



Geschiedenis van de Wiskunde Griekse Wiskunde

Lotte Gritter, Lieske van den Hoek en Jana Pitzalis

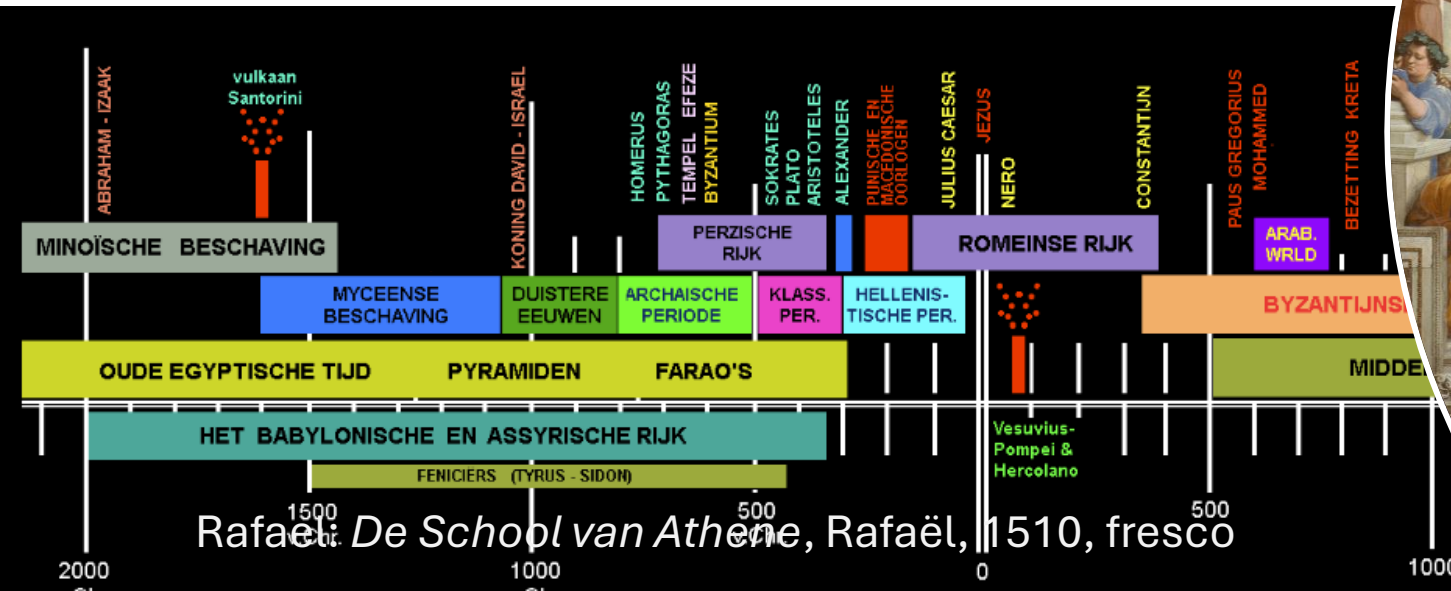
11-02-2025



Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco

Oude Griekenland: een overzicht

- 800-150 v Chr.
- Archaïsche periode: 800-500: ontstaan polis, kolonisatie
- Klassieke periode: 500-323
- Hellenistische periode: 323-150



Rafael: De Schol van Athene, Rafaël, 1510, fresco



Klassieke periode

- Begin: Perzische oorlogen
- Hoogtepunt cultuur kunst & politiek (Perikles)
- Verschillende kleine staten, veel oorlog
- Verbond door dreiging Perzen -> cultuurbloei
- Peloponnesische oorlog (Sparta & Athene)
- Alexander de Grote



Rafaël: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco



- 



Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco

Bevolking

- Polis: burgers & slaven
- Tijd & geld voor onderzoek
- Macht: veel kleine poleis
- Soms 1 leider/verbond
- Bloeiperiodes



Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco

Stadstaten

- Invloeden geografie Griekse rijk
- Inspraak lokale bevolking
- Leren redeneren
- Verschuiving binnen de samenleving
- Veel handel
- Wereld is “kenbaar”

Rafaël: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco



Thales (624-547 v Chr.)

- Eerste Griekse filosoof
- Meetkundige “stellingen”
- Beginselen Griekse wetenschap



Rafaël: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco

Pythagoras (572-497 v Chr.)

- Filosofische sekte
- Materiaal vergaan
- Geheimhoudingsplicht
- Eenheid (en beweging)
- Plaatjes bewijzen met kiezelstenen
- Natuurlijke getallen
- Pre-Eucliden



(detail uit) Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco

Wat waren hun problemen? (rond 500-300 v Chr.)

- Oppervlakten transformeren: cirkel naar vierkant
- Verdubbelen van een kubus
- Driedeling van hoeken
- Zeno's paradoxen
- Incommensurabelen en irrationale getallen

Punten, lijnen, cirkels en vlakken:
Kegels en kegelsneden



Plato (429-347 v Chr.)

- Plato's Academie
- “Let no one unskilled in geometry enter here”
- Ideeënwereld
- Zo dicht mogelijk bij “de waarheid” komen
- Wiskunde middel hiertoe
- Onder hem vele ontdekkingen gedaan (Eudoxus)

(detail uit) Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco



Aristoteleles (384-322 v Chr.)

- Syllogistische argumenten
- Beginnen met waarheden die zijn geaccepteerd zonder redenering
- Postulaten en axioma's
- Begin van de bewijzen van nu



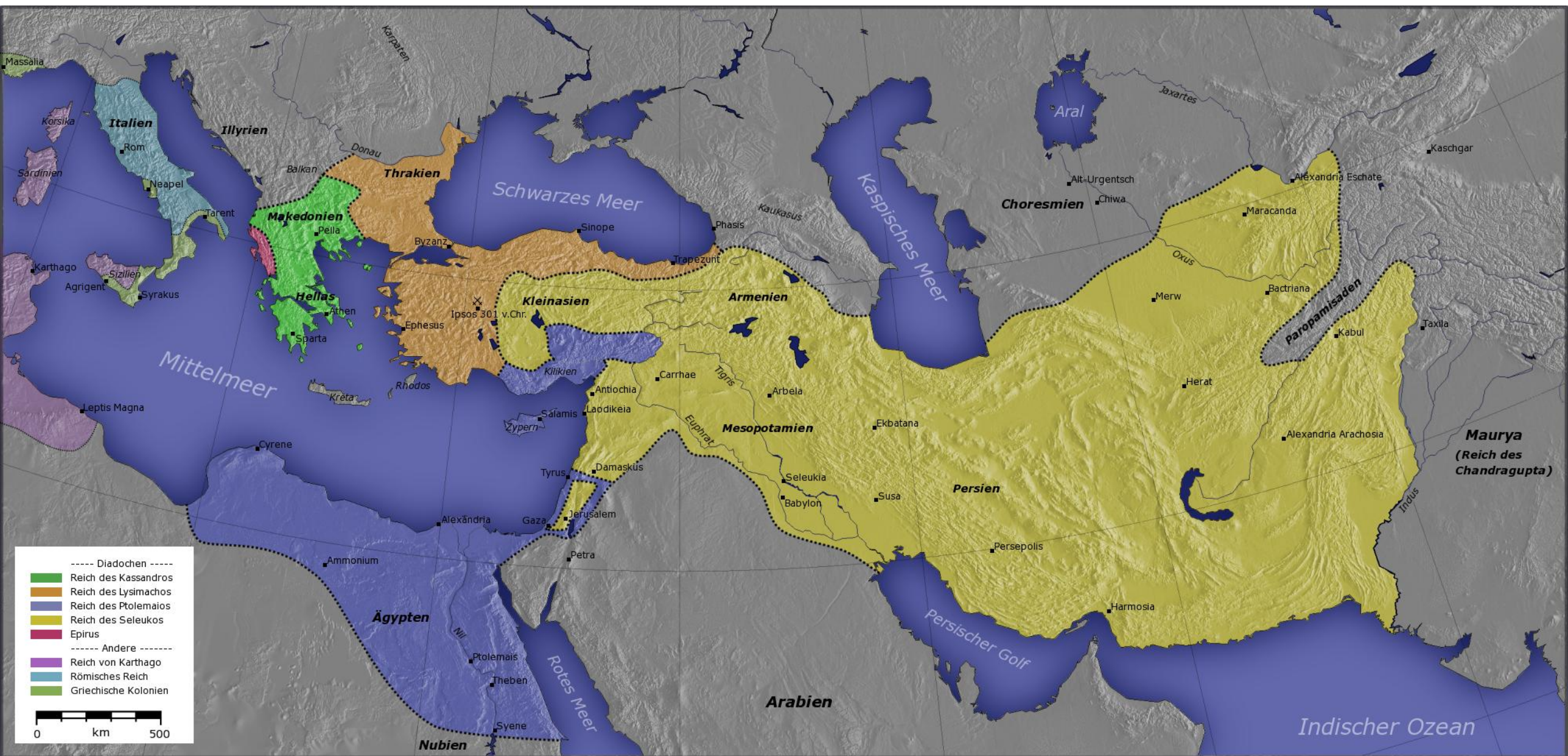
(detail uit) Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco

Euclides: “vader van de meetkunde”

- Euclides van Alexandrië (circa 300 v. Chr.)
- De *Elementen* (Στοιχεῖα), meetkunde
- De *Data*
- Weinig bekend, Proclus (4e eeuw na Chr.) heeft over hem geschreven



(detail uit) Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco



The Macedonian Empire, 336-323 B.C. AND Kingdoms of the Diadochi in 301 BC and 200 BC. Historical Atlas by William R. Shepherd, 1911. Courtesy of the University of Texas Libraries, The University of Texas at Austin.

Euclides: Opbouw van de *Elementen*

- **Definities:** woorden als punt, lijn, vlak en diameter worden gedefinieerd.
- Axioma's/**postulaten:** vijf eisen waarmee Euclides de proposities bewijst.
- **Algemene inzichten:** o.a. dingen die gelijk zijn aan hetzelfde zijn gelijk aan elkaar, en het geheel is groter dan het deel
- **Proposities:** veel dingen die we nog steeds herkennen, zoals het bewijzen van congruentie van driehoeken, stellingen over ingeschreven cirkels, stellingen over oppervlaktes

(detail uit) Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco



Postulaten 1-4 (eisen)

P1. Je kunt van elk punt naar elk punt een lijn trekken.

P2. Je kunt een begrensde lijn verlengen tot een rechte lijn.

P3. Je kunt een cirkel met een bepaald middelpunt en een bepaalde straal tekenen.

P4. Alle rechte hoeken zijn gelijk aan elkaar.

Gebaseerd op de vertaling van dr. E. .J. Dijksterhuis uit 1929

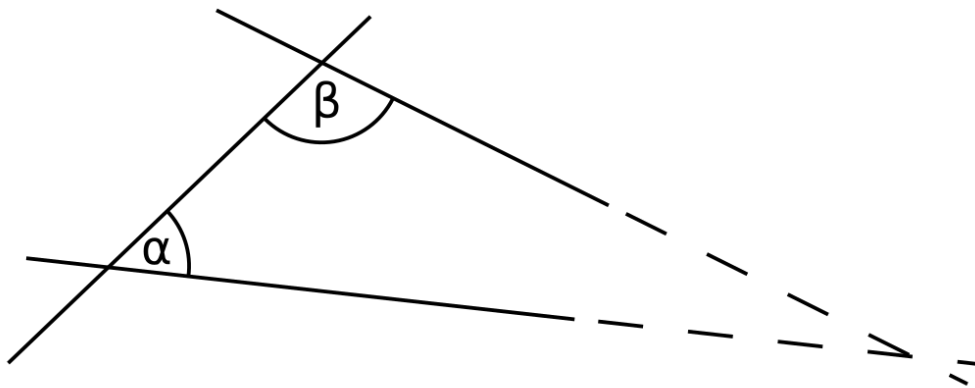
(detail uit) Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco



Parallellenpostulaat

P5. Als tussen twee rechten een rechte valt, die de twee binnenhoeken aan dezelfde kant **minder dan twee rechte hoeken** maakt, dan treffen de twee rechten, wanneer ze worden verlengd, elkaar aan de kant waar de hoeken minder dan twee rechten zijn.

- Meeste postulaten worden bewezen zonder P5
- Er bestaan alternatieven, zoals Playfairs axioma
- Meetkunde zonder P5: niet-euclidische meetkunde



(detail uit) Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco



Proposities

- Boeken 1-4: Vlakke meetkunde
- Boeken 5-6: Verhoudingen:
 - Eigenschappen van verhoudingen (Eudoxus)
 - Getallenleer: o.a. priemgetallen
 - Irrationalen (Theaetetus)
- Boeken 11-13: Ruimte meetkunde
 - O.a. regelmatige ruimtelijke figuren (Plato)

(detail uit) Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco



Euclides

- Algebra wordt niet behandeld, maar wel meetkundige versies ervan
- Systematische bundel van alle wiskunde van die tijd
- Axiomatisch werken



(detail uit) Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco

Archimedes

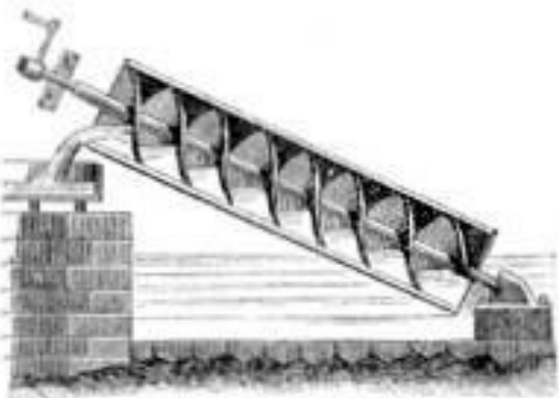
- 287 v Chr; hellenistische periode
- Zoon van astronoom, bekende van Hiëro II (Plutarchus)
- Reis naar Alexandrië: bij een leerling van Euclides
- Terug naar Syracuse
- Overlijden: Syracuse ingenomen door Romeinen



(detail uit) Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco

Waar staat Archimedes bekend om?

- Zijn tijd: natuurkundige uitvindingen
- Waterschroef
- Syracuse: belegeringsmachines
- Eureka (εὕρηκα)
- Waargebeurd?



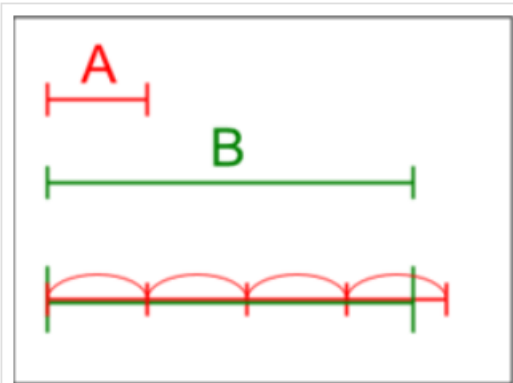
(detail uit) Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco



Archimedes: wiskundig

- Axioma van Archimedes
- Uitputtingsmethode: voorloper integraalrekening (Eudoxus)
 - Veelhoek in cirkel
 - Pi afgeschat op $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$

$$\forall x < y \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} : nx \geq y$$



Axioma 3.8 (archimedische eigenschap) Voor ieder reëel getal $x \in \mathbb{R}$ bestaat een natuurlijk getal $n \in \mathbb{N}$ zo dat $x < n$.

(detail uit) Rafael: *De School van Athene*, Rafaël, 1510, fresco





Geschiedenis van de Wiskunde Griekse Wiskunde

Lotte Gritter, Lieske van den Hoek en Jana Pitzalis

11-02-2025