificeert nu de pulsars met neutronensterren, die zeer snel roteren, met de periode van de pulsar als omwentelingsperiode.

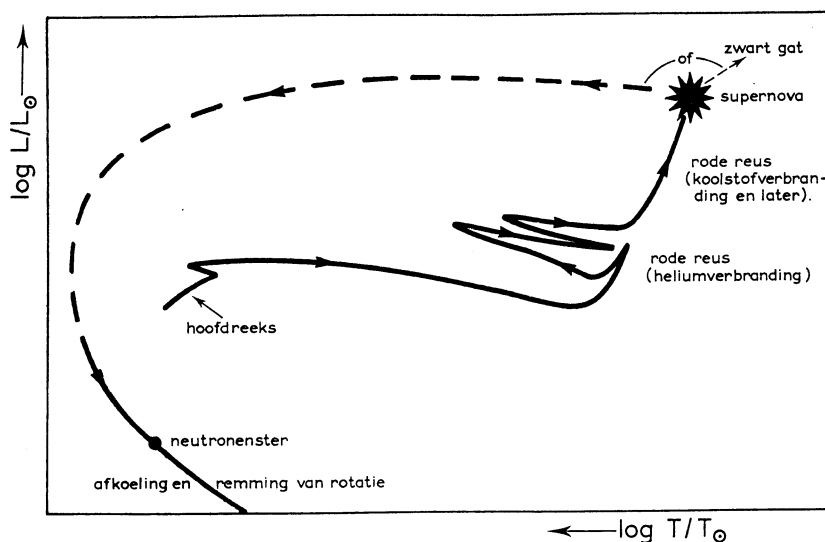


fig.37 Schematisch evolutiespoor van een zware ster ($m > 2,5 m_{\odot}$). Over het gedeelte van de evolutie tijdens en na het stadium van koolstofverbranding bestaan nog geen exacte berekeningen. Het hier getekende spoor heeft betrekking op een ster van ongeveer zeven zonnemassa's (naar de Jager en van den Heuvel).

Opmerking:

Wanneer een neutronenster een massa heeft van meer dan ongeveer 1,5 maal de massa van de zon dan is de gravitatiekracht nabij het oppervlak zo groot dat geen enkel deeltje van de ster kan ontsnappen, ook fotonen niet - zo'n zware neutronenster wordt daarom een "zwart gat" genoemd. Men kan een zwart gat alleen indirect waarnemen. Men zoekt daarom koortsachtig naar dubbelsterren waarvan de onzichtbare component een zwart gat kan zijn. Voor meer gegevens over supernovae, pulsars en zwarte gaten verwijzen we naar het boek: *Ontstaan en levensloop van sterren*, geschreven door de Jager en van den Heuvel.

De ontwikkeling van een ster zwaarder dan 2,5 zonsmassa is schematisch weergegeven in fig. 37.

4.2 Sterren met een massa $m < 2,5 m_{\odot}$

Tengevolge van de kleinere massa verlopen alle processen langzamer en lopen de temperaturen gedurende de fasen van gravitatiecontractie minder hoog op dan bij zwaardere sterren. Dat veroorzaakt grote verschillen in de evolutiesporen. Aangezien tijdens de enkele-schilbronfase (traject 4 - 6 in fig. 34) de temperaturen in de samentrekkende heliumkern minder hoog oplopen dan bij zwaardere sterren, worden de dichtheden daardoor veel hoger: de heliumkern wordt ongeveer in punt 5 van de in fig. 34 aangegeven evolutiesporen een klomp zeer dichte ontaarde materie. Deze ontaarde heliumkern groeit met het naar buiten vreten van de "brandende" waterstofschild geleidelijk aan. De ster is dan een rode reus geworden. In punt 6 van het evolutiespoor zet de helium "verbranding" $3^4_2\text{He} \rightarrow ^{12}_6\text{C}$ explosief in; men schat dat gedurende deze zogenaamde "heliumflits" ongeveer 20% van alle helium in de sterkern in enkele minuten tijds in koolstof wordt omgezet! De enorme hoeveelheid energie die daarbij vrijkomt wordt gedeeltelijk gebruikt om de ontaarding van de heliumkern op te heffen. De gebeurtenissen tijdens en vlak na de heliumflits zijn nog niet precies doorgerekend; men weet ook niet welke waarneembare effecten op de heliumflits volgen. Misschien worden de buitenste lagen van de ster weggeblazen? Zodra de ster tot rust gekomen is gaat de fusie van helium tot koolstof gestaag door, de ster beweegt zich langs de zogenaamde horizontale tak naar links (fig.38), misschien treden er in het spoor lussen op. Door de kleine massa van de ster loopt de temperatuur in de kern niet voldoende op om aan koolstoffusie toe te komen. Aan het einde van de heliumfusie

($3^4_2\text{He} \rightarrow ^{12}_6\text{C}$) is de ster een fel blauw wit sterretje geworden dat in slechts enkele tienduizenden jaren een gasschild uitblaast, die een planetaire nevel wordt genoemd (deze nevel heeft niets met planeten te doen, de naam komt van het schijfvormige uiterlijk). Zodra de helium "verbranding" uitdooft trekt de ster zich snel samen tot een witte dwerg, die grotendeels uit ontaarde koolstof en helium bestaat, omgeven door een dunne schil normaal gas. De gemiddelde massadichtheden zijn zeer hoog, tussen ongeveer 10^8 en 10^{11} kg/m³.

vraag 90

Met welke massa's per cm³ komt dit overeen?

Welke uitkomst vind je voor de ontaarde materie in een neutronenster?

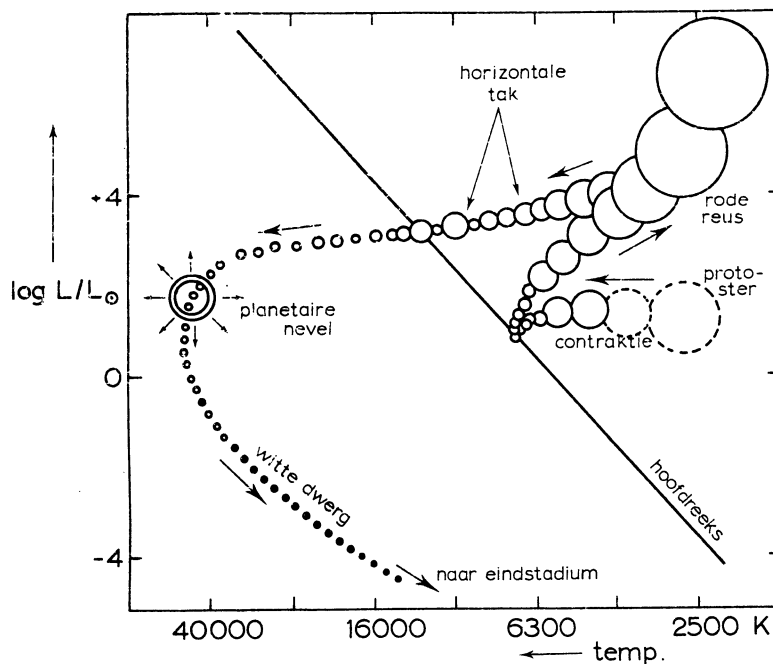


fig.38 Schematisch evolutiespoor van een ster met een massa iets groter dan die van de zon. De afmetingen van de ster zijn niet op schaal (naar de Jager en van den Heuvel).

Een witte dwerg koelt geleidelijk af, waardoor de ster steeds roder en lichtzwakker, en dus steeds moeilijker waarneembaar wordt.

Hieronder bekijken wij enkele aspecten van sterevolutie iets nader: Gravitatiecontractie en kernfusie.

Wij zagen al in § 5.2 dat voor de totale hoeveelheid energie die een ster gedurende haar leven uitstraalt kernfusies veel belangrijker energiebronnen zijn dan de gravitatiecontractie. Toch speelde gravitatiecontractie in bepaalde evolutiestadia een uiterst belangrijke rol:

- . Gravitatiecontractie treedt (opnieuw) op in het gedeelte van de ster waarbinnen weinig of geen energie (meer) door kernfusie wordt vrijgemaakt.
- . Gedurende de samentrekking loopt de temperatuur verder op, hetgeen de ontsteking" van een (volgend) kernfusieproces mogelijk kan maken.
- . Zodra er voldoende vermogen door kernfusie wordt vrijgemaakt, komt de gravitatiecontractie tijdelijk tot stilstand.

Ontaarde (of gedegenererde) materie.

Door de verregaande graad van ionisatie kan de hete materie in sterren zich als ideaal gas gedragen. In de laatste fasen van de evolutie ontstaan er sterren waarin de dichtheden zo groot zijn dat er andere fysische wetten gelden: het gas is ontaard (zie appendix 5.3.2A).

De chemische samenstelling van de oorspronkelijk zich tot een ster samentrekkende gaswolk heeft ook invloed op het verdere evolutiespoor. Zelfs wanneer de oorspronkelijke wolk grotendeels uit waterstof bestaat veroorzaken verschillen in de relatieve hoeveelheid "metalen" (elementen zwaarder dan helium) niet te verwaarlozen verschillen in de evolutiesporen. Deze verschillen worden hoofdzakelijk

veroorzaakt doordat de absorptiecoëfficiënt in het sterinwendige vrij gevoelig van het metaalgehalte afhangt, hetgeen van invloed is op het energietransport en dus op het temperatuurverloop dT/dr in de ster.

5.6 EVOLUTIETIJDEN; DE VERDELING VAN DE STERREN OVER HET H.R.-DIAGRAM; SCHATTING VAN DE OUDERDOM VAN DE STERREN.

Uit de berekening van de evolutie van een ster volgen ook de tijdsperioden die nodig zijn om de verschillende stadia te doorlopen. Enkele gegevens die volgen uit de berekeningen die aan fig. 34 ten grondslag liggen zijn samengevat in de tabel (fig. 39).

Wij zien twee opvallende dingen:

- . Voor een zwaardere ster verlopen alle evolutiestadia veel sneller dan voor een lichtere ster.
- . De ster verblijft het grootste gedeelte van haar "actieve leven" in de hoofdreeks.

Wij proberen deze feiten in grote lijnen te begrijpen.

Evolutiefase	traject in fig. 34	M/M _☉				
		15	5	3	1,5	1,0
protoster <u>tot</u> hoofdreeks	.. - 1	0,06	0,6	2,5	18	50
hoofdreeks	1 - 3	10,4	67,6	237	1635	9660
enkele schilbron ($4H \rightarrow He$)	3 - 6	1,5	2,6	13	$\frac{610}{2263} +$	$\frac{1170}{10880} +$
heliumverbranding in kern	6 - 9	$\frac{0,2}{12,2} +$	$\frac{17,0}{87,8} +$	$\frac{73}{326} +$	-	-

fig.39 Evolutietijden in miljoenen jaren voor sterren van verschillende massa's doch met dezelfde oorspronkelijke chemische samenstelling (als die van de zon).

vraag 91 T

a Kun je beredeneren dat een zwaardere ster bij aankomst op de hoofdreeks (fase 1) een hogere temperatuur in het centrum heeft dan een lichtere ster?

b Hoe hangt de reactiesnelheid van kernfusieprocessen van de temperatuur af?

c Kun je nu verklaren dat alle evolutiestadia van een zwaardere ster sneller verlopen, ondanks het feit dat een zwaardere ster meer "brandstof" bevat?

vraag 92 T

a Hoeveel energie komt er vrij wanneer 1 kg 4_2He wordt omgezet in ${}^{12}_6C$?

b Vergelijk deze uitkomst met de energie die vrijkomt met de omzetting van 1 kg H in He (vraag 79).

c Verklaar dat het stadium met heliumverbranding in de kern (traject 6 - 9) korter duurt dan de hoofdreeksfase (traject 1 t/m 2).

De energieopbrengst per kg door fusie omgezette materie neemt sterk af met de atoommassa: koolstof "verbranding" levert aanzienlijk minder energie dan helium "verbranding", enz. Het gevolg is dat de laatste ontwikkelingsstadia van zware sterren met kernfusie (na punten 9 en 10 in fig. 34) nog sneller verlopen dan de stadia ervoor. Na de supernova-explosie heeft zich in zeer korte tijd een neutronenster gevormd, waarvan slechts een klein deel als pulsar waarneembaar wordt. Men berekent dat een aanvankelijk waarneembare pulsar na ongeveer 10 miljoen jaar al zoveel energie verloren heeft dat het object aan de waarnemer ontsnapt.

Sterren met kleinere massa's ($m < 2,5m_{\odot}$) ontwikkelen zich na de heliumflits relatief zeer snel langs de horizontale tak (voor $m \approx m_{\odot}$: in ca. 100×10^6 jaar). Het wel opvallende stadium met de planetaire nevel duurt zeer kort (enkele tienduizenden jaren), waarna zeer snel het witte-dwergstadium wordt bereikt. Omdat witte dwergen heel spaarszaam stralen (ongeveer 1/10.000 van een hoofdreeksster van dezelfde massa) duurt het wel 10 miljard jaar voordat de ster flink is afgekoeld.

Met deze gegevens kunnen wij de verdeling van de sterren over het Hertzsprung-Russelldiagram begrijpen. De meeste sterren die wij zien zijn hoofdreekssterren omdat de kans het grootst is dat wij de ster gedurende dit ontwikkelingsstadium betrappen.

In het Hertzsprung-Russelldiagram (fig. 24) valt het "hiaat van Hertzsprung" op dat voor sterren met lichtsterkten tussen 100 en 10.000 maal de lichtsterkte van de zon de reuzentak van de hoofdreeks scheidt. Dit hiaat is het gevolg van het feit dat sterren met massa's tussen 3 en 9 maal de zonnemassa de enkele schilbronfase relatief zeer snel doorlopen (vergelijk de tabel in fig. 39 met de figuren 34, 37 en 24).

Witte dwergen zijn vrij talrijk omdat de afkoeling zo langzaam verloopt. Dat er niet meer dan ongeveer 10% witte dwergen in de buurt van de zon zijn is te begrijpen omdat alleen zeer oude sterren wat zwaarder dan de zon voldoende tijd hebben gehad zich zover te ontwikkelen.

vraag 93

Sterren met een lichtsterkte groter dan 10^4 maal de lichtsterkte van de zon zijn zeldzaam.

Leg uit dat dit niet hoeft te betekenen dat er zo weinig proto-sterren met massa's $\gg 15m_{\odot}$ werden gevormd.

Opmerking:

De empirische lichtsterkte-massa relatie (§ 4.5) kan nu ook worden verklaard. Zowel hoofdreekssterren als (super) reuzen voldoen globaal aan deze relatie omdat sterren met $m > 3 m_{\odot}$ evolutiesporen volgen die min of meer horizontaal in het H.R.-diagram liggen (fig. 34), zolang de sterren nog aan kernfusie bezig zijn. Je kunt zelf wel duidelijk maken waarom witte dwergen de relatie niet volgen.

De theorie van de evolutie van sterren maakt het mogelijk de ouderdom van bepaalde groepen sterren te bepalen. Wij laten het principe zien aan één voorbeeld.

Ouderdomsbepaling van open sterhopen.

In ons melkwegstelsel komen open sterhopen voor. Dit zijn groepen sterren die, wat hun bewegingen betreft, bij elkaar horen. Vaak zijn open sterhopen aan de hemel direct te herkennen, bijv. de Pleiaden (het zevengesternte). We nemen aan dat de sterren in éézelfde sterhoop alle vrijwel gelijktijdig ontstaan zijn, doordat een samentrekkende interstellare wolk zich in een aantal condensaties splitste. De sterren van éézelfde sterhoop zullen dus nagenoeg even oud zijn en dezelfde oorspronkelijke chemische samenstelling bezitten, maar zij zullen uiteenlopende massa's hebben.

vraag 94

Voor welke sterren verloopt de evolutie het snelst, voor sterren met grote of kleine massa?

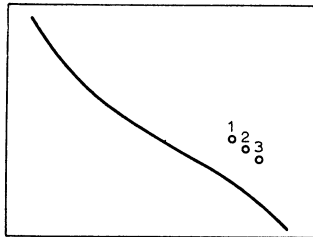


fig.40

vraag 95

Figuur 40 geeft de plaats aan van drie protosterren in het H.R.-diagram t.o.v. de hoofdreeks (getrokken lijn).

Welke ster zal de hoofdreeks het eerst bereiken?

Teken de situatie op dat tijdstip.

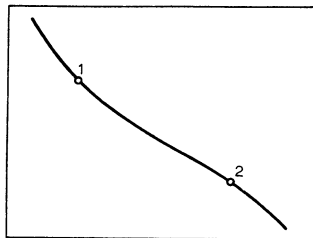


fig.41

vraag 96

De sterren aangegeven in figuur 41 zijn hoofdreekssterren met massa's 3 en 15 x de zonsmassa. Teken de ligging in het H.R.-diagram ongeveer 10^7 jaar later.

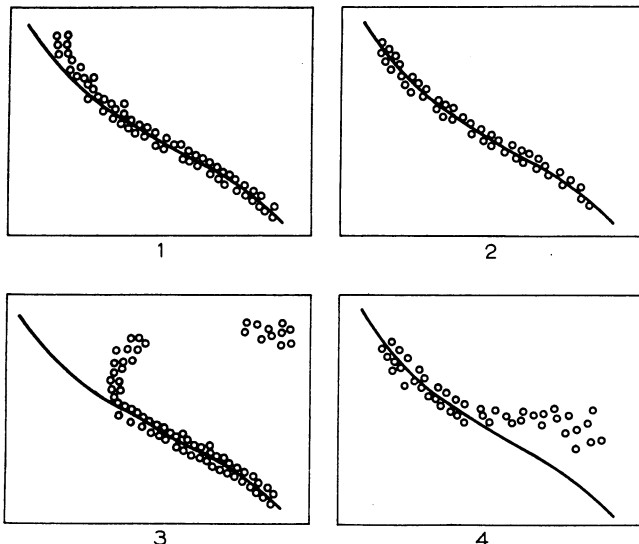


fig.42
(de Jager en van den Heuvel)

vraag 97

a In welke volgorde moeten de onderdelen van figuur 42 geplaatst worden om een reeks van toenemende ouderdom te geven? Deze figuur geeft het H.R.-diagram van één open sterhoop voor vier verschillende tijdstippen, alleen de posities van sterren zwaarder dan twee zonsmassa's zijn weergegeven.

b Geef in een vijfde schetsje aan hoe de hoofdreeks er uit ziet in een nog later stadium van de evolutie van deze open sterhoop.

Voor zware sterren verloopt de evolutie sneller dan voor lichte sterren. Dit geeft de mogelijkheid leeftijden van open sterhopen met elkaar te vergelijken.

vraag 98

Welke spectrale typen komen er op de hoofdreeks voor in een "jonge" open sterhoop?

Welke spectrale typen komen zeker niet voor op de hoofdreeks van een "oude" open sterhoop?

vraag 99

Hoe kun je door te letten op de hoofdreekssterren, de leeftijd van een open sterhoop bepalen?

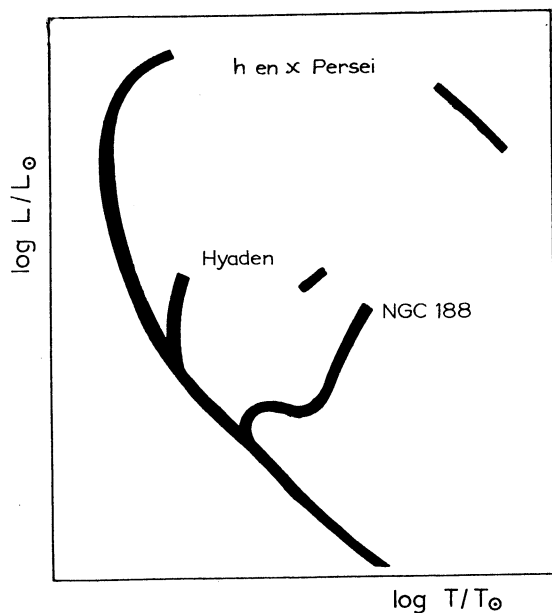


fig.43

vraag 100

Figuur 43 geeft van drie open sterhopen het H.R.-diagram.

Welke sterhoop is de oudste en welke de jongste?

Bovenstaande methode kan met behulp van evolutieberekeningen geïjkt worden.

5.7 DE EVOLUTIE VAN STERREN EN DE STRUCTUUR VAN HET MELKWEGSTELSEL.

Toepassing van de inzichten over de evolutie van sterren op het melkwegstelsel levert een aantal nieuwe gezichtspunten en stimulerende vragen op. Wij brengen nog even de bouw van het melkwegstelsel in herinnering (fig.44): de meeste van de ongeveer 10^{11} sterren bevinden zich in de platte discusvormige schijf; daarin zijn ook de spiraalarmen ingebed. In het centrum staat de kern waarin sterren dicht opeengepakt zijn.

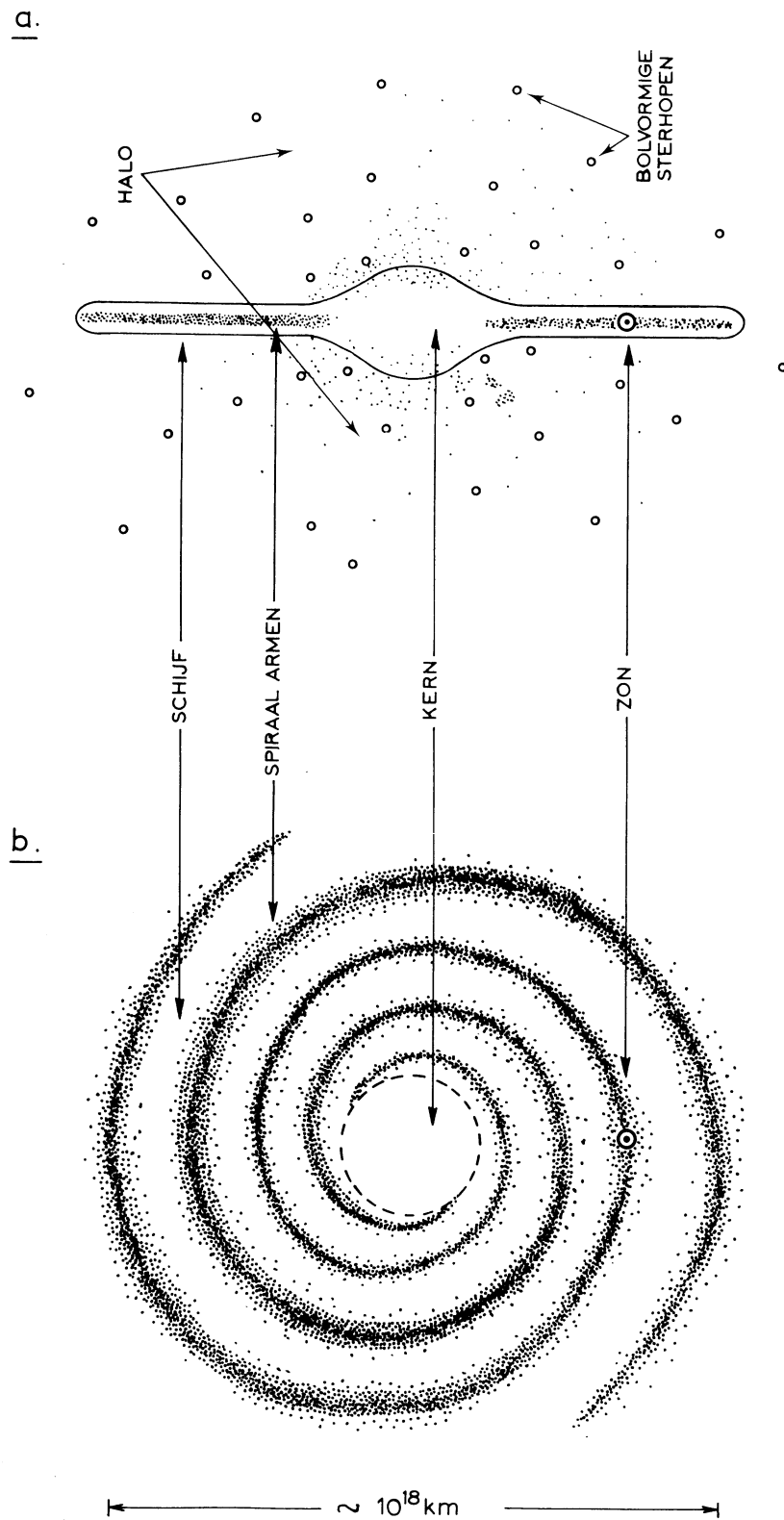


fig.44 Schematische voorstelling (in zijaanzicht (a) en in boven-
 aanzicht (b) van de bouw van ons melkwegstelsel. De schijf
 met de spiraal armen, wordt omhuld door de halo waarin zich
 o.a. de bolvormige sterhopen bevinden (naar Abell).

In de spiraalarmen treffen wij wolken gas en stof aan, en ook de zeer heldere O-en B-sterren die niet ouder kunnen zijn dan enkele miljoenen tot enkele tientallen miljoenen jaren. Deze sterren doen de wolken oplichten waaruit zij "zojuist" ontstaan zijn (emissie-niveaus). In de spiraalarmen heeft men trouwens vrijwel alle vroege evolutiestadia aangetroffen van wolken, via protosterren, tot de hoofdrekssterren.

Tussen de spiraalarmen in de schijf vinden wij sterren die veel ouder zijn dan de O-en B-sterren in de spiraalarmen: van minder dan 1 miljard tot ongeveer 10 miljard jaar toe. De 5 miljard jaar oude zon is in de "schijfbevolking" een ster van middelbare leeftijd.

Om de schijf bevindt zich, eveneens met de kern als centrum, een ijl omhulsel, de halo. De meest opvallende objecten in de halo zijn de bolvormige sterhopen, die elk uit zo'n paar honderdduizend dicht opeengepakte sterren bestaan, maar er komen ook "losse" sterren in de halo voor.

De oudste sterren komen voor in de halo. Sterren uit een bolvormige sterhoop geven een eigenaardig H.R.-diagram te zien: op de hoofdreeks ontbreken O,B,A-en zelfs vrijwel alle F-sterren (tot ongeveer F8). Daaruit volgt dat zo'n hoop geen zichtbare sterren met massa's groter dan twee zonsmassa's meer bevat. Daaruit schat men de ouderdom tussen 11 en 17 miljard jaar: bolvormige sterhopen behoren tot de oudste objecten die wij in het melkwegstelsel kennen.

Heel belangrijk is de ontdekking uit het spectrale onderzoek dat sterren uit bolvormige sterhopen en andere sterren uit de halo 20 tot 200 maal zo weinig "metalen" bevatten als de jongere sterren van de melkwegschijf, zoals bijvoorbeeld de zon. "Metalen" gebruiken wij hier als een korte aanduiding voor alle elementen zwaarder dan helium.

vraag 101

- a Hoeveel procent bedraagt het metaalgehalte van de zon?
- b Van sterren uit de halo?

Uit deze gegevens is de hypothese afgeleid dat in de eerste fase van het melkwegstelsel de materie vrijwel alleen uit waterstof en wat helium bestond, "metalen" waren toen uiterst schaars. Uit deze materie zijn de sterren in de halo gevormd.

Nadien zijn in zware sterren "metalen" opgebouwd vlak voor en tijdens supernova explosies en toen de interstellaire ruimte ingeslingerd.

Het interstellaire gas werd zo geleidelijk "vervuild" zodat de sterren die zich later vormden meer "metalen" bevatten. Het is echter wel merkwaardig dat alle sterren uit de melkwegschijf, zowel de B-sterren in de spiraalarmen (jonger dan 10^8 jaar), als de zon (5×10^9 jaar oud), als de sterren in de oudste bekende open sterhoop (NGC 188 genaamd, ruim 10^{10} jaar oud) een gelijk "metaal" gehalte hebben (binnen de grenzen van de nauwkeurigheid van de analyse, van ongeveer 50%). Hieruit volgt dat de "metalen" grotendeels gevormd zijn in een vroeg stadium van het melkwegstelsel, ruim 10 miljard jaar geleden, na het ontstaan van de sterren in de halo en voor het ontstaan van de sterren in de schijf. Blijkbaar zijn er toen zeer veel of bijzonder sterke supernovae opgetreden, waarschijnlijk in de nog steeds raadselachtige kern van het melkwegstelsel.

Dit geeft stof voor een dichterlijk-wijsgerige meditatie: vrijwel alle atomen van de elementen in de voorwerpen vlak bij ons en in ons - het silicium in het zand, de koolstof in een stukje hout of in je lichaam, het ijzer in een gebruiksvoorwerp en de zuurstof die je inademt - zijn meer dan tien miljard jaar geleden gevormd in de supernovae, waarschijnlijk in de kern van de melkweg, 30.000 lichtjaren van ons vandaan.

Je merkt dat wij intussen al begonnen zijn nieuwe vragen te stellen naar de structuur en de ontwikkeling van het melkwegstelsel, ja zelfs naar de structuur en de ontwikkeling van het heelal. Deze probleemstelling pakt men aan op een manier lijkend op wat wij in het voorafgaande hebben gedaan: het verzamelen en interpreteren van waarnemingen, het classificeren van objecten en het bouwen van modellen. Deze onderzoeken zijn in volle gang. Het schetsen van hetgeen nu vorm begint aan te nemen zou weer een aantal hoofdstukken vergen, maar daartoe hebben wij in deze keuzegroep geen ruimte meer.

5.8 OVERZICHT EN SAMENVATTING.

In dit hoofdstuk bekeken wij hoe in grote lijnen theoretische modellen van sterinwendigen berekend kunnen worden uitgaande van fysische wetten. In de binnenste delen wijzigt de kernfusie geleidelijk de chemische samenstelling, en daarmee verandert bouw en uiterlijk; de ster evolueert. Snelle computers maken het mogelijk de veranderingen in het stermodel te volgen, zodat evolutiesporen in het H.R.-diagram berekend kunnen worden.

Een ster is nu volledig bepaald door: de massa en de chemische samenstelling die de ster bij de vorming als protoster bezat, en de tijd dat sinds het tijdstip van de vorming van de protosterverlopen is.

Hoewel het inwendige van een ster voor waarnemingen ontoegankelijk is, moeten de geconstueerde evoluerende modellen in grote lijnen juist zijn omdat deze modellen een groot aantal waargenomen feiten in samenhang brengen en verklaren: de verklaring van het H.R.-diagram, d.w.z. de verdeling van sterren over hoofdreekssterren, reuzen en witte dwergen, is bijzonder overtuigend. De berekeningen zijn goed uitvoerbaar en betrouwbaar van de fase van protoster af tot, voor zware sterren, de fase van de koolstofverbranding, en, voor lichtere sterren, de heliumflits. Voor de precieze doorrekening van de laatste evolutiestadia, vooral voor de gebeurtenissen tijdens de supernovacatastrofe en de heliumflits, moet nog veel werk verzet worden. Misschien kan zo ook het verschil worden opgeheven dat er nu bestaat tussen de geschatte ouderdom van bolvormige sterhopen (11 tot 17×10^9 jaar) en de uit de uitdijning van het heelal afgeleide ouderdom van het heelal als geheel, namelijk 10×10^9 jaar.

In deze keuzegroep hebben wij geprobeerd veel aandacht te geven aan de wijze waarop astrofysische feiten en inzichten verkregen worden, welke methoden daarbij gevolgd worden en welke rol de natuurkunde daarbij speelt.

Wij zetten de methoden op een rijtje:

- a de interpretatie van waarnemingen met behulp van fysische wetten, in deze keuzegroep o.a.:
 - . de interpretatie van spectra met de stralingswetten, de wetten van Boltzmann en van Saha, enz.
 - . de bepaling van de massa's van componenten van dubbelsterren uit hun baanbeweging met behulp van de gravitatiewet.

- b Het ordenen van een zeer omvangrijk materiaal (honderdduizenden sterren!) en daarbij goede statistiek bedrijven (de schaarse superreuzen vallen veel meer op dan de talrijke witte dwergen!)
Daarbij kwam aan de orde:
- . de ontdekking dat de spectrale reeks een temperatuurreeks is.
 - . de classificatie naar lichtsterkte (uitgestraald vermogen).
 - . het zoeken naar verbanden tussen - lichtsterkte en temperatuur
(H.R.-diagram)
- lichtsterkte en massa.
- c het ontwerpen en doorrekenen van theoretische modellen:
- . de structuur en de evolutie van sterren.

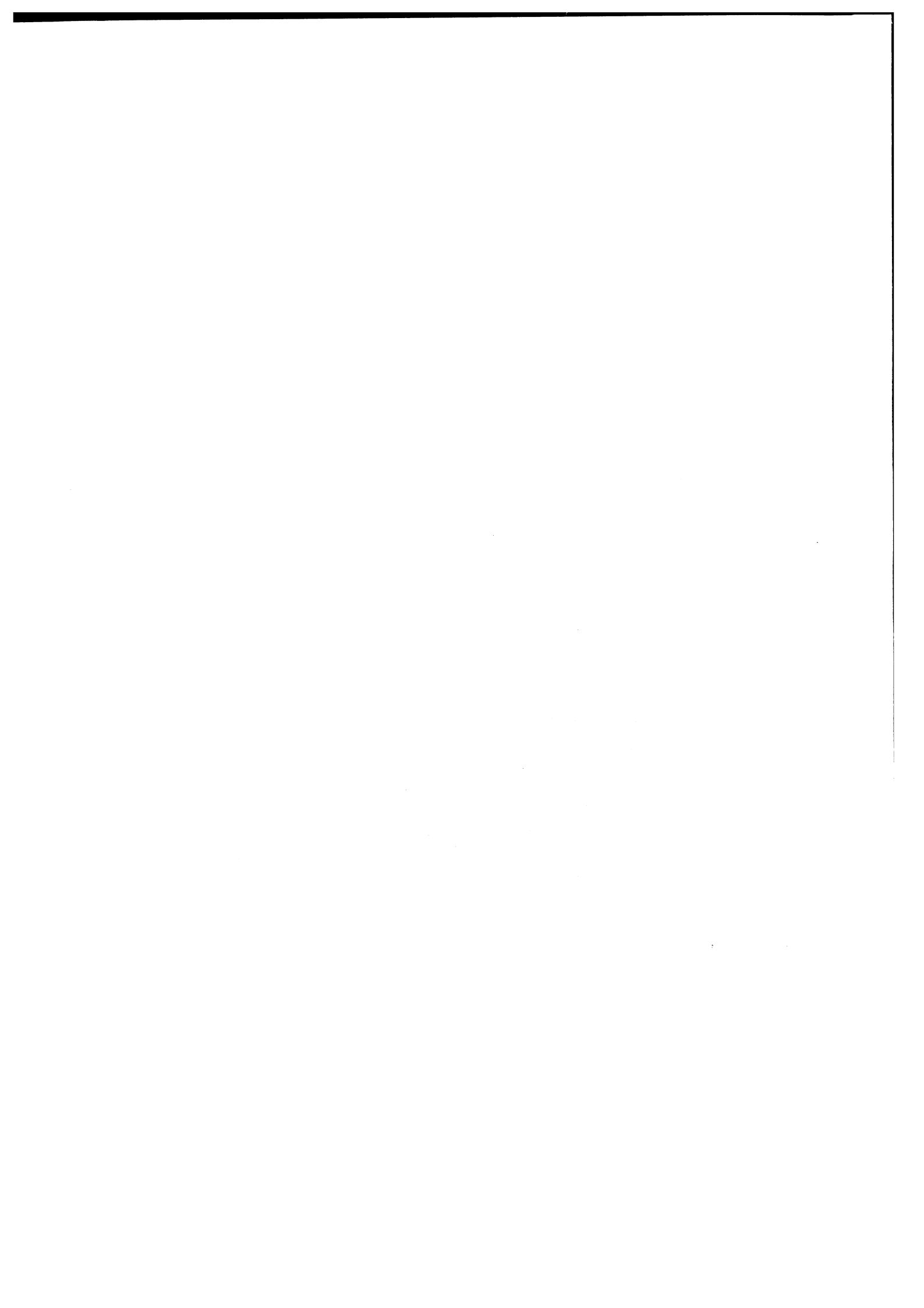
Wij hebben steeds aangenomen, dat fysische wetten afgeleid uit gegevens verkregen in aardse laboratoria en uit de onmiddellijke omgeving van de aarde, ook gebruikt mogen worden in sterk afwijkende omstandigheden, over zeer grote afstanden en over tijdsverlopen van miljarden jaren. Deze hypothese heeft tot dusverre niet gefaald.

Wel bleek het soms nodig bestaande fysische inzichten te verfijnen of uit te breiden. In § 4.5 zagen wij dat uit Newton's gravitatie-wet en de stralingswetten volgt dat de zwakke begeleider van Sirius, een witte dwerg, uit verbijsterend compacte materie bestaat. Het heeft na deze ontdekking in 1862 geduurd tot 1926 voordat de theorie ontwikkeld was om deze "ontaarde" materie te verklaren. Spoedig daarna speculeerde men al over het bestaan van nog compactere neutronensterren, die pas tientallen jaren later (in 1967) als pulsars werden ontdekt.

In het voorafgaande hebben wij enkele malen gezien dat een reeks van onderzoeken niet alleen feiten en verklaringen oplevert maar ook weer nieuwe vragen oproept. Bij het ordenen van sterren in het H.R.-diagram bleken er hoofdreekssterren, reuzen en witte dwergen te bestaan, maar waarom? Het doorrekenen van evoluerende stermodellen gaf een verklaring van deze vraag en leverde bovendien nieuwe mogelijkheden en feiten: wij kunnen nu leeftijden van sterren schatten, waaruit blijkt dat in de spiraalarmen van het melkwegstelsel zeer jonge, en in de halo zeer oude sterren staan. Dit spitst weer de vraag toe: hoe is de structuur van het melkwegstelsel ontstaan? De nieuwe feiten en inzichten voegen zich in het wereldbeeld, het model van het heelal dat de sterrekundigen construeren, en dat vele belangstellende leken ter bezichtiging staat. Het zijn echter de vragen die de bouwlieden inspireren om met nieuwe materialen en technieken een steeds gaver en meer omvattend beeld te bouwen van het heelal dat ons omringt.

appendix

- 2.7A Thermische straling van planeten
- 3.1A Fraunhofers grote ontdekking
- 3.6A1 Het spectrum van een gedeeltelijk ondoorzichtig gas
- 3.6A2 De continue absorptiecoëfficiënt in de zonne-atmosfeer; de corona van de zon
- 4.1A1 Een grote verscheidenheid van sterspectra
- 4.1A2 Korte historie van de spectrale analyse
- 4.5A Classificatie van sterren naar lichtsterkte en temperatuur
- 4.6A Spectra van nevels
- 5.3.2.A Ontaarde (of gedegenererde) materie



2.7A THERMISCHE STRALING VAN PLANETEN

De straling van een planeet bestaat niet alleen uit teruggekaatst zonlicht: het planeetoppervlak zendt ook zelf thermische straling uit, die past bij de daar heersende temperatuur. Uit de gemeten stralingskrommen (fig. 1A) is de temperatuur op verschillende manieren te bepalen: met de stralingswet van Stefan en Boltzmann en met behulp van de verschuivingswet van Wien.

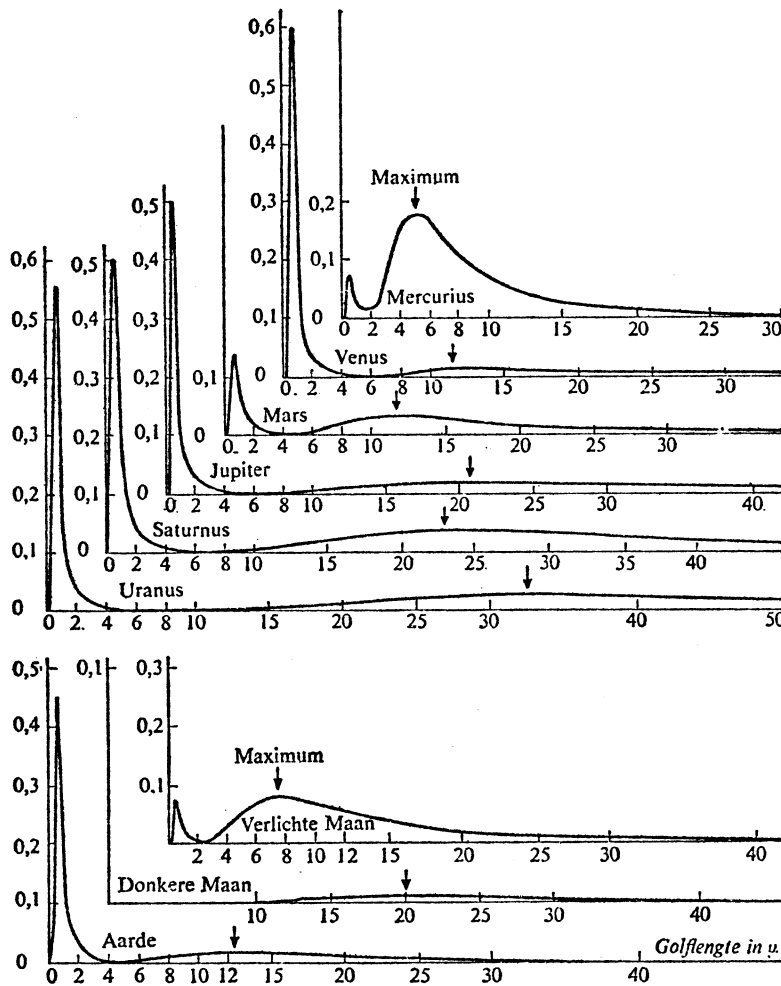


fig. 1A. De straling van maan en planeten. De golflengte is opgegeven in micron ($1\mu = 10^{-6}$ m).
(Minnaert en Houtgast, Hemel en Dampkring 1946)

vraag 1T

De stralingskrommen vertonen twee maxima. Welk maximum behoort bij de temperatuurstraling van de planeet zelf? Motiveer het antwoord.

vraag 2T

Hoe kun je met de wet van Stefan en Boltzmann de temperatuur van Mercurius bepalen (niet uitvoeren!)?

vraag 3

Bepaal de temperatuur van Mercurius met behulp van de verschuivingswet van Wien.

vraag 4

Welke onderstelling maak je dan over de aard van het planeetoppervlak in het infrarood?

vraag 5T

Wat merk je op over de ligging van de toppen van de krommen voor de thermische straling, wanneer je de rij van Mercurius naar Uranus doorloopt? Hoe kan dat verklaard worden?

vraag 6

Welke factoren bepalen de effectieve temperatuur van een planeetoppervlak of in een planeet atmosfeer? Licht je antwoord toe.

vraag 7

Het maximum in de kromme voor de thermische straling van de maan varieert tussen 8 en 24 μ . Wat is de oorzaak van deze variatie?

3.1A FRAUNHOFERS GROTE ONTDEKKING

(bewerkt naar Pannekoek: De groei van ons wereldbeeld)

De Franse filosoof Auguste Comte geeft in zijn werk "Cours de philosophie positive" (1835) o.a. zijn mening omtrent de mogelijke kennis der hemellichamen: "Ook al kennen wij mogelijkheden om van hemellichamen hun vormen, hun afstanden, hun grootte en hun bewegingen te bepalen, nooit zal het in ons vermogen liggen hun chemische samenstelling, hun mineralogische structuren, laat staan de natuur van organische wezens die op hun oppervlak leven te bestuderen". Enige bladzijden verder schrijft hij: "Ik blijf van mening dat elk begrip van de temperaturen der sterren ons noodzakelijk voor altijd onthouden moet zijn". Hoezeer vergiste hij zich echter. Ook hier werd een filosofische speculatie achterhaald door de resultaten van het natuurwetenschappelijk onderzoek. Een ontdekking van de natuurkundigen van de 19e eeuw zou het mogelijk maken de hemelobjecten op een geheel nieuwe manier te bestuderen: door de spectrale analyse van het licht.

De opkomst van de 19e eeuwse machinale industrie vereiste een geperfectioneerde ijzer- en staalbewerking. Er werden instrumentmakerswerkplaatsen gesticht, die zorgvuldig afgewerkte meetinstrumenten op de markt brachten. De drang naar vernieuwing en verfijning leidde, bovenal in Duitsland, tot het ontstaan van een precisietechniek. De sterrekundige die zich tot dan tevreden had moeten stellen met logge, onnauwkeurige toestellen, zoals de oude muurkwadranten, begon te profiteren van de prestaties der instrumentmakers.

Eén van die instrumentmakers was de Beierse autodidact Joseph Fraunhofer (1787-1826), een voortreffelijk vakman en een knap experimentator. Hij voorzag de kijkers van een drijfwerk met assen en raderen, zodat de sterren in hun dagelijkse wenteling nauwkeurig gevolgd konden worden (zie Appendix 4.1A2, objectief prisma).

Meer nog dan mechanicus was Fraunhofer opticus. Zijn leven werd beheerst door glas. Lange tijd hield hij zich bezig met het onderzoek naar de breking van verschillend gekleurd licht in lenzen en prisma's. Daartoe ontwierp hij een draaitafeltje waarop een prisma bevestigd werd, dat door middel van een theodoliet nauwkeurig bestudeerd kon worden.

"Es würde sehr vorteilhaft sein, wenn man in jeder Glasart das Zerstreungsvermögen für jede Farbe besonders finden könnte. Allein da im Spektrum die verschiedenen Farben keine bestimmte Grenzen haben, so ist dieses unmittelbar aus dem Farbenbilde nicht abzuleiten; die Ungewissheit würde hier so gross sein, das die Versuche ohne Vorteile blieben".

De breedte der kleurbanden van het spectrum maakte het hem dus onmogelijk om precies dezelfde kleur te kiezen voor de verschillende glassoorten.

Om een beter spectrum te vinden onderzocht Fraunhofer vervolgens de vlammen van brandende alcohol zwavel en olie en deed daarbij een belangrijke ontdekking:

"... jedoch fand ich bei diesen, sowie auch mit Öl- und Talglicht und überhaupt mit dem Lichte des Feuers, im Farbenbilde zwischen der roten und gelben Farbe einen hellen, scharf begrenzten Streifen, der bei allen genau an dem selben Orte ist und in der Folge sehr nützlich wurde".

Deze lijn gebruikte Fraunhofer nu als referentielijn, waardoor het mogelijk was steeds dezelfde kleur licht op verschillende prisma's te laten vallen. Na deze ontdekking begon hij zich af te vragen of in het zonnenspectrum eenzelfde lijn voorkwam. Daartoe liet hij in een verduisterde kamer door een smalle spleet zonlicht vallen op een prisma. In plaats van één lijn zag hij "fast unzählig viele sterke und schwache vertikale Linien, die aber dunkler sind als der übrige Teil des Farbenbildes". Ongeveer 700 lijnen werden door Fraunhofer geteld en eigenhandig in staal gegraveerd.

Hij stelde vast dat de onderlinge ligging van de lijnen niet afhankelijk was van de aard van het brekende medium, zodat hij ten slotte na vele proefnemingen kon schrijven:

"Ich habe mich durch viele Versuche und Abänderungen überzeugt, dass diese Linien und Streifen in der Natur des Sonnenlichtes liegen, und dass sie nicht durch Beugung, Tauschung usw. entstehen". Hier lagen dus onverwachte mogelijkheden om nieuwe informatie over de zon te verkrijgen, als men althans een verklaring zou kunnen geven voor het optreden der lijnen.

Nu had Fraunhofer reeds geconstateerd dat de 2 heldere gele lijnen in het spectrum van een kaarsvlam samenvielen met de twee donkere D-lijnen in het zonnenspectrum. Dit kon uiteraard geen toevallige overeenkomst zijn. Joseph Fraunhofer stierf echter te jong om zijn onderzoekingen voort te zetten, het wachten was op een "geübte Naturforscher" die voort zou gaan op de ingeslagen weg.

Het was Gustav-Robert Kirchhoff (1824-1887), een Duits natuurkundige, die de eerste verklaring gaf voor de Fraunhoferlijnen. Hij deed dit in het "Monatsbericht der Akademie der Wissenschaften zu Berlin" in 1859. Daarin schrijft hij dat hij samen met Robert Wilhelm Bunsen (1811-1899) dezelfde twee gele lijnen als Fraunhofer verkreeg, van grotere intensiteit echter, door keukenzout in een vlam te strooien. Hij liet het zonlicht eerst een vlam met keukenzout passeren alvorens het op een spleet te laten vallen. Vervolgens verzwakte hij het zonlicht en constateerde dat precies op de plaats van de twee donkere D-lijnen in het zonnenspectrum de twee sterke gele lijnen verschenen. De conclusie dat er zich natrium in de zonneatmosfeer moest bevinden lag voor de hand.

Na talloze experimenten was Kirchhoff in staat een wetenschappelijke grondslag aan de zogenaamde "spectrale analyse" te geven. Hij leidde af dat voor een bepaalde golflengte de verhouding van emissie en absorptie slechts een functie van de temperatuur was en dus voor alle lichamen dezelfde. Een gloeiende gasmassa, met hoge absorptie voor een bepaalde golflengte, geeft dus een absorptielijn in het spectrum van een erachter gelegen gloeiend lichaam, terwijl het gas bij voldoende hoge temperatuur een eigen emissielijn op dezelfde plaats in het spectrum geeft.

Kirchhoff bestudeerde nu een paar duizend Fraunhoferlijnen in het zonnenspectrum en stelde hun samenvallen met een aantal lijnen in het laboratorium vast. Op deze wijze was het mogelijk geworden om de samenstelling van de zonne-atmosfeer vast te stellen.

Fraunhofer had reeds in 1817 opgemerkt dat in het spectrum van de sterren Sirius en Castor andere donkere lijnen voorkwamen dan in het zonnenspectrum. Nadat Kirchhoff de wetten der spectrale analyse geformuleerd had werden weldra kijkers met spectroscopen geconstrueerd, waarmee het zwakke sterlicht tot een duidelijk spectrum werd uitgespreid.

Zo werd een reusachtig gebied van onderzoek geopend, daarmee was de door Comte beweerde onmogelijkheid van het kennen van temperaturen en chemische samenstelling der sterren definitief weerlegd.

3.6A1 HET SPECTRUM VAN EEN GEDEELTELIJK ONDOORZICHTIG GAS

In de natuur komen zowel gaslagen voor die voor alle golflengten volledig ondoorzichtig zijn (zon, sterren) als ook gaslagen die gedeeltelijk doorzichtig zijn (nevels). Gassen in het laboratorium kunnen echter alleen ondoorzichtig zijn in een aantal sterke spectrale lijnen. Wij zullen nu ingaan op de laboratoriumspectra van hete gassen. Later in App. 4.6A behandelen wij de spectra van nevels.

Plaat X geeft een aantal laboratoriumspectra van een heet gas. Steeds zien wij sterke emissielijnen. Continua zijn op de opnamen niet zichtbaar want zij zijn uiterst zwak. Dit kunnen wij als volgt begrijpen.

Beschouw een gaslaag met overal dezelfde temperatuur T . Uit § 2.4 weten wij dat als $k_{\lambda} l < 0,1$ dat het gas dan doorzichtig genoemd kan worden. Voor continua en zwakke spectrale lijnen is dat het geval. Dat betekent dat de stralingskromme daar zonder meer de wet van Kirchhoff volgt: $E_{\lambda} = k_{\lambda} l \cdot B_{\lambda}(T)$, waarbij $B_{\lambda}(T)$ de functie van Planck is bij de in het gas heersende temperatuur. In zeer sterke spectrale lijnen kan het gas ondoorzichtig zijn, $k_{\lambda} l \gg 1$; daar treedt sterkte zelfabsorptie op; de stralingskromme voldoet daar aan de wet van Planck $B_{\lambda}(T)$. Matig sterke lijnen met $k_{\lambda} l \approx 1$ nemen een tussenpositie in (zie figuur 2A).

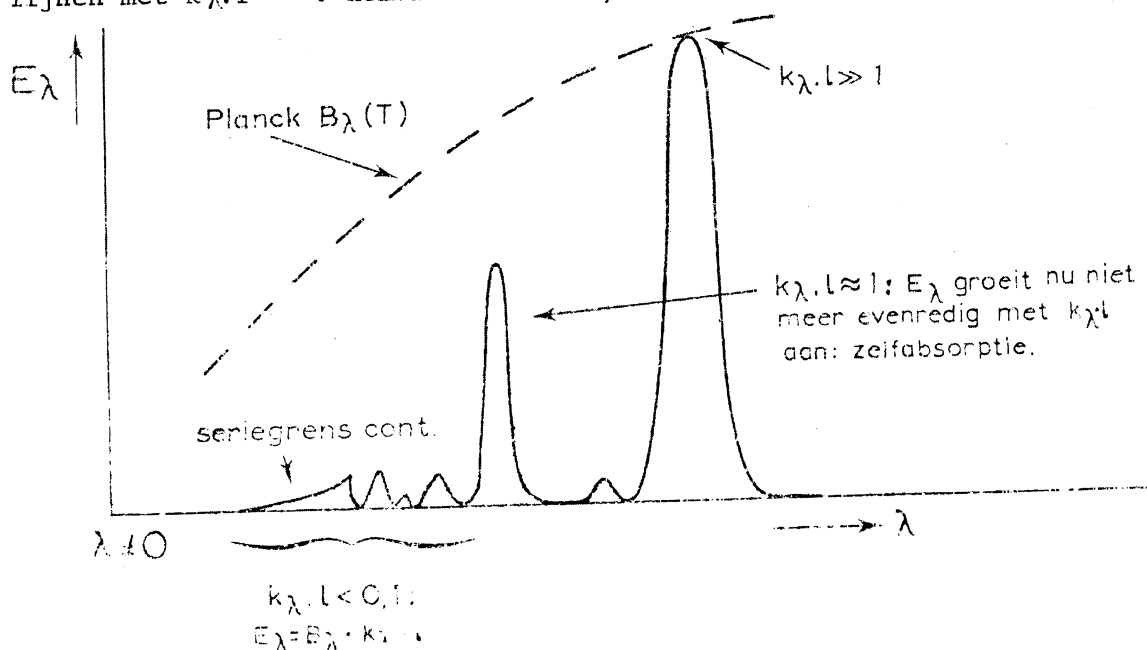


fig. 2A

Samenvattend kunnen wij opmerken dat als gevolg van de wet van Kirchhoff gloeiende gassen spectra geven met emissielijnen waarin de continua zwak (vaak onwaarneembaar) zijn. Spectra van emissie-niveaus om hete sterren (plaat VI, XV) kunnen op soortgelijke wijze begrepen worden.

vraag 8

Beschrijf of schets hoe de stralingskromme E_λ in figuur 2a verandert als de gaslaag vijfmaal dikker gemaakt wordt, maar T en k_λ onveranderd blijven.

3.6A2 DE CONTINUE ABSORPTIECOEFFICIENT IN DE ZONNE-ATMOSFEER DE CORONA VAN DE ZON.

Voor 1940 verbaasde men zich er over dat het zonnenspectrum vrijwel geen seriegrenssprongen vertoont, alleen de Balmer-sprong is enigszins te zien. Men vond ook geen seriegrenscontinua van andere elementen dan waterstof.

Tussen 1940 en 1950 kwam het vast te staan dat de absorptie voornamelijk veroorzaakt wordt door negatieve waterstofionen. Berekeningen toonden aan dat een tweede elektron zich zwakjes aan het proton kan binden omdat het eerste elektron het positieve proton niet geheel afschermt.

De "ionisatie-energie" waarmee dat tweede elektron gebonden wordt is klein (0,75 eV) vergeleken met de ionisatie-energie van het eerste elektron (13,60 eV). Dit betekent dat het spectrum van het H^- -ion een continuüm heeft van een zekere seriegrens af. Een verschil met de seriegrenscontinua van atomair waterstof is dat het maximum in k_λ niet bij de seriegrens ligt maar bij $\lambda = 800$ nm (zie figuur 8). Bovendien bezit het H^- -ion slechts één energietoestand, zodat het H^- -spectrum dan ook slechts één continuüm en géén spectrale lijnen bevat.

Het H^- -spectrum is ook in het laboratorium gevonden.

vraag 9

Bereken de seriegrens voor het H^- -ion.

vraag 10T

In de zonne-atmosfeer is de concentratie van H^- -ionen t.o.v.

waterstofatomen zeer klein: $10^{-7} < \frac{n_{H^-}}{n_H} < 10^{-6}$.

Maak begrijpelijk dat voor het zichtbare en infrarode spectrale gebied de absorptie van H^- toch belangrijker is dan van H (zie ook de tabel in figuur 16).

Metingen in verschillende golflengtegebiedjes leveren goed overeenstemmende temperaturen wanneer men rekent met de theoretische absorptiecoëfficiënt van het H^- -ion (weergegeven in fig. 8). Daaruit leidt men af, dat de absorptiecoëfficiënt van het zonnegas in het zichtbare en infrarode spectrum inderdaad door H^- -ionen wordt bepaald.

In het ultraviolet loopt de absorptiecoëfficiënt zeer sterk op naar kortere golflengten als gevolg van seriegrenscontinua van waterstof (het Lyman continuüm) en van zwaardere elementen. Ook voor radiostraling is het zonnegas zeer ondoorzichtig, wij zien af van de verklaring van dit feit.

Opnamen in röntgen- of in radiostraling geven dan ook een groter zonsbeeld dan foto's in zichtbaar of infrarood licht. De uitgebreide, uiterst ijle atmosfeer, waar de radio- en röntgenstraling uit af-

komstig is, noemen wij de corona. Stralingskrommen in het radiog- en het röntgengebied laten zien dat de corona zeer heet is: ca 10^6 K! Dit op het eerste gezicht vreemde resultaat legt ons de vraag voor: waardoor wordt de corona zo sterk verhit? Als je daar meer over wilt weten, lees dan C. de Jager (redakteur): Sterrenkunde, 2e deel, § II.4.

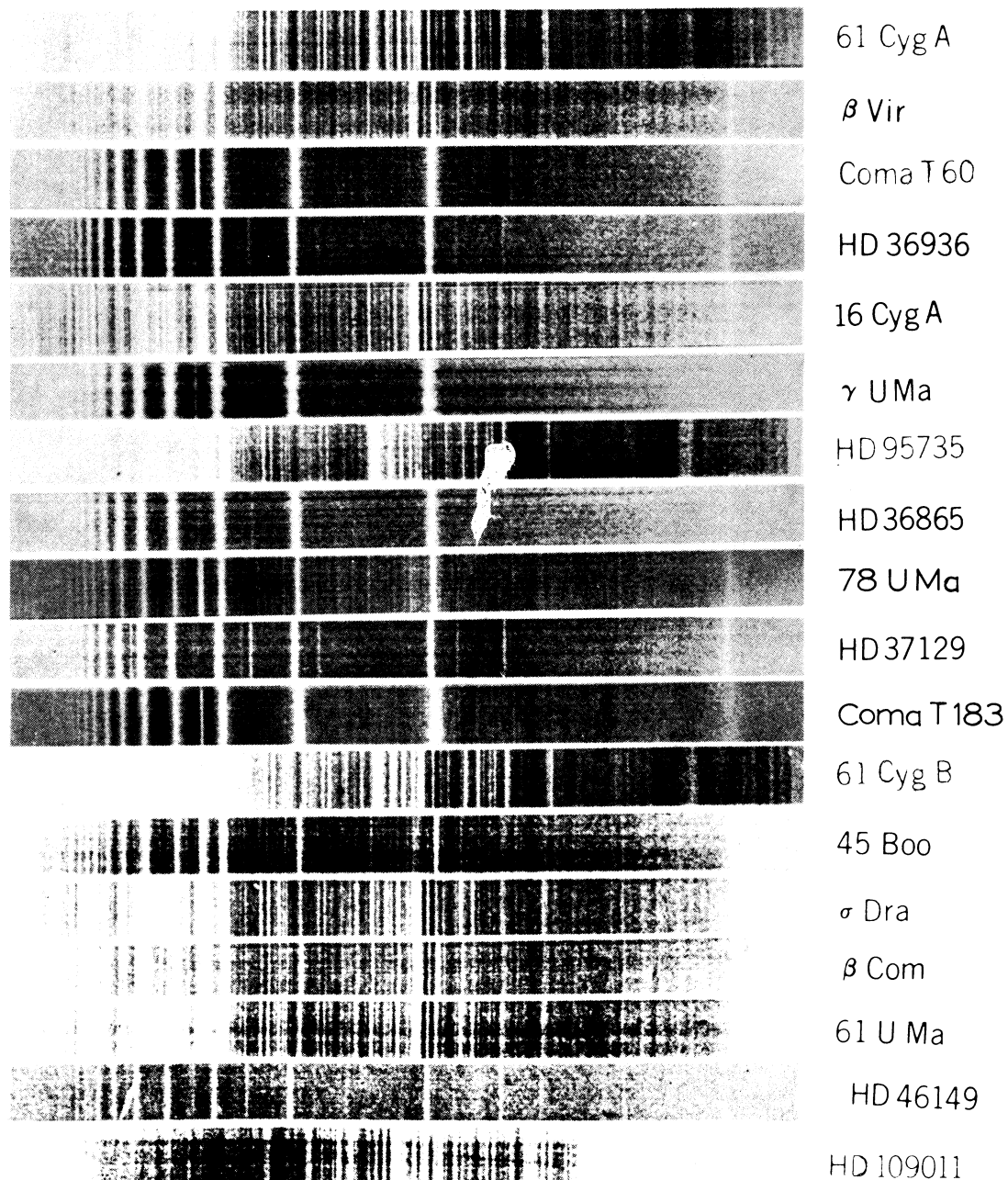
Wij herhalen: voor zichtbare en infrarode straling is de corona volkomen ondoorzichtig.

vraag 11

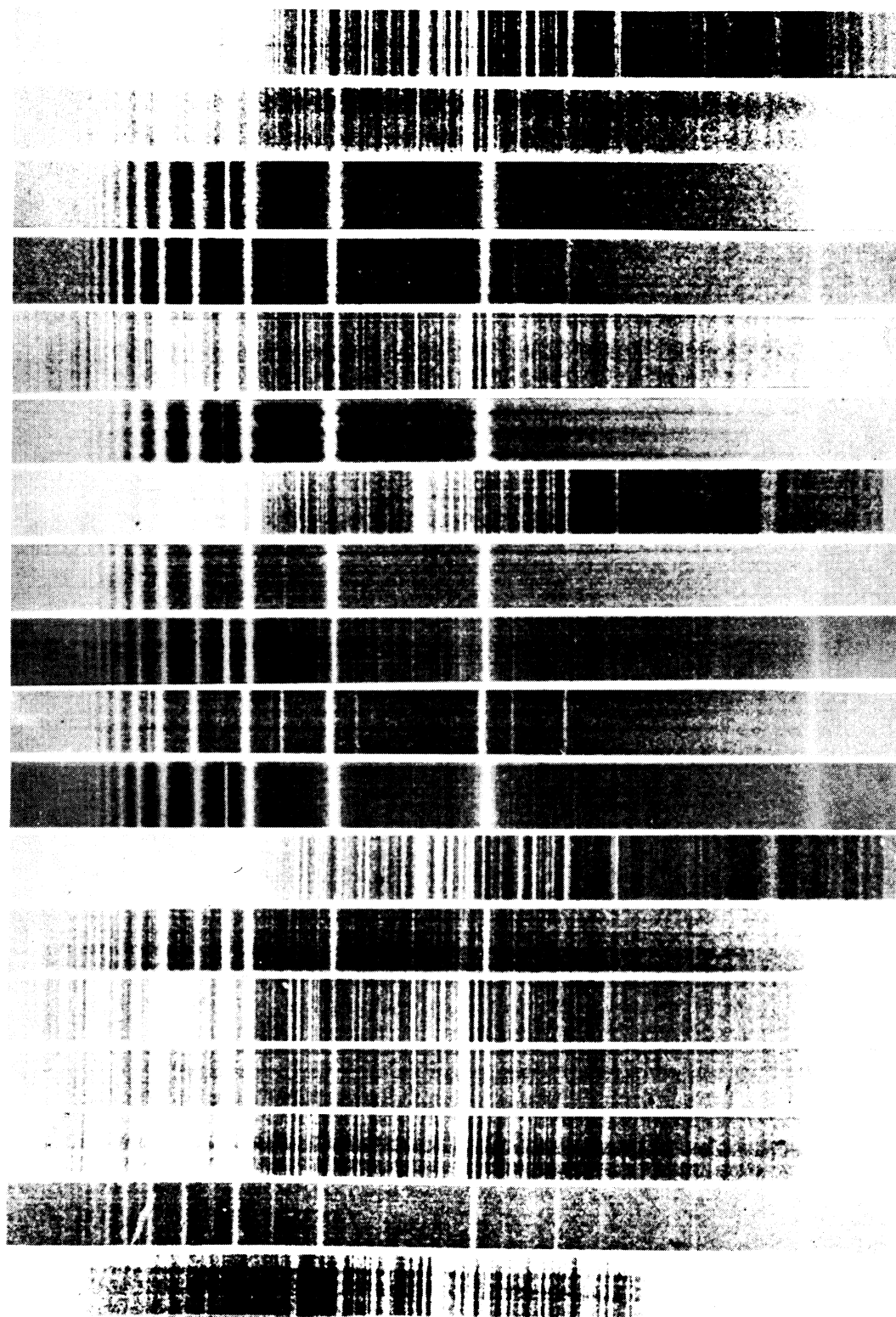
Indien wij de grafiek in fig. 11 naar grotere hoogte (naar links) voortzetten dan daalt de temperatuur aanvankelijk tot 4200 K (op 100 km) om daarna zeer snel tot ca 10^6 K te stijgen.

Gebleden is dat voor $\lambda = 180$ nm het continuüm van het midden van de zonneschijf juist uit het gebied van $T_{\min} = 4200$ K afkomstig is.

Kun je verklaren dat alle spectrale lijnen van $\lambda < 180$ nm en ook het Lyman seriegrenscontinuüm in emissie verschijnen (dergelijke UV-spectra werden met raketten en kunstmanen verkregen)?



(zie 4.1A1)



61 Cyg A

β Vir

Coma T 60

HD 36936

16 Cyg A

γ UMa

HD 95735

HD 36865

78 UMa

HD 37129

Coma T 183

61 Cyg B

45 Boo

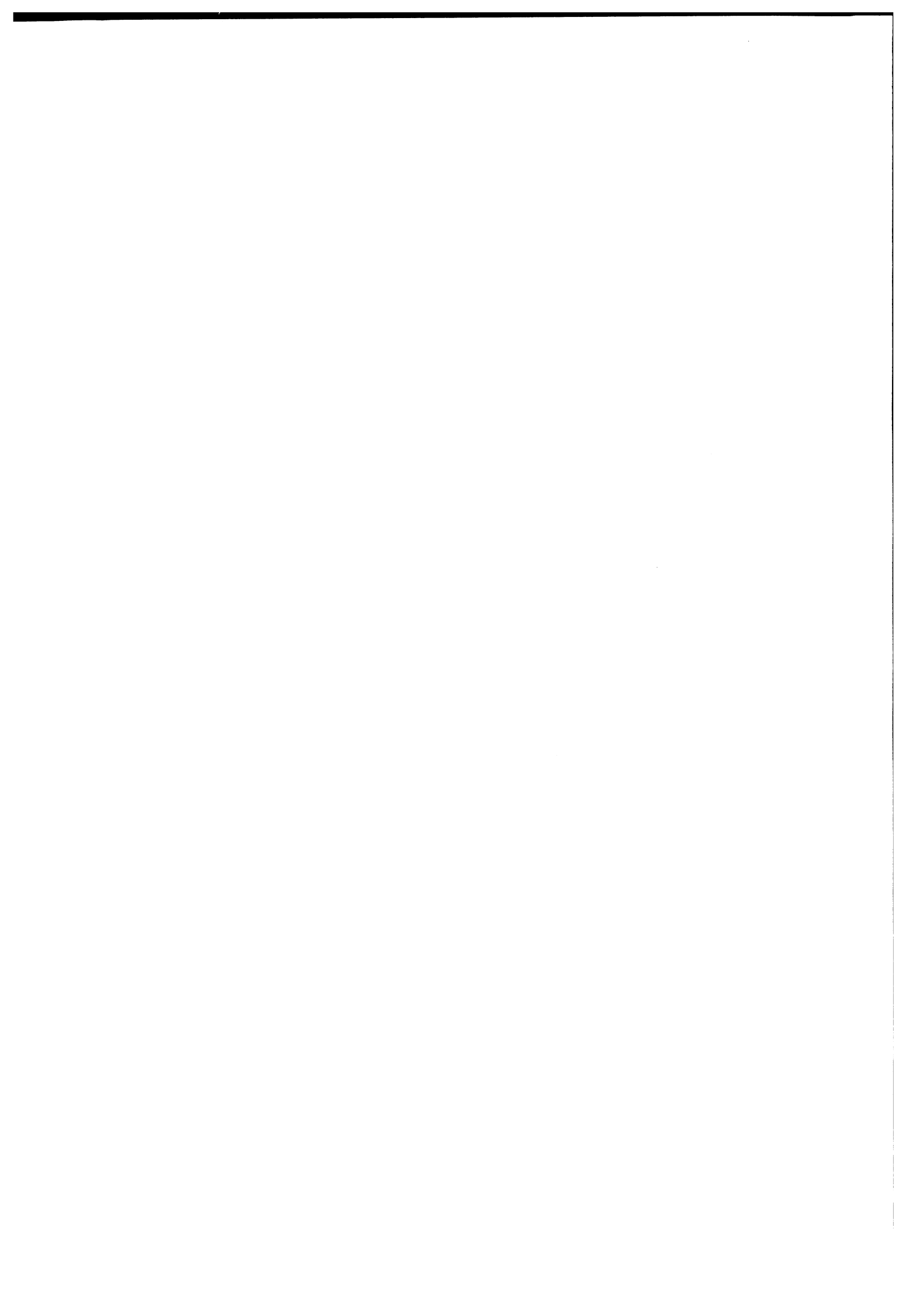
σ Dra

β Com

61 U Ma

HD 46149

HD 109011



4.1A1 EEN GROTE VERSCHIEDENHEID VAN STERSPECTRA

Plaat XIV (zie vorige pagina) toont de grote verscheidenheid in sterspectra. De spectra zijn in fotografische negatieven gegeven. De gebruikte film is heel gevoelig in het violet en in het blauw, doch niet meer in het groen. Rechts van elk spectrum is aangegeven van welke ster het spectrum afkomstig is: de naam met het Griekse volgletter/volnummer of een catalogusnummer. (HD is Henry Draper Catalogue).

Voor de opdrachten verwijzen wij naar de docentenhandleiding paragraaf 4.1. bis.

4.1A2 KORTE HISTORIE VAN DE SPECTRALE ANALYSE

(bewerkt naar Pannekoek, De groei van ons wereldbeeld)

De wetten van Kirchhoff voor de spectrale analyse openden een nieuw veld van onderzoek voor de astronomen. Men begon te beseffen dat de spectra de mogelijkheid bieden om veel bijzonderheden over sterren te weten te komen.

In Engeland bestudeerde William Huggins (1824-1910) de spectra van een aantal heldere sterren. Hij stelde vast (1863) dat deze spectra lijnen van de elementen waterstof, natrium, calcium, magnesium en ijzer bevatten: d.w.z. elementen, die ook op de zon en op de aarde voorkomen!

Wat men voorheen slechts vermoedde, de eenheid in materiële samenstelling van het heelal, was nu bevestigd.

Op de Vaticaan-sterrewacht te Rome werkte tezelfdertijd pater Angelo Secchi (1818-1878). Zijn onderzoek aan enige duizenden sterren toonde aan (1864), dat bijna alle sterren op grond van hun spectra verdeeld konden worden over 4 typen:

De witte of blauwachtig witte sterren vertonen vier absorptielijnen in het spectrum: één in het rood, één in het blauw-groen en twee in het violet. Ongeveer de helft van de heldere sterren geeft een dergelijk spectrum te zien. Secchi noemde hen sterren van het 1e type.

Tot het 2e type rekende hij de gele sterren (o.a. Capella en Aldebaran), met spectra die overeenkomst vertonen met het zonnenspectrum.

Het 3e type, de rode sterren (o.a. Betelgeuze) vertoonden naast talloze lijnen nog enige banden, scherp begrensd aan de violette zijde, geleidelijk vervagend aan de rode zijde van het spectrum.

Tot het 4e type behoorden een klein aantal zwakke, zeer rode sterretjes, die een bandenspectrum te zien gaven dat overeen kwam met het vonkspectrum van koolstofverbindingen. Dezelfde banden, maar dan in emissie, werden later ook in spectra van kometen waargenomen.

De onderscheiding van de sterren in 4 spectrale typen bleef als ruwe indeling lange tijd gehandhaafd. Vogel, die deze indeling overnam - zij het dan dat hij ze type I, II, IIIa en IIIb noemde - veronderstelde dat uit type I door afkoeling type II ontstaat en uit II door afkoeling type IIIa of IIIb. De 4 typen zouden dus de natuurlijke ontwikkelingsgang der sterren weergeven.

Inmiddels was het gelukt de spectra op de fotografische plaat vast te leggen, hetgeen vereenvoudiging van de waarnemingstechniek en een verbetering van de nauwkeurigheid betekende. Ook kon men toen spectra van sterren gemakkelijker vergelijken. Henry Draper (1837-1882) slaagde er als eerste in het sterspectrum (van Wega) te fotograferen (1872). Ook Huggins gelukte het, kort na Draper, om de spectra van Wega, Sirius en enkele andere sterren fotografisch vast

te leggen. Hij merkte op dat de lijnen bij sterren van Secchi's 1e type een reeks vormen, waarbij de op de 3e en 4e waterstoflijn volgende absorptielijnen steeds dichterbij elkaar kwamen te liggen. Terecht concludeerde hij daaruit dat dit gehele absorptiespectrum van waterstof afkomstig was. Later bleek de reeks inderdaad door de Balmerformule beschreven te kunnen worden.

Na de dood van Draper schonk zijn weduwe alle instrumenten en een geldsom aan het Harvard College Observatory om het onderzoek aan sterspectra voort te zetten. Het geld werd goed besteed. Met een objectiefprisma slaagde Pickering erin de sterspectra als bandjes af te beelden. De spectra werden op het uiterlijk geïnclassificeerd met de letters A, B, C, D.

Bij een nader onderzoek bleken slechts een klein aantal letters nodig om de wezenlijke verschillen der spectra tot uitdrukking te brengen, nl. A, B, F, G, K, M, N. Daarbij werd ook gevonden dat de A-, B-typen met Secchi's 1e type overeenkomen, F, G, K met het 2e type, M met het 3e type en N met het 4e type.

In 1890 verscheen de eerste "Henry Draper Catalogue", die de spectra van 10.000 sterren bevatte. Hierna werd het werk met betere instrumenten en op grotere schaal voortgezet. Miss Antonia C. Maury, eveneens verbonden aan de Harvard sterrewacht, onderzocht de spectra der helderste sterren, die ze in 24 klassen onderbracht, een indeling die verder geen ingang vond.

Naar de aard van de lijnen gaf zij nog een onderverdeling in a, b en c en merkte daarbij op dat de c-sterren wellicht een aparte klasse vormden. Dit werd later bevestigd: de c-sterren, van uitzonderlijk belang voor de kennis van sterevolutie, bleken later superreuzen te zijn (zie ook § 4.5A, lichtsterkteclassificatie).

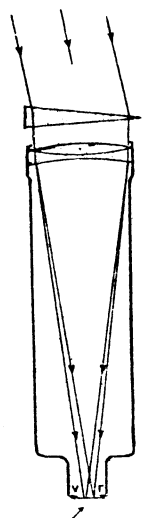
Het gebruik van grotere instrumenten maakte het mogelijk de classificatie uit te breiden tot zwakke sterren onzichtbaar voor het oog. Dit massawerk werd bijna geheel verricht door Miss Annie J. Cannon (1863-1941), die een bijzondere vaardigheid had verworven in het classificeren van sterspectra. Door haar waarnemingen werd de eerste Draper Catalogue op de Harvard sterrewacht verbeterd en uitgebreid. De overgangsvorm tussen de verschillende spectrale typen werden als decimale onderverdeling toegevoegd; B0, B5, A0, A2, A5, enz.

Na uitbreiding van de reeks met O aan het begin en R, N en S aan het eind, ontstond een lijst van typen waarin 99% van de sterren kon worden ingedeeld.

Het resultaat van vele jaren werk werd ondergebracht in de grote "Henry Draper Catalogue", die in negen delen van de "Harvard Annals" gepubliceerd werd (1918-1924). Deze bevatte de helderheid en spectra van ruim 225.000 sterren.

Miss Cannon's classificatiereeks, O, B, A, F, G, K, M, R, N, S bleef sindsdien ongewijzigd gehandhaafd. Het werd tenslotte ook een machtig hulpmiddel bij het onderzoek van de levensloop der sterren.

Het objectiefprisma



fotografische plaat
in het brandvlak
v. h. objectief

fig. 3A
objectief prisma

Als men voor duizenden sterren de spectrale klasse wil vaststellen is het een uitermate tijdrovend werk om van elke ster afzonderlijk een spectrum op te nemen. Dit probleem is als volgt opgelost:

Vóór het objectief van de sterrekijker wordt een prisma met kleine brekende hoek geplaatst die het objectief geheel bedekt. Nu leveren alle sterren in het veld een spectrum op de plaat. De dispersie van deze spectra is klein, maar groot genoeg om de absorptielijnen te herkennen. Figuur 4A geeft een schematische weergave van een (negatief) opname met objectief prisma.

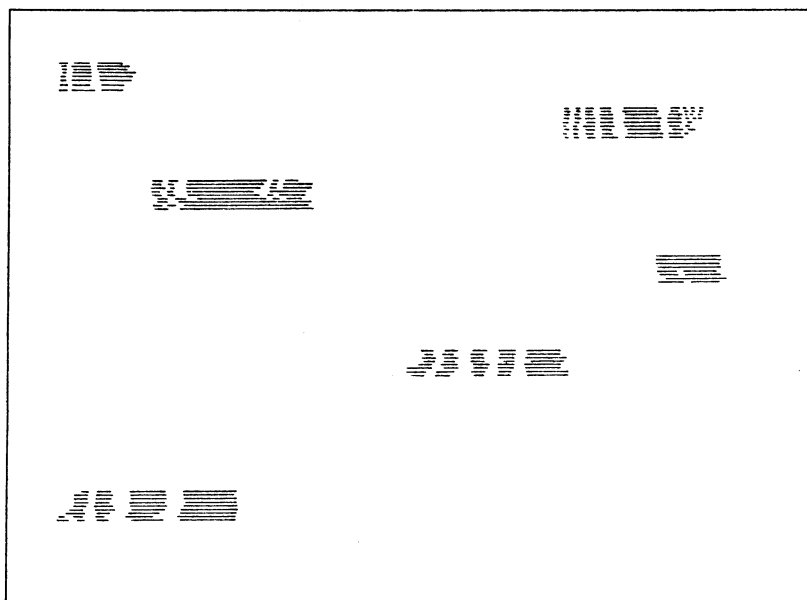


fig. 4A

Richten wij de kijker op een ster dan zien we deze ten gevolge van de aardrotatie over het veld bewegen. Om eenzelfde gebied aan de hemel langdurig te kunnen waarnemen zijn dan ook nauwkeurige motoren geconstrueerd die het mogelijk maken een ster te "volgen" zodat het beeld stilstaat. Op deze manier kunnen wij met het objectief prisma ook opnamen met grote belichtingstijden maken. De zo verkregen spectra hebben een zeer geringe hoogte. Om "hogere" spectra te krijgen moeten wij de kijker ook nog loodrecht op de dispersierichting laten bewegen, dan ontstaat er een reeks spectra boven elkaar waardoor spectrale details beter zichtbaar worden.

vraag 12

Wat zien we op de fotografische plaat als de kijker tijdens de opname evenwijdig aan de dispersierichting heeft bewogen?

4.5A CLASSIFICATIE VAN STERREN NAAR LICHTSTERKTE EN TEMPERATUUR

Met het weergeven van sterren in een Hertzsprung-Russelldiagram hebben wij ontdekt dat sterren met één effectieve temperatuur T_{eff}

sterk uiteenlopende lichtsterkten kunnen hebben. Om de lichtsterkte van een ster te bepalen moeten wij de afstand tot die ster vrij nauwkeurig kunnen meten en dat is voor verre reuzen of superreuzen niet eenvoudig. Zou het misschien mogelijk zijn om sterren met dezelfde effectieve temperatuur - dus van vrijwel hetzelfde spectrale type - naar lichtsterkte te classificeren aan de hand van verschillen in het spectrum? Wij bekijken een voorbeeld: kunnen wij sterren met $T_{\text{eff}} = 5000 \text{ K}$ aan het spectrum onderscheiden in hoofdreekssterren, reuzen en superreuzen?

Uit figuur 22 weten wij dat al deze sterren ongeveer van het spectrale type G7 zijn.

vraag 13 T

Vul het onderstaande schema aan:

		hoofdreeksster/reus/superreus		
uit fig. 24	L/L =	0,4	: 45	: 10^5
uit fig. 24 en formule 12 (vraag 67)	R/R =	0,9	: 10	: 400
uit fig. 24 en fig. 29	M/M =	0,8	: 2,0	: 20
daaruit volgt voor de verhoudingen van de gemiddelde massadichtheden	$\rho =$..	: ..	: ..

De verschillen in gemiddelde massadichtheid zijn verrassend groot: een superreus is veel ijler dan een reus, welke weer ijler is dan een dwerg (blijkbaar is de inwendige bouw van deze sterren sterk verschillend; op dit probleem gaat hoofdstuk 5 verder in).

vraag 14 T

Bij hoofdreekssterren, reuzen en superreuzen met $T_{\text{eff}} = 5000 \text{ K}$ wordt het spectrum in lagen gevormd waar de temperaturen hetzelfde zijn. Wat verwacht je omtrent de gasdrukken in die laag bij de drie genoemde typen sterren? En wat omtrent de elektronendrukken?

Uit de wet van Saha (formule 19) volgt dat het ionisatie-evenwicht ook van de elektronendruk afhangt. Door nu voor verschillende sterren de sterkteverhouding van een tweetal spectrale lijnen, bijvoorbeeld een lijn van geïoniseerd ijzer en één van neutraal ijzer te vergelijken kan men verschillen in de elektronendruk p_e trachten op te sporen. Dat zou dan meteen een criterium voor de lichtsterkten L/L zijn.

vraag 15 T

Hoe zal de verhouding (sterkte Fe II-lijn)/(sterkte Fe I-lijn) veranderen met afnemende p_e ? Met toenemende L/L? Motiveer je antwoorden.

Zulk een effect is inderdaad gevonden. Nu kunnen wij sterren met dezelfde effectieve temperatuur aan de hand van een criterium (sterkte van een ionlijn) : (sterkte van een atoomlijn) naar lichtsterkte classificeren. De methode moet geijkt worden met sterren van bekende lichtsterkte L, dus van bekende afstand.

Komen wij nu niet in de knoop met de in 4.2 gemaakte suggestie dat het spectrale type alleen van de effectieve temperatuur zou afhangen? Nu is immers gebleken dat het spectrum van een ster ook van de elektronendruk in de atmosfeer afhangt. Het effect van de temperatuur op het spectrum is echter veel groter want de ionisatie-evenwichten hangen volgens de wet van Saha veel sterker van de temperatuur dan van de elektronendruk af. Bovendien hangen de sterkteverhoudingen tussen de lijnen van hetzelfde atoom (of ion) van één bepaald element uitsluitend van de temperatuur af volgens de verdelingswet van Boltzmann. Uit onderstaande tabel blijkt inderdaad dat het spectrale type van een ster niet alleen van de effectieve temperatuur maar ook enigszins van de lichtsterkte (ofwel: de elektronendruk) afhangt:

Verband tussen effectieve temperatuur en spectrale type voor sterren van verschillende lichtsterkten

$T_{\text{eff}} =$ lichtsterkte klasse	6000	5500	5000	4500
hoofdreekssterren	G0	G5	G9	K3
reuzen	F6	G0	G5	K0

De bovenstaande tabel geeft een verfijning van de tabel in fig. 22 bij § 4.2; laatstgenoemde tabel is opgesteld voor hoofdreekssterren

vraag 16

Uit de bovenstaande tabel blijkt dat een reus in de reeks .. - F - G - K - .. meer naar "naar voren" geïnclassificeerd wordt dan een hoofdreeksster van dezelfde effectieve temperatuur. Verklaar dat (deze vraag verlangt wel enig nadenken, maar het antwoord is niet moeilijk te vinden wanneer je bedenkt dat F - G - K sterren spectraal geïnclassificeerd worden mede aan de hand van sterkteverhoudingen tussen atoomlijnen en ionlijnen!)

Voor een precieze classificatie van sterren gaat men als volgt te werk: men bepaalt eerst het spectrale type, en daarna met een geschikt criterium de lichtsterkteklasse. Uit het spectrale type en de lichtsterkteklasse samen volgt dan een vrij nauwkeurige schatting van de effectieve temperatuur.

Opmerking 1:

De lichtsterkte classificatie maakt het mogelijk om uit de vergelijking van de uit het spectrum afgeleide lichtsterkte L en de gemeten helderheid van de ster de afstand tot de ster af te leiden.

vraag 17

Hoe neemt de gemeten helderheid af met toenemende afstand?

Deze "spectroscopische afstandsmeting" is ook mogelijk voor sterren die te ver weg staan voor een betrouwbare parallactische afstandsmeting. Daarbij moeten wij echter wel bedenken dat de nauw-

keurigheid van de spectroscopische methode afhangt van de nauwkeurigheid in de ijking van het gebruikte lichtsterktecriterium.

Opmerking 2:

Het bepalen van lichtsterkten uit de verhouding (sterkte van een ionlijn) tot (sterkte van een atoomlijn) gaat heel goed bij F, G en K sterren. Wel moet men bij F sterren andere lijnpaaren gebruiken dan bij K sterren (waarom?). Er bestaan ook andere lichtsterktecriteria, wij noemen er hier één: de breedte van de Balmerlijnen neemt toe met toenemende druk: dit bevat een mooi middel om bij B en A sterren hoofdreekssterren, reuzen en superreuzen te onderscheiden.

4.6A SPECTRA VAN NEVELS

A Interstellaire materie, nevels, H⁺-gebieden

De ruimte tussen de sterren is niet "leeg". Overal in de schijf van ons melkwegstelsel vinden we de interstellaire materie, een uiterst ijl medium, dat voor een groot deel uit gas bestaat (hoofdzakelijk waterstofgas). Een kleiner deel van de interstellaire materie bestaat uit microscopisch kleine stofdeeltjes. Het licht van de achter de stofwolken gelegen sterren wordt verzwakt door verstrooiing aan de stofdeeltjes. Aangezien het licht bij kortere golflengten sterker verstrooid wordt treedt er bovendien een roodverkleuring van het sterlicht op.

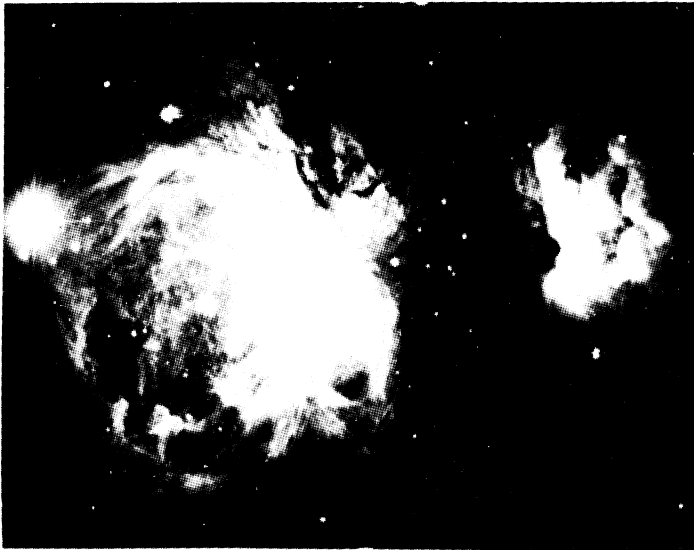
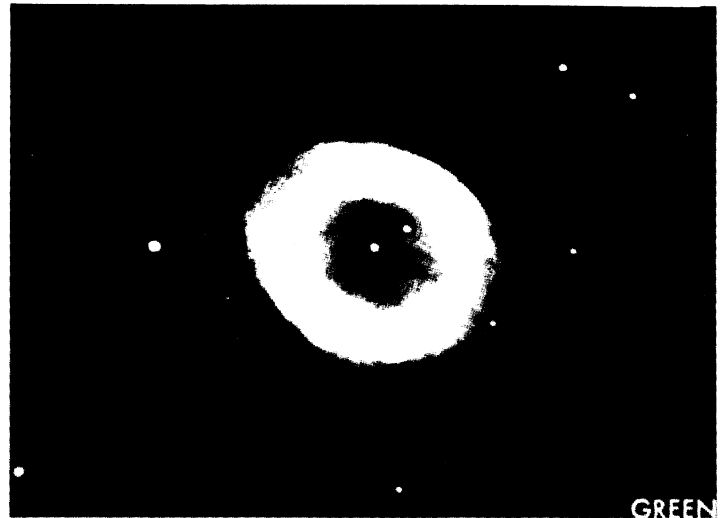
In spectra van ver verwijderde sterren zijn ook absorptielijnen van het interstellaire gas te herkennen: deze zijn vrij zwak, zeer scherp en verschoven ten opzichte van de spectrale lijnen van de ster. De verschuiving wijst erop dat de interstellaire gaswolken en sterren ten opzichte van elkaar in beweging zijn (doppler-effect).

vraag 18

Ga na of de roodverkleuring door het interstellaire stof een fout kan veroorzaken bij bepaling van de effectieve temperatuur van sterren:

- a bij de methode besproken in § 2.6;
- b uit het spectrale type (§ 4.2).

De interstellaire materie is niet gelijkmatig over ons melkwegstelsel verdeeld: een groot deel is geconcentreerd in wolken die in de spiraalarmen liggen. Een bekende stofwolk is de Paardekopnevel. Het interstellaire stof absorbeert het licht van de sterren die "achter" de wolk staan, zodat deze zich donker aftekent tegen de achtergrond.



XV Drie opnamen van de ringnevel in het sterrebeeld de Lier. De blauwe beelden zijn hoofdzakelijk opgenomen in He II lijnen, de groene in Nebulium lijnen en de rode in de Balmer α lijn van waterstof.

Linksonder een opname van de Orion nevel in wit licht (Mt Wilson - Mt Palomar Observatories).

Een voorbeeld van een lichtende gasnevel is de Orion-nevel: hier licht de interstellaire materie op om zeer hete sterren met effectieve temperaturen van meer dan 20.000 K (O- en B-sterren). Deze sterren verhitten de nevel door het interstellaire gas te ioniseren, met het gevolg dat de nevel zelf straling uitzendt. Deze nevels heten dan ook emissie-nevels.

Waarom lichten deze nevels alleen op om O- en B-sterren? Misschien kunnen wij het antwoord vinden in de spectra van nevels? Op de spectra van plaat VI zien wij een aantal sterke emissielijnen gesuperponeerd op een zwak continuüm. De Balmerlijnen van neutraal waterstof zijn sterk. Verder vallen enkele sterke "verboden" lijnen van

tweemaal geïoniseerd zuurstof op, de zogenaamde "Nebulium"-lijnen.

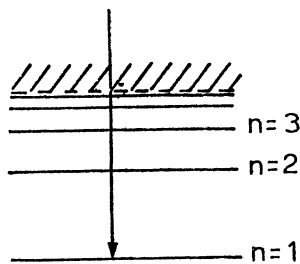
Eerst proberen wij het Balmeremissiespectrum te begrijpen. In de binnenste delen van de nevel is het waterstofgas sterk geïoniseerd. Om een waterstofatoom vanuit het grondniveau te ioniseren is Lyman-continuüm straling nodig. Alleen zeer hete sterren stralen voldoende in dit ultraviolette spectrale gebied.

vraag 19 T

Welke temperatuur moet een ster minstens hebben opdat het maximum van de stralingskromme in het Lymancontinuüm valt ($\lambda < 91,2 \text{ nm}$)?

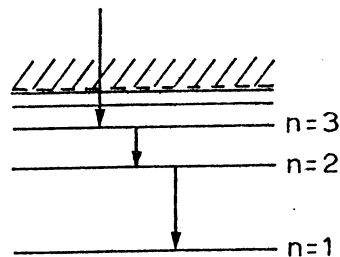
De in de nevel gevormde ionen zullen weer elektronen invangen en recombineren tot atomen. Hierbij kunnen zich verschillende mogelijkheden voordoen:

a)



Recombinatie rechtstreeks naar het grondniveau onder emissie van een Lyman-continuüm foton.

b)



Recombinatie naar het grondniveau via één of meer tussenstappen onder uitzending van een cascade spectrum. In het hier gegeven voorbeeld: een Paschen-continuüm foton + een Balmer α foton + een Lyman α foton.

fig. 5A

vraag 20 T

Welke soort fotonen komen in ieder geval vrij bij recombinaties waarbij het atoom (tenslotte) in de grondtoestand terugkeert?

De bij recombinitie en cascade vrijkomende energie zal vrijwel geheel als straling worden afgevoerd. Energie overdracht door botsingen is te verwaarlozen omdat de materie in de nevel zo ijl is. Om het sterke Balmer spectrum van de nevel te verklaren maken wij de onderstelling dat de nevel volkomen ondoorzichtig is voor de straling in het Lyman continuüm.

vraag 21

Als men uit een kunstmaan het spectrum zou opnemen van zo'n O- of B-ster, die de nevel tot lichten brengt, hoe zou dat spectrum er

dan in het ultraviolet uitzien?

Alle Lyman fotonen die in de nevel gevormd worden door recombinitie zullen ook weer in de nevel worden geabsorbeerd omdat de nevel immers ondoorzichtig is voor Lyman continuüm fotonen en dat geldt in nog sterkere mate voor fotonen in de Lyman-lijnen. Daarentegen zullen Balmer-, Paschen-, enz.- fotonen, die door cascade vrijkomen de nevel praktisch onmiddellijk kunnen verlaten, want voor deze fotonen is de nevel zeer veel doorzichtiger (het - neutrale waterstof bevindt zich vrijwel uitsluitend in de grondtoestand).

vraag 22 T

Beredeneer nu dat elk Lyman continuüm foton van de ster (dat ergens in de nevel een waterstofatoom heeft geïoniseerd), eventueel na vele absorpties en heremisies van een Lyman foton, uiteindelijk de nevel verlaat als één Lyman α foton + één Balmer foton (α , of β , of γ , ... of continuüm) en in sommige gevallen ook nog een Paschen- of Bracket- of ...-foton. Ga daartoe de verdere lotgevallen na van de fotonen die vrijkomen bij recombinitie naar het grondniveau (fig. 5A) of bij recombinitie met cascade (neem als voorbeeld: recombinitie naar niveau $n = 4$ gevolgd door cascade $n = 4 \rightarrow n = 3$; $n = 3 \rightarrow n = 1$).

De Lyman α fotonen kunnen niet verder worden afgebroken, met het gevolg dat deze fotonen via een geweldig aantal absorpties en heremisies door de nevel naar buiten sijpelen.

Zanstra, die in 1925 bovenstaande verklaring gaf voor het sterke Balmerspectrum in emissieniveaus, gebruikte het mechanisme om de temperaturen te schatten van de sterren die de nevel tot lichten brengen. Uit foto's en spectra van een nevel schatte hij het totale aantal Balmer fotonen N_{Ba}^* dat de nevel per tijdseenheid uitzendt:

dit aantal is dus juist gelijk aan het aantal fotonen dat de ster in het Lyman continuüm uitzendt (zie fig. 6A):

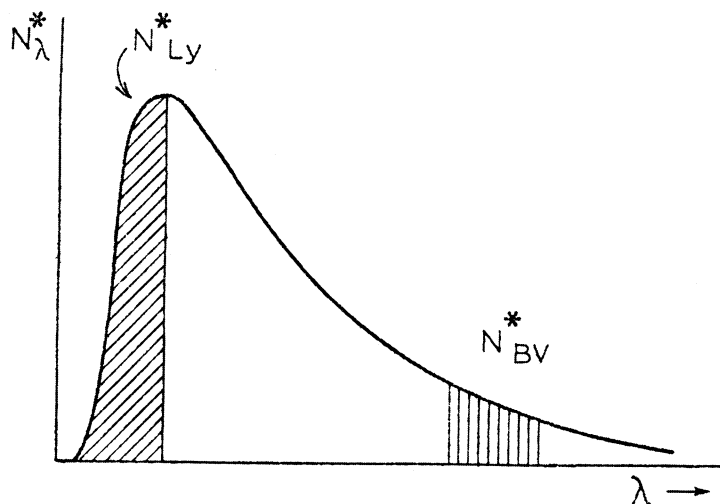


fig. 6A. Schematische voorstelling van het aantal fotonen dat de ster per eenheid van golflengte per seconde uitzendt, als functie van de golflengte.

$N_{\text{Ly}}^* = N_{\text{Ba}}$. Uit het spectrum van de ster bepaalde hij het aantal fotonen dat de ster in een bepaald golflengtegebied (bijv. $400 < \lambda < 500 \text{ nm}$) per tijdseenheid uitzendt: N_{BV}^* (BV = blauw en violet). De verhouding $N_{\text{Ly}}^* / N_{\text{BV}}^*$ gebruikte hij als maat voor de temperatuur van de ster die de nevel tot lichten brengt. Hij vond zo temperaturen van 20.000 tot 50.000 K, temperaturen die redelijk goed overeenstemmen met de tegenwoordig bekende temperaturen van O- en B-sterren (zie tabel in fig. 22). De methode doet sterk denken aan de wijze van temperatuurbepaling van sterren die wij, in § 2.6 bekeken hebben. Hier gebruikt men de nevel als instrument om de fotonen in het Lyman continuüm te "tellen"!

vraag 23

Hoe verandert de verhouding $N_{\text{Ly}}^* / N_{\text{BV}}^*$ met de effectieve temperatuur van de ster?

Om elke O- of B-ster bevindt zich een zogenaamd H^+ -gebied waarin vrijwel al het interstellaire waterstofgas door de straling van de ster in het Lyman continuüm geïoniseerd wordt gehouden. De vrij scherpe grens van het H^+ -gebied treedt daar op waar de straling in het Lyman continuüm van de ster door absorptie in het interstellaire gas uitgeput is.

vraag 24

Geef kwalitatief aan hoe de uitgebreidheid van het H^+ -gebied afhangt van:

- a de effectieve temperatuur van de ster;
- b de dichtheid van het gas in de nevel.

Alleen als het H^+ -gebied een voldoende hoge dichtheid heeft wordt het goed zichtbaar als een diffuse emissienevel.

vraag 25

Kun je verklaren waarom diffuse nevels doorgaans onregelmatig van vorm zijn (zie plaat XV)?

In de spectra van plaat VI vinden we ook lijnen van He en He^+ , die eveneens te begrijpen zijn met het mechanisme van ionisatie gevolgd door recombinatie en cascade.

Een geheel ander mechanisme is verantwoordelijk voor de straling in de zogenaamde "Nebulium"-lijnen. Deze vreemde naam ontstond in de tijd dat men deze lijnen niet met een bekend element identificeren kon. In 1927 herkende Bowen de nebuliumlijnen als "verboden" lijnen van O^{++} , aangeduid met [OIII]. "Verboden" lijnen bezitten een zeer kleine overgangswaarschijnlijkheid (zie § 3.6): slechts 10^{-6} maal die van normale lijnen. Door botsing met een elektron kan een O^{++} -ion in een aangeslagen toestand worden gebracht. Het aldus aangeslagen O^{++} -ion kan alleen naar de grondtoestand terugkeren door een botsing of door een "verboden" spontane emissie. Zo'n "verboden" spontane emissie krijgt alleen een kans als het aangeslagen ion lang genoeg niet met een ander deeltje in botsing komt. Verboden lijnen vinden wij uitsluitend in zeer ijle gassen, zoals in nevels, in de corona van de zon (§ 3.6 A2) en in de buitenste, ijle laag van de aardse dampkring bij poollicht. In laboratoria kan men verboden lijnen niet zichtbaar maken, want daarvoor is een zeer groot volume uiterst ijle gas nodig.

Enkele getalwaarden:

interstellair medium:

- . temperatuur 40 - 150 K
- . deeltjesdichtheid $10^4 - 10^7 \text{ m}^{-3}$

diffuse nevel:

- . temperatuur $10^4 - 2 \cdot 10^4 \text{ K}$
- . straal $1,5 \cdot 10^{16} - 3,0 \cdot 10^{18} \text{ m}$
- . massa 10 - $5 \cdot 10^3 \text{ m}^3$
- . deeltjesdichtheid $2 \cdot 10^7 - 2 \cdot 10^8 \text{ m}^{-3}$

ter vergelijking:

deeltjesdichtheid:

- . aardse dampkring op zeeniveau 10^{25} m^{-3}
- . corona van de zon $10^{12} - 10^{14} \text{ m}^{-3}$
- . "vacuüm" in laboratorium 10^{14} m^{-3}

B Planetaire nevels

Planetaire nevels onderscheiden zich van diffuse nevels door de compacte, rondachtige vorm (vandaar de naam) en de relatief grote helderheid. In de spectra vinden we dezelfde soort lijnen als bij de diffuse nevels, maar met wat andere lijnsterkteverhoudingen. De verklaring van het spectrum is ook dezelfde: recombinatie en cascade voor H I-, He I- en He II-spectra; botsingsaanslag voor verboden [O III]- en [N III]-lijnen. Uit de analyse van het spectrum volgt een wat hogere dichtheid: $10^9 - 10^{10}$ deeltjes per m^3 .

Een bekende planetaire nevel is de ringnevel in het sterrebeeld de Lier. Op plaat XV zien we dat planetaire nevels in het licht van verschillende golflengtegebieden wat andere vormen en afmetingen hebben.

vraag 26

Kun je verklaren dat op plaat XV de blauwe beelden (hoofdzakelijk in He II-lijnen) duidelijk kleiner zijn dan de rode beelden (in Balmer α)?

vraag 27 T

Op plaat XV zien we dat de nevel zich in de meeste golflengtegebieden "vertoont" als een ring. Wat zal de ruimtelijke vorm van deze planetaire nevel zijn?

vraag 28

Op welke manier kan de temperatuur van de centrale ster bepaald worden?

Enkele getalwaarden:

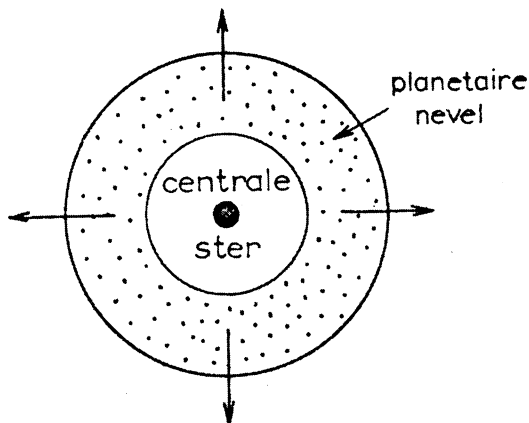
centrale ster:

- . effectieve temperatuur $3 \cdot 10^4 - 10^5 \text{ K}$
- . lichtsterkte ca $10^3 L_{\odot}$
- . massa ca. 1 m

nevel:

- . aantal waargenomen planetaire nevels 700
- . temperatuur ca. 10^4 K
- . deeltjesdichtheid $10^9 - 10^{10} \text{ m}^{-3}$
- . straal $3 \cdot 10^{15} - 9 \cdot 10^{15} \text{ m}$

Opmerking:



Uit het Doppler-effect blijkt dat de materie in de planetaire nevel naar buiten stroomt met een snelheid van 20 à 30 km/sec. Daaruit volgt dat de nevel voortdurend van binnen uit door de ster moet worden aangevuld. De ster levert dus voor de nevel zowel de materie als de energie voor het licht geven.

fig. 7A.

Uit de analyse van de beschikbare feiten leidt men af dat de kern van een planetaire nevel een oude ster is (tussen 5 en 10 miljard jaar), die oorspronkelijk een massa van 1,5 à 2 zonnemassa's heeft gehad. In een laatste krachtsinspanning blaast zij, gedurende de relatief zeer korte tijd van enkele tienduizenden jaren, gas uit waarvan wij slechts een gedeelte als planetaire nevel te zien krijgen. Na de fase met de planetaire nevel krimpt de ster en koelt zij af tot een witte dwerg (zie ook § 5.5. 4.2).

vraag 29

Waar vinden we de centrale sterren van planetaire nevels in het HRD?

Bij diffuse nevels is het verband tussen sterren en nevels anders dan bij planetaire nevels. De sterren die diffuse nevels doen oplichten zijn jonge O- en B-sterren die "slechts" een paar miljoen jaren tot enkele tientallen miljoenen jaren geleden uit de wolken in de interstellaire materie ontstaan zijn. Gedeelten van de resterende interstellaire materie lichten op door de ioniserende straling van deze pas geboren sterren.

5.3.2 A ONTAAARDE (OF GEDEGENEREEERDE) MATERIE

Hete materie gedraagt zich als een ideaal gas indien de onderlinge afstanden tussen de deeltjes aanzienlijk groter zijn dan de afmetingen van de deeltjes zelf. Aangezien de afmetingen van elektronen en naakte atoomkernen zeer klein zijn in vergelijking met volledige atomen, gedraagt de volledig geïoniseerde materie in het inwendige

van zon of sterren zich nog als ideaal gas, zelfs tot dichtheden van 10^7 kg/m^3 toe (vergelijk dit met de dichtheid van water!).

In een ideaal gas bewegen de deeltjes met uiteenlopende snelheden: ook snelheden aanzienlijk kleiner of veel groter dan de middelbare snelheid komen voor. Bij dichtheden groter dan ongeveer 10^7 kg/m^3 bewegen de atoomkernen nog wel met zeer uiteenlopende snelheden maar de snelheden van de elektronen zijn aan beperkingen onderworpen: snelheden groter dan een scherp bepaalde bovenste grens komen vrijwel niet voor. In een dergelijke toestand heet het elektronengas ontaard of gedegenererd. Deze ontaarde toestand wordt aange-
troffen in witte dwergen en in de centrale delen van een ster met massa $m < 2,5 m_{\odot}$ in het rode reuzenstadium vóór de heliumflits. De dichtheden liggen tussen 10^8 en 10^{11} kg/m^3 .

Wanneer niet alleen het elektronengas maar ook het kernengas ontaard is hebben wij te maken met neutronensterren met dichtheden in de orde van 10^{18} kg/m^3 . Om nogmaals te benadrukken hoe groot de dichtheid in een neutronenster is: de totale massa van de maan is $7 \cdot 10^{21} \text{ kg}$!

Ontaarde materie kan niet in een laboratorium worden gemaakt, deze vorm van materie is alleen in de astrofysica en in de theoretische fysica bekend. Witte dwergen zoals Sirius B (zie vraag 72) zijn al vóór 1900 ontdekt en pas in 1926 bevredigend verklaard; de ontdekking van witte dwergen heeft belangrijk bijgedragen tot het inzicht in de structuur van de materie. Neutronensterren werden als theoretische mogelijkheden in de evolutie van sterren al vermoed voordat zij als pulsars ontdekt werden in 1967.

formules, constanten

1. Formule van Planck:

$$B_{\lambda} = \frac{2 \pi h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right)} \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{m})$$

2. Verschuivingswet van Wien:

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = 2,88 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

3. Stralingswet van Stefan en Boltzmann:

$$B = \sigma T^4 \quad \text{W}/\text{m}^2$$

4. Wet van Kirchhoff voor stralende vaste stoffen en vloeistofoppervlakken:

$$E_{\lambda} = k_{\lambda} \cdot B_{\lambda} \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{m})$$

5. Definitie van de effectieve temperatuur:

$$E = \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad \text{W}/\text{m}^2$$

6. Wet van Kirchhoff voor dunne lagen stralend gas:

$$E_{\lambda} = k_{\lambda} \cdot l \cdot B_{\lambda} \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{m})$$

7. Balmerformules voor atomair waterstof:

$$\text{a) } f_{nm} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{b) } hf_{nm} = hR \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{met } n < m$$

8. Balmerformule voor waterstofachtige atomen:

$$f_{nm} = Z^2 R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad n < m$$

9. Verdelingswet van Boltzmann:

$$\frac{n_B}{n_A} = a(B,A) e^{\frac{-(E_B - E_A)}{kT}}$$

10. Ionisatiewet van Saha:

$$a) \frac{N_i N_e}{N_a} = \beta T^{3/2} e^{-\frac{E_i}{kT}} \quad b) \frac{N_i}{N_a} = \beta \frac{T^{5/2}}{p_e} e^{-\frac{E_i}{kT}}$$

11. De lichtsterkte van een ster:

$$L = 4 \pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad W \quad R = \text{straal van de ster}$$

$$12. \log \left(\frac{L}{L_\odot} \right) = 4 \log \left(\frac{T}{T_\odot} \right) + 2 \log \left(\frac{R}{R_\odot} \right)$$

13. Massabepaling van dubbelsterren:

$$m_1 + m_2 = \frac{4\pi}{f} \cdot \frac{(r_1 + r_2)^3}{T^2} \quad \text{kg}$$

$$14. \frac{dp}{dr} = -f \frac{\rho(r) m(r)}{r^2}$$

$$15. \frac{dm(r)}{dr} = 4 \pi r^2 \rho(r)$$

$$16. \frac{dL(r)}{dr} = 4 \pi r^2 \rho(r) \epsilon(r)$$

$$17. \frac{dT(r)}{dr} = -\frac{L(r)}{4\pi r^2} \cdot \frac{3k\rho(r)}{16\sigma T^3(r)} \quad \text{stralingsevenwicht}$$

$$18. \frac{dT(r)}{dr} = \left(1 - \frac{1}{f}\right) \frac{T(r)}{P(r)} \cdot \frac{dP(r)}{dr} \quad \text{convectief evenwicht}$$

$$\text{waarin } f = c_p / c_v$$

lichtsnelheid $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

gravitatieconstante $f = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ N/(kg}^2 \cdot \text{m}^2)$

constante van Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

constante van Boltzmann $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

constante van Wien $\sigma = 2,88 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$

constante uit de wet van Stefan en Boltzmann $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$

Rydbergconstante $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ Hz} ;$
 $1,09 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

Ångström $1\text{Å} = 10^{-10} \text{ m}$

jaar	$1j = 3,156 \cdot 10^7 \text{ s}$
straal van de zon	$R = 6,96 \cdot 10^5 \text{ km}$
lichtjaar	$1lj = 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km}$
afstand aarde zon (astron.eenheid)	$1AE = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$
massa van de zon	$m = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
vermogen van de zonnestraling op aarde	$\epsilon = 1,39 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$
helderheid van de zon	$L_{\odot} = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ W}$