

# Seminarium

## Numerieke Wiskunde en Computational Science

### Grootschalige lineaire algebra en model reductie

**studiepunten:** 4

**docent:** Prof. Dr. H.A. van der Vorst en Dr. G.L.G. Sleijpen

**vorm:** seminarium

**bestemd voor:** 4de jaars studenten CS en wiskunde

**inhoud:** De problemen die men in de wetenschappelijke en technische praktijk numeriek moet oplossen zijn gewoonlijk hoog dimensionaal. Om (efficiënt) rekenen mogelijk te maken projecteert men zulke problemen op laag dimensionale ruimten. Uit de laag dimensionale geprojecteerde problemen probeert men vervolgens goede numerieke benaderingen te destileren voor de oplossing van het oorspronkelijke, hoog-dimensionale, probleem. De methodes gaan iteratief te werk. In iedere iteratieslag wordt de laag dimensionale ruimte, de zogenaamde zoekruimte, uitgebreid. De fundamentele vragen zijn hoe effectief uit te breiden en hoe de beste informatie uit het geprojecteerd probleem te halen. Hierbij moet op efficiëntie en stabiliteit gelet worden.

Oplosmethoden als GMRES en Bi-CGSTAB voor lineaire problemen en Arnoldi en Jacobi-Davidson voor eigenwaarden problemen zijn van dit type. In dit seminarium zullen we dit soort problemen bekijken en we zullen ook aandacht besteden aan wat ingewikkeldere problemen die op een zelfde wijze aan te pakken zijn.

We denken hierbij aan

1) het berekenen van de responsfunctie van bijvoorbeeld elektronische circuits met honderdduizende schakelingen of van mechanische constructies. De responsfunctie beschrijft hoe het systeem reageert op een signaal of trilling van buiten. Deze functie hangt op een ingewikkelde manier af van de eigenwaarden en eigenfuncties van het systeem en het is niet efficiënt om de berekening via deze grootheden te laten verlopen.

2) Een ander voorbeeld komt uit de Quantum Chromodynamica (QCD). Dit is de fysische theorie van de sterke interactie tussen materie. In deze theorie is men onder meer geïnteresseerd in oplossingen  $x$  van lineaire systemen van de vorm  $[J + \text{sign}(A)]x = b$ , waarbij  $A$  en  $J$  bekende symmetrische indefinite matrices zijn van hoge dimensie en  $b$  een bekende vektor. Voor scalair  $\lambda$  is de sign functie gedefinieerd door  $\text{sign}(\lambda) = 1$  als  $\lambda > 0$  en  $\text{sign}(\lambda) = -1$  als  $\lambda < 0$ . De sign-functie hangt op een ingewikkelde manier af van het eigensysteem van de matrix  $A$ .

**literatuur:** literatuurlijst wordt tijdens het seminarium uitgedeeld. Zie ook <http://www.math.uu.nl/people/sleijpen/Opgaven/Seminaria/2003>

Dr. G. Sleijpen (sleijpen@math.uu.nl)  
Prof.dr. H. van der Vorst (vorst@math.uu.nl)