

## Ten Geleide

Een groot probleem van het vakgebied geschiedenis van de wetenschap is dat de betrokken historici meestal niets begrijpen van wetenschap terwijl wetenschappers die zich hier aan wagen meestal weinig weten van de historische verbanden. Wetenschap ontstaat uit gissingen en vermoedens die voor een groot deel onjuist zijn, stappen vooruit en weer terug, tenslotte een consensus onder wetenschappers dat men op het rechte pad is om dan na vele jaren alles weer overhoop te gooien ten behoeve van een theorie van hoger niveau. Het is een fascinerend proces. Historici kunnen deze wisselingen van vermoedens en inzichten helemaal niet volgen en missen dan ook bijna altijd de essentie van de ontwikkeling van de wetenschap. Hierbij is de wiskunde weer een apart verhaal omdat die bijna altijd in technische geheimtaal geschreven wordt. De kunst is om bij het schrijven over wiskundigen en wiskunde de groei van ideeën en concepten te laten zien. Er is nog een complicatie. Zoals in het werk van vele wetenschappers te zien is, zijn tot in de eerste helft van de negentiende eeuw natuurwetenschap en wiskunde geen gescheiden gebieden. In de periode daarna wordt de stijl van schrijven over wiskunde en wiskundigen anders van aard.

Er zijn natuurlijk ook biografieën die recht doen aan de wetenschap en de onderzoeker die beschreven wordt. Een voorbeeld van een zeer geslaagde wetenschappelijk biografie is die van L.E.J. Brouwer door D. van Dalen (uitgever Bert Bakker, 2001). Ook zijn er in Utrecht en Groningen prachtige proefschriften verschenen over onderwerpen uit de geschiedenis van de wetenschap. Maar helaas komen we elders bij de beschrijving van grote wetenschappers als Isaac Newton of Albert Einstein vaak onzin en gemiste kansen tegen.

Naast de wetenschappelijke biografie zijn er ook andere manieren om het leven en het werk van een bekende wetenschapper te beschrijven, bijvoorbeeld door de biografische roman. Deze vereist zowel kennis van het vakgebied als schrijftalent. Cees Andriessse heeft dit met veel succes gedaan in een geromantiseerde biografie van Christiaan Huygens (Titan kan niet slapen, uitgeverij Contact, 1993). Zijn vakkennis van de fysica, hij was tot zijn emeritaat hoogleraar Energiefysica in Utrecht, gecombineerd met zijn ervaring in het schrijven van een aantal romans leverde een origineel en boeiend boek. In het boek dat voor u ligt beschrijft Andriessse het leven, de loopbaan en de ideeën van een ander groot wetenschapper, de mathematische fysicus Laplace.

Als gedachtensteun en achtergrond bij het lezen van dit boek volgt in deze inleiding een korte, zakelijke beschrijving van leven en werk van Laplace.

## Jeugd, invloeden en ontwikkeling

Wie zou hebben kunnen raden dat Pierre Simon, zoon van Pierre de Laplace en Marie Anne Sochon, geboren 23 maart 1749, een van de topwetenschappers van Frankrijk en een van de grootste mathematische fysici uit de Europese geschiedenis zou worden. Zijn ouders hoorden tot de gegoede middenstand van Beaumont in het landelijk Normandië. Vader Laplace dreef een taveerne, was vele jaren burgemeester en hield zich ook bezig met de productie en verkoop van cider. Hij was sociaal en zakelijk een gevestigd man in Normandië met veel goede relaties. Het bestaan van een loopbaan als die van Pierre Simon zegt ook iets over het Frankrijk van de achttiende eeuw, de tijd van de Verlichting. Pas in die tijd konden in enkele Europese landen een aanzienlijk aantal mensen van de wetenschap hun beroep maken. Voor die tijd gebeurde het ook wel, maar slechts in enkele gevallen en vaak gesteund door een achtergrond van bezit van geld en goed in de familie.

Het begon voor de jonge Laplace met een school in de buurt van Beaumont die werd gedreven door de Benedictijnen, een kloosterorde die zich bezig hield en houdt met contemplatie, studie en onderwijs. De leeftijd waarop leerlingen werden toegelaten lag rond de zes á zeven jaar, het onderwijs behelsde naast elementair rekenen en taal ook latijn en klassieken als Cicero en Vergilius. De school gaf niet speciaal toegang tot een beroepsopleiding zoals voor militair of priester, maar kennelijk viel Laplace op door inzicht en ijver want na deze school werd hij door verwezen voor een religieuze opleiding aan de universiteit van Caen.

Er zijn niet veel details bekend over zijn tijd in Caen. Laplace begon met zijn studies theologie en filosofie in 1766, zeventien jaar oud; er is een bewijs van een behaalde graad in 1768 en

een met succes gevolgd filosofie cursus in 1769. Het doceren van filosofie kon in die tijd ook samengaan met het doceren van medicijnen of natuurwetenschappen. Het is waarschijnlijk dat in Caen docenten als Christophe Gabled en zijn leerling Pierre le Canu die hun filosofie lessen combineerden met het doceren van moderne wetenschap, Laplace duidelijk maakten waar zijn ware talent lag. Zijn afsluitende examen in 1769 betrof niet de traditionele theologie en filosofie onderwerpen maar was meer algemeen wetenschappelijk; een conformistische religieuze carrière had voor Laplace wellicht afgedaan maar het priesterschap was nog steeds een optie.

Toch was de volgende stap het begin van een geheel nieuwe ontwikkeling. Le Canu had in Parijs gestudeerd bij de belangrijke en gezaghebbende wetenschapper d'Alembert. Hij schreef een brief met de aanbeveling dat Pierre Simon Laplace een veelbelovende student was en vroeg d'Alembert om hem onder zijn hoede te nemen. Laplace gaf deze aanbeveling af bij d'Alembert thuis, maar of dat veel indruk maakte weten we niet. Volgens Roger Hahn [2] maakte het beslist indruk dat Laplace daarbij een klein artikel inleverde dat een moeilijke kwestie behandelde over de traagheidswetten in de mechanica. Hij kreeg toegang tot d'Alembert en daardoor tevens tot de gehele kring van belangrijke wetenschappers die zich in Parijs rond d'Alembert verzameld hadden. Er was een ander belangrijk gevolg. De *École Militaire*, een tamelijk exclusieve opleiding tot officier, ging uitbreiden waarbij d'Alembert als adviseur namen van toekomstige docenten mocht noemen. Laplace kreeg al meteen in 1769 een docentschap met een goed salaris, logies en maaltijden in de *École* en als taak het geven van wiskunde met de verplichting clericale kleding te dragen. Dat laatste werd belangrijk geacht voor de zedelijke opvoeding van de aanstaande officieren. Laplace maakte kennis met de docenten Camus, Bossut en Bézout die bevriend waren met d'Alembert en al lid van de *Académie des Sciences*.

Het werd Laplace snel duidelijk dat lid zijn van de *Académie* aanzien en invloed betekende in de academische wereld, hij ging al snel pogingen doen om dat lidmaatschap te bemachtigen. Hij was ongebruikelijk jong voor dit lidmaatschap maar leverde zoveel belangrijke artikelen in, vooral op het gebied van de analyse, calculus zouden we nu zeggen, dat hij in 1773 benoemd werd. Hoewel Laplace zich breed wetenschappelijk ontwikkelde vanaf zijn aankomst in Parijs is hier waarschijnlijk toch een zekere grondslag voor gelegd in Caen. De algemeen filosofische en metafysische problemen die in de colleges daar behandeld werden zetten Laplace aan het denken en, zoals we zullen zien, bleven deze hem bezig houden. Ondanks zijn vele technische detailberekeningen bleef hij zijn hele leven een algemene "filosoof van de natuurwetenschappen".

Laplace was een echte Normandiër, een voorzichtig mens. Dat heeft hem waarschijnlijk gered tijdens de terreur van de Franse Revolutie. Hij bleef zijn plicht doen in allerlei posities, bijvoorbeeld veld- en schietbeoordeling voor de artillerie, maar hij was niet geïnteresseerd in hoge bestuursposities. Anderen, zoals de eminente Condorcet en Lavoisier verloren het leven door mishandeling of onthoofding; er werden meer dan 40 000 mensen onthoofd tijdens de Franse Revolutie. Na de Revolutie werd Laplace door Napoleon tot minister benoemd, maar dat duurde niet lang. Wel behield hij adviesfuncties en werd na herstel van de monarchie in de adelstand verheven. Het enige constante in de loopbaan van Laplace tijdens alle maatschappelijke veranderingen was zijn gedrevenheid om wetenschap te beoefenen.

Er zijn veel wiskundige begrippen verbonden met de naam van Laplace. Zonder recht te kunnen doen aan alle wetenschappelijke resultaten van Laplace geven we een samenvatting van zijn belangrijkste activiteiten. Deze opsomming is mede gebaseerd op de biografie van Laplace door Roger Hahn [2], er is ook gebruik gemaakt van het materiaal in de biografie [1]. De biografieën [1] en [2] bevatten uitvoerige bibliografieën waarin vele publikaties worden vermeld. Daarnaast verwijzen we naar de verzamelde werken *Oeuvres de Laplace*, 7 delen (1843-1847), *Oeuvres complètes de Laplace*, 14 delen (1878-1912) en enkele belangrijke publikaties.

Niet alle werken van Laplace zijn onder te brengen bij de vier hoofdthema's die we gaan bespreken. Opmerkelijk is wel dat elk van die thema's vanaf het begin van zijn carrière zijn aandacht heeft.

## Differentiaalvergelijkingen

Het vroege werk bevat de analyse van inhomogene gewone differentiaalvergelijkingen met variabele coëfficiënten. Indien de oplossingen van het homogene probleem bekend zijn kan door variatie van constanten het inhomogene probleem worden opgelost, zie ook [3]. Ook kan indien een deel van de homogene onafhankelijk oplossingen bekend is door iteratie meer oplossingen worden gevonden. Laplace spreekt van “recurro-recurrente” problemen en noemt bijvoorbeeld toepassing op trillingsverschijnselen. Opmerkelijk is dat Laplace daarbij aandacht besteedde aan “singuliere” oplossingen (zo werden ze onder anderen door Euler genoemd), dat zijn oplossingen die een afwijkend karakter hebben. In de moderne theorie van dynamische systemen moet men bij singuliere oplossingen denken aan integraal varieteiten.

Een interessante uitbreiding die nog steeds weinig algemeen bekend is wordt gevormd door de toepassing door Laplace van deze ideeën op 2e orde lineaire partiële differentiaalvergelijkingen. Ook daar kan door variatie van constanten oplossing van inhomogene problemen worden verkregen. Zulke vergelijkingen treden veelvuldig op in de mathematische fysica, bijvoorbeeld bij het beschrijven van warmtestroming. De 2e orde operator  $\Delta$  voor de variabelen  $x_1, x_2, \dots, x_n$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}$$

is naar Laplace genoemd.

We noemen nog de Laplace transformatie, een integraaltransformatie die veel betekend heeft bij het oplossen van vergelijkingen in de electriciteitsleer. In de moderne wiskunde wordt deze transformatie nog maar weinig gebruikt.

## Hemelmechanica

Tot ongeveer 1900 vormde de hemelmechanica een centraal deel van de mathematische fysica. De beschrijving van de bewegingen van puntmassa's onder exclusieve invloed van de zwaartekracht vormde als model voor de beweging van planeten in het zonnestelsel een enorme uitdaging. De wetten van Newton leiden in dit geval tot moeilijke nietlineaire, gewone differentiaalvergelijkingen, hun oplossing is sinds de tijd van Laplace nog maar weinig gevorderd. Het werk van Laplace aan deze problemen, samengevat in [4], was tot ver in de negentiende eeuw toonaangevend.

Het eenvoudigste model is het gravitationele tweelichamen probleem dat wel kan worden opgelost. Het model is echter misleidend in de zin dat er veel regelmaat in het model zit die niet blijft bestaan als we bijvoorbeeld een klein, derde lichaam toevoegen. In het tweelichamen probleem vindt de beweging in een plat vlak plaats in de driedimensionale ruimte terwijl de beweging van de planeten, hoewel dichtbij het vlak van de ecliptica, driedimensionaal is. Voor de beweging van de Maan geldt dit in nog sterkere mate. De oplossingen van het tweelichamen probleem in de vorm van ellipsbanen om de Zon zijn voor de planeten wel bruikbaar als een redelijke eerste benadering.

Het probleem van de beweging van de grote planeten Jupiter en Saturnus om de Zon was interessant omdat met de meetnauwkeurigheid van de achttiende eeuw al werd vastgesteld dat er duidelijk afwijkingen bestonden van het tweelichamen probleem Zon-Jupiter en Zon-Saturnus. Jupiter verplaatst zich iets sneller dan voorspeld, Saturnus gaat iets langzamer. Daarbij komt dat afwijkingen van het stabiele tweelichamen probleem ook kunnen wijzen op instabiliteit van het zonnestelsel. Een aantal wetenschappers probeerden door storingsrekening de interactie van Zon, Jupiter en Saturnus te bepalen met als verontrustend resultaat het optreden van seculiere termen, denk aan termen in een reeksontwikkeling van de vorm  $t \sin t$ . Het was uiteindelijk Laplace die aantoonde in [4] dat als je de reeks van storingstermen maar ver genoeg voortzette, de seculiere termen verdwenen en opgenomen werden in periodieke functies. Daarmee was de stabiliteit van het zonnestelsel gered, dacht men. Pas veel later in de negentiende eeuw stelde men de vraag naar de convergentie van de storingsreeksen en later werd door Henri Poincaré aangetoond dat in het algemeen de reeksen niet convergeren. Die stabiliteit is nog steeds een open probleem.

Laplace onderzocht nog veel meer problemen uit de hemelmechanica, zoals de beweging van

kometen, de Maan en het optreden van getijden.

## Natuurkunde algemeen

De werking van gravitatiekrachten voor puntmassa's kan uitgebreid worden naar massa's met positief volume. Newton had al nagegaan dat een homogene vloeistofmassa in zelf-gravitatie bolvormig kon zijn, maar door rotatie een afplatting bij de polen zou vertonen. Laplace ging ervan uit dat de gravitatiepotentiaal en kracht van een bol of ellipsoïde het resultaat zou zijn van de som van de gravitatie invloeden van de samenstellende delen. Bij het opstellen van de bijbehorende vergelijkingen was weer de Laplace operator nodig. Proeven met slingers langs een meridiaan van de Aarde suggereerden dat de afplatting sterker was dan door Newton berekend. Dat was wel te begrijpen omdat de Aarde niet is samengesteld uit een homogene vloeistof. Laplace deed ook dergelijke berekeningen om de invloed van het gravitatieveld van Saturnus voor zijn ringen vast te stellen.

Laplace werd door Lavoisier betrokken bij het doen van chemische experimenten en de bijbehorende verslaggeving. Het zette hem aan het denken over verbranding, warmtestroming en ook over elektrische verschijnselen. Deze activiteiten lijken weinig theorievorming te hebben opgeleverd, althans in zijn publikaties, maar deze problemen hebben zeker een rol gespeeld in discussies met jongere wetenschappers als Fourier en Poisson.

## Waarschijnlijkheidsrekening en Statistiek

Het gebruik van waarnemingen uit de hemelmechanica, vooral de posities van de planeten en de Maan als functie van de tijd, zette Laplace aan het denken over het hanteren en beoordelen van waarnemingsfouten. Hoe zijn bij meer waarnemingen de fouten verdeeld, wat is de juiste manier om een gemiddelde van de waarnemingen te nemen? Verschillende waarnemingen van één verschijnsel levert al een aantal antwoorden op die verschillend zijn, maar bij waarnemingen van posities van een planeet op verschillende tijdstippen is het probleem ingewikkelder. Bij de veronderstelling van een ellipsbaan moeten dan de parameters van de baan geschikt gekozen worden. Maar wat is geschikt? Dit probleem doet zich ook voor bij de analyse van kometen die in zeer excentrische banen terugkeertijden van eeuwen kunnen hebben.

De inleiding op de waarschijnlijkheidsrekening van Laplace [5] beslaat 149 bladzijden en bevat geen formules, het is een verbale, bijna filosofische tekst. De tekst heeft veel bekendheid gekregen en is ook apart uitgegeven als [6]. Omdat we de kleine en grote krachten en ook de omstandigheden onvoldoende kennen, spreken we volgens Laplace van toeval. Indien we 'alles' wisten was daar geen sprake van. Op blz.VI-VII de uitspraak:

Als een intelligent brein op een gegeven ogenblik alle krachten zou kennen die de natuur doen leven en de onderlinge posities van de dingen waaruit deze bestaat, en als zo'n intelligent brein groot genoeg zou zijn om deze gegevens aan een analyse te onderwerpen, dan zou dit brein de beweging van de grootste lichamen en van de kleinste atomen in het heelal in één enkele formule kunnen samenvatten: voor zo'n brein zou niets onzeker zijn, en hem zouden zowel de toekomst als het verleden voor ogen staan.

Het citaat is vaak gebruikt om aan te tonen dat Laplace een 'gedetermineerd wereldbeeld' had, maar dat doet geen recht aan zijn visie op de werkelijkheid: een dergelijk intelligent brein bestaat niet, de noodzakelijke analyse al helemaal niet en in een God die alles overziet geloofde Laplace ook niet. De uitspraak vertegenwoordigt uitsluitend het optimisme van de wetenschap waarin voor metafysica, mystiek en 'ingrepen van boven af' geen enkele plaats is. Het begrip waarschijnlijkheid wordt geïllustreerd aan de hand van voorbeelden zoals het werpen van een dobbelsteen, het te voorschijn halen van witte en zwarte ballen uit een vaas die daarmee gevuld is en bekende kansspelen. De wiskundige analyse wordt in de inleiding tamelijk gedetailleerd beschreven zonder formules, het zal alleen de kenners van het vakgebied iets zeggen. Wel algemeen toegankelijk zijn de historische opmerkingen, veel bekende namen passeren de revue, en de uitgebreide bespreking van fysische en maatschappelijke toepassingen. Het is heel begrijpelijk dat het essay [6] veel belangstelling kreeg en ook invloed had.

In het vervolg wordt de wiskundige analyse ingeleid met het begrip genererende functie in één en meer variabelen. Het is een ander begrip dan we kennen uit de dynamica, het betreft functies  $y(x, t)$  die geïdentificeerd kunnen worden met oneindig voortlopende reeksen van de vorm

$$y_0(x) + ty_1(x) + t^2y_1(x) + \dots + t^ny_n(x) + \dots$$

De inspiratie vanuit de hemelmechanica met seculiere termen die in hogere orde periodiek blijken te zijn ligt voor de hand. Opmerkelijk is het voortdurend gebruik van differentievergelijkingen met vele voorbeelden, onder anderen de trillende snaar. De oplossingen van deze vergelijkingen worden geschat door middel van integralen en reeksen waarbij ontwikkeling naar grote getallen een rol speelt. De berekeningen die volgen betreffen een zeer gevarieerd aantal toepassingen, behalve kansspelen, fysische problemen, demografische en geodetische. De wiskundige helderheid van de geschriften van Laplace in samenhang met de vele aansprekende toepassingen maken duidelijk waarom zijn invloed in zijn tijd en ook daarna zeer groot is geweest.

Ferdinand Verhulst

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht.

## Referenties

- [1] Charles Coulston Gillispie, *Pierre-Simon Laplace, 1749-1827, a life in exact science*, Princeton University Press (1997).
- [2] Roger Hahn, *Pierre-Simon Laplace, 1749-1827, a determined scientist*, Harvard University Press (2005).
- [3] P-S. Laplace, *Oeuvres complètes de Laplace*, 14 delen, Gauthier-Villars, Parijs, (1878-1912).
- [4] P-S. Laplace, *Traité de mécanique céleste*, 4 delen (1799-1805), nieuwe uitgave 4 delen (1829-1839).
- [5] P-S. Laplace, *Théorie analytique des probabilités*, (1812), latere edities 1814, 1820 en supplementen. Deel 7 van [3] bevat in twee delen de derde editie (1820) inclusief [6].
- [6] P-S. Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités*, eerst verschenen als inleiding op [5], daarna apart verschenen en veelvuldig becommentarieerd.