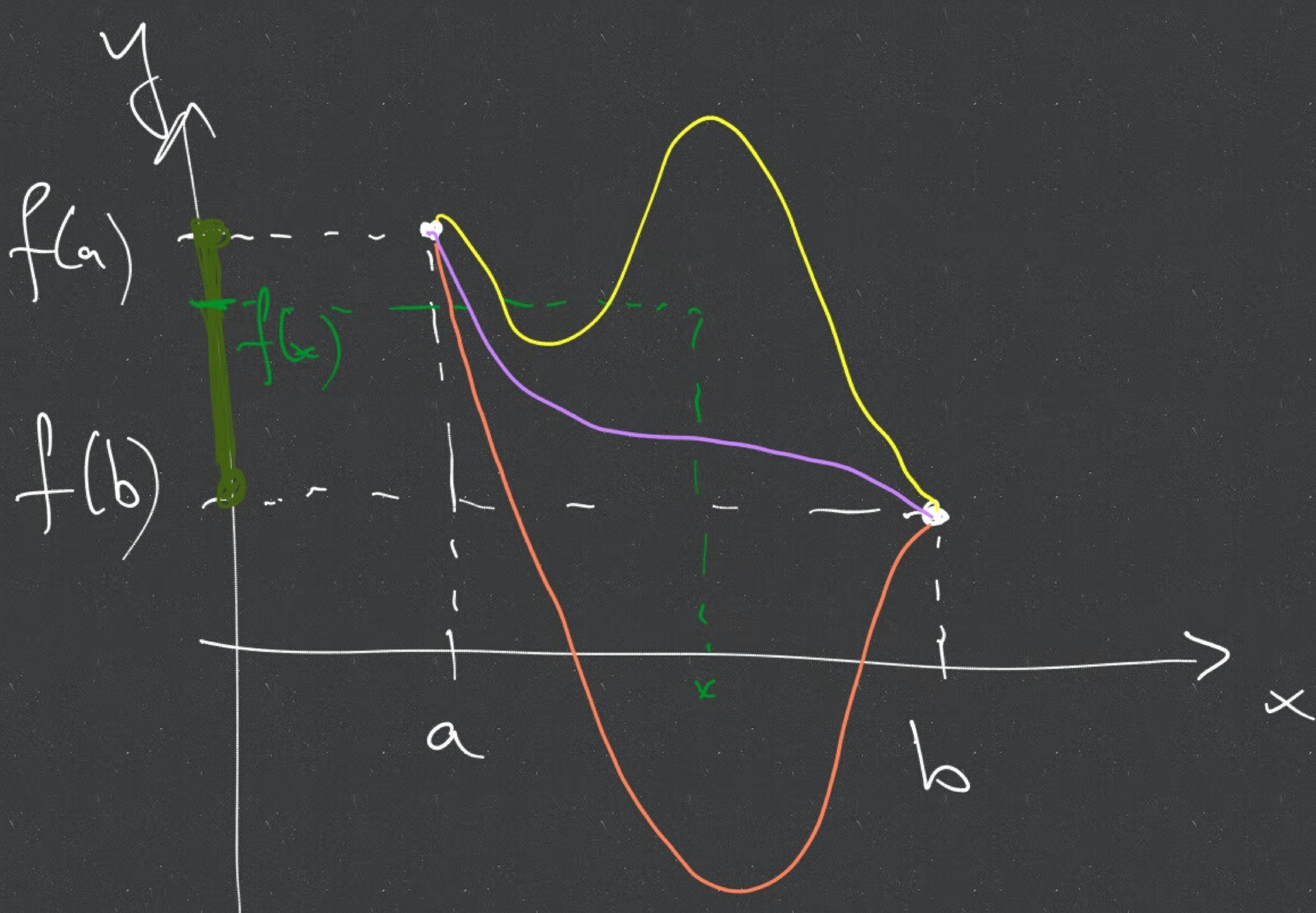
Tussenwaardestelling: Intermediate Value Thm.

$n = 83$
$- = 19$
$0 = 30$
$+ = 34$

Als f continu is op gesloten interval $[a, b]$ dan neemt $f(x)$ alle waarden aan tussen $f(a)$ en $f(b)$



Gebruik:

Stel f is continu op $[-3, 2]$ en $f(-3) = 7$ en $f(2) = -7$ dan heeft $f(x)$ minstens 1 nulpunt tussen -3 en 2.

Onbepaalde vormen (Indeterminate)

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{0}{0},\ \frac{\infty}{\infty},\ 0\cdot\infty,\ \infty-\infty,\ \text{etc}\right]$$

Je weet niet a priori wat eruit komt

<u>Strategie</u>: 1. probeer van het probleem af te komen door algebra.
(Vb: zie begin van gister)

2. insluitstelling gebruiken:
zoek fies $h(x)$ en $k(x)$
zo dat $h(x) \leq \frac{f(x)}{g(x)} \leq k(x)$

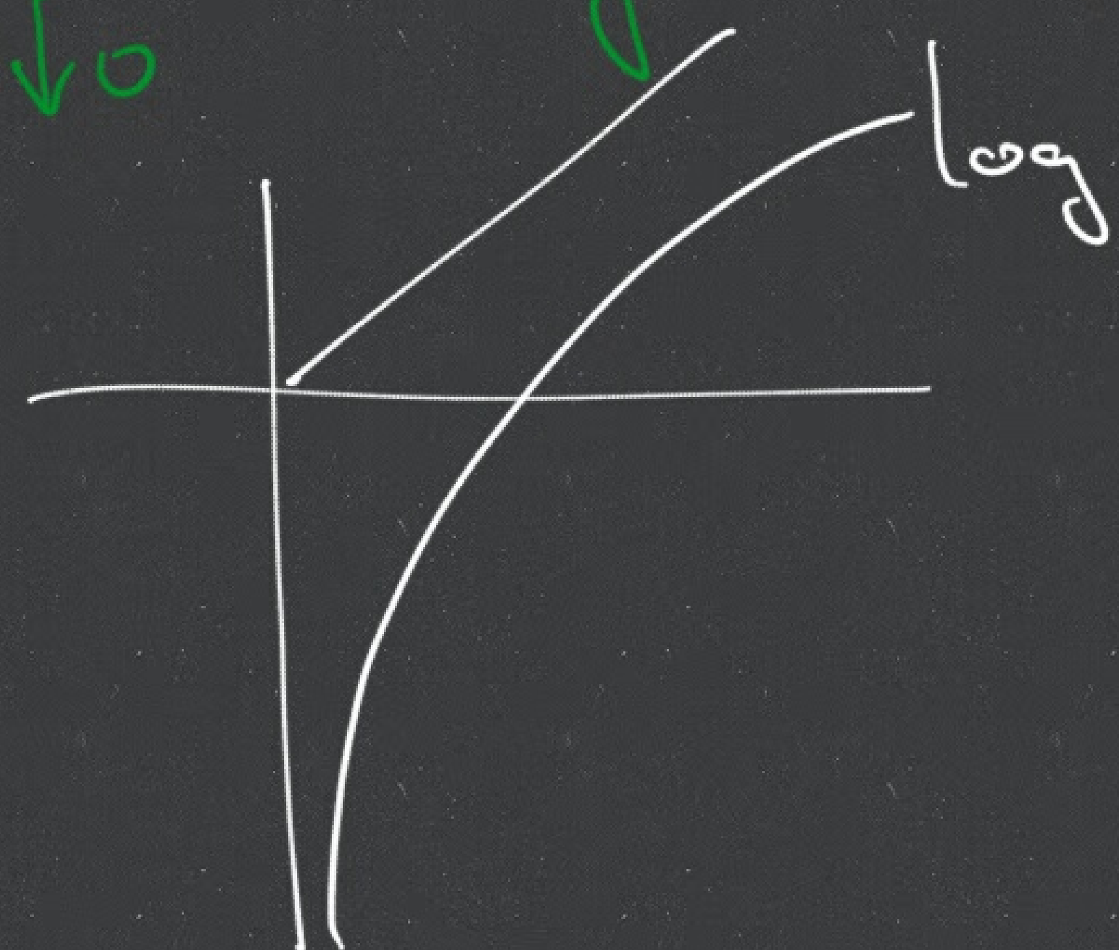
en $\lim_{x\to a} h(x) = \lim_{x\to a} k(x)$

3. Tayloren en/of l'Hôpital

Vb: $\lim_{x \downarrow 0} x^x$ $[0^0]$ schrijf $x^x = e^{x \log x}$

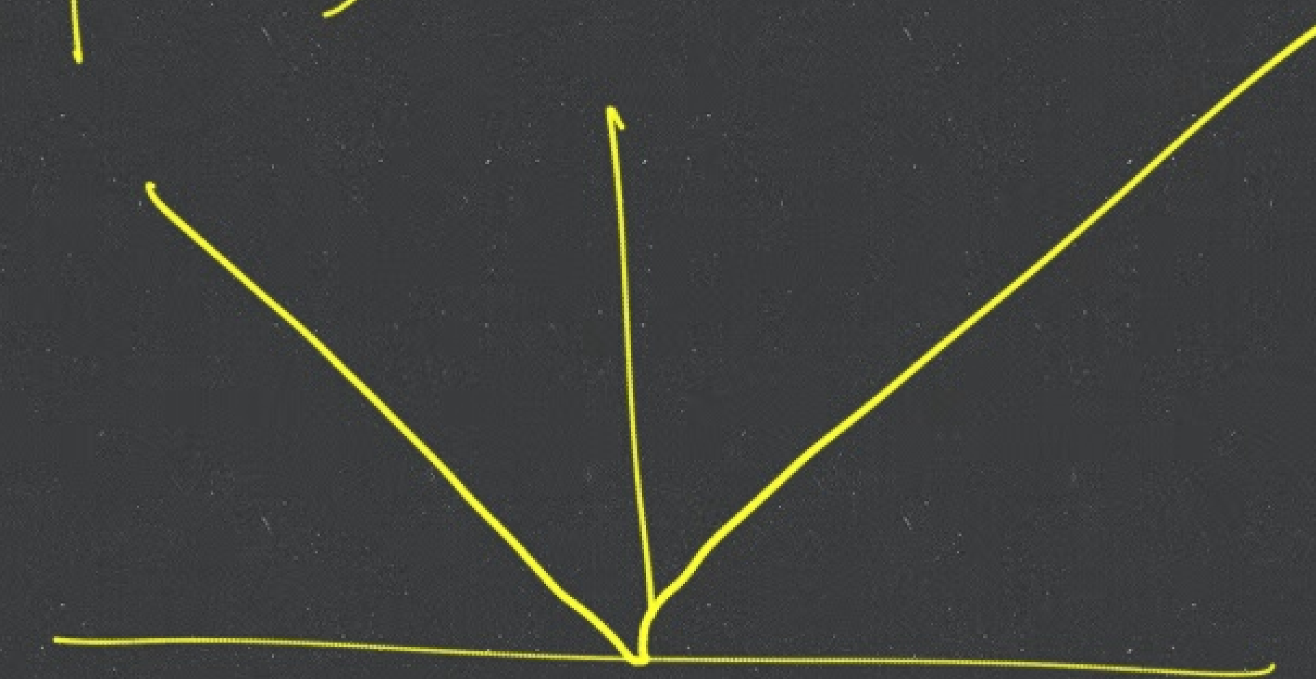
Dit mag niet: $\lim_{x \downarrow 0} x^x = \lim_{x \downarrow 0} e^{x \log x} = e^{\lim_{x \downarrow 0} x \log x}$ foei!

Wel: $\lim_{x \downarrow 0} x \log x = 0$ [St. in hst 3 ...] (3.5?) Standaardlim



En dus $\lim_{x \downarrow 0} x^x = \lim_{x \downarrow 0} e^{x \log x} = e^0 = 1$

$f(x) = |x|$ in $x = 0$. $\qquad f(0) = 0$



Cont: $\lim_{x \to 0} f(x) = f(0)$

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x \downarrow 0} f(x) = \lim_{x \downarrow 0} x = 0 \\ \lim_{x \uparrow 0} f(x) = \lim_{x \uparrow 0} -x = 0 \end{array}\right\} \lim_{x \to 0} f(x) = 0$$

Cont.

Diff: $$\left.\begin{array}{l} \lim_{x \downarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \downarrow 0} \frac{x - 0}{x} = 1 \\ \lim_{x \uparrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \frac{-x - 0}{x} = -1 \end{array}\right\} \lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$$

bestaat niet

<u>Nee</u>

Functieonderzoek: krijgen beeld van het verloop van een fie

Puzzelstukjes

① Domein (niet naar bereik)

② Evt: bijz. eigenschappen: even/oneven

③ Snijpt. met assen: $f(x)=0$ (met x-as) en $f(0)$ (met y-as)

④ Randen vh domein onderzoeken bijv: als f gedefn. op $(0,\rightarrow)$ dan kijken naar $\lim_{x\downarrow 0} f(x)$ en $\lim_{x\to\infty} f(x)$

⑤ $f'(x)=0 \rightarrow$ hor. raaklijn.
$f'(x)>0$? $f'(x)<0$? STijgend of DAlend.

6. $f''(x) > 0$: dan $f'(x)$ stijgend en $f(x)$  BOLLING

$f''(x) < 0$: f' dalend en f 

<u>Stukjes verzamelen:</u>

7. Tekenschema

8. Schets

Vb. $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$

① Domein: $1-x^2=0$ als $x=\pm 1$, dus domein is $(\leftarrow,-1)$ en $(-1,1)$ en $(1,\rightarrow)$

② Symmetrie: $f(-x) = \frac{-x}{1-x^2} = -f(x)$ ONEVEN

③ Assen: $f(0)=0$ en $f(x)=0$ oplossen levert ook alleen $x=0$.

④ Randen: $\lim_{x\to -1} f(x)$ splitsen:

$\lim_{x\downarrow -1} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\uparrow -1} f(x) = +\infty$ Asymptoot

$\lim_{x\downarrow 1} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\uparrow 1} f(x) = +\infty$ Asymptoot.

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} \frac{x}{1-x^2} = \lim_{x\to +\infty} \frac{1}{\frac{1}{x}-x} = 0^-$

$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \ldots = 0^+$

⑤ $f'(x) = \frac{(1-x^2)+x(2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}$ Oh wacht, $f'(x)>0$ voor alle x.

dus $f'(x)=0$ als $1+x^2=0$ dat is nooit.

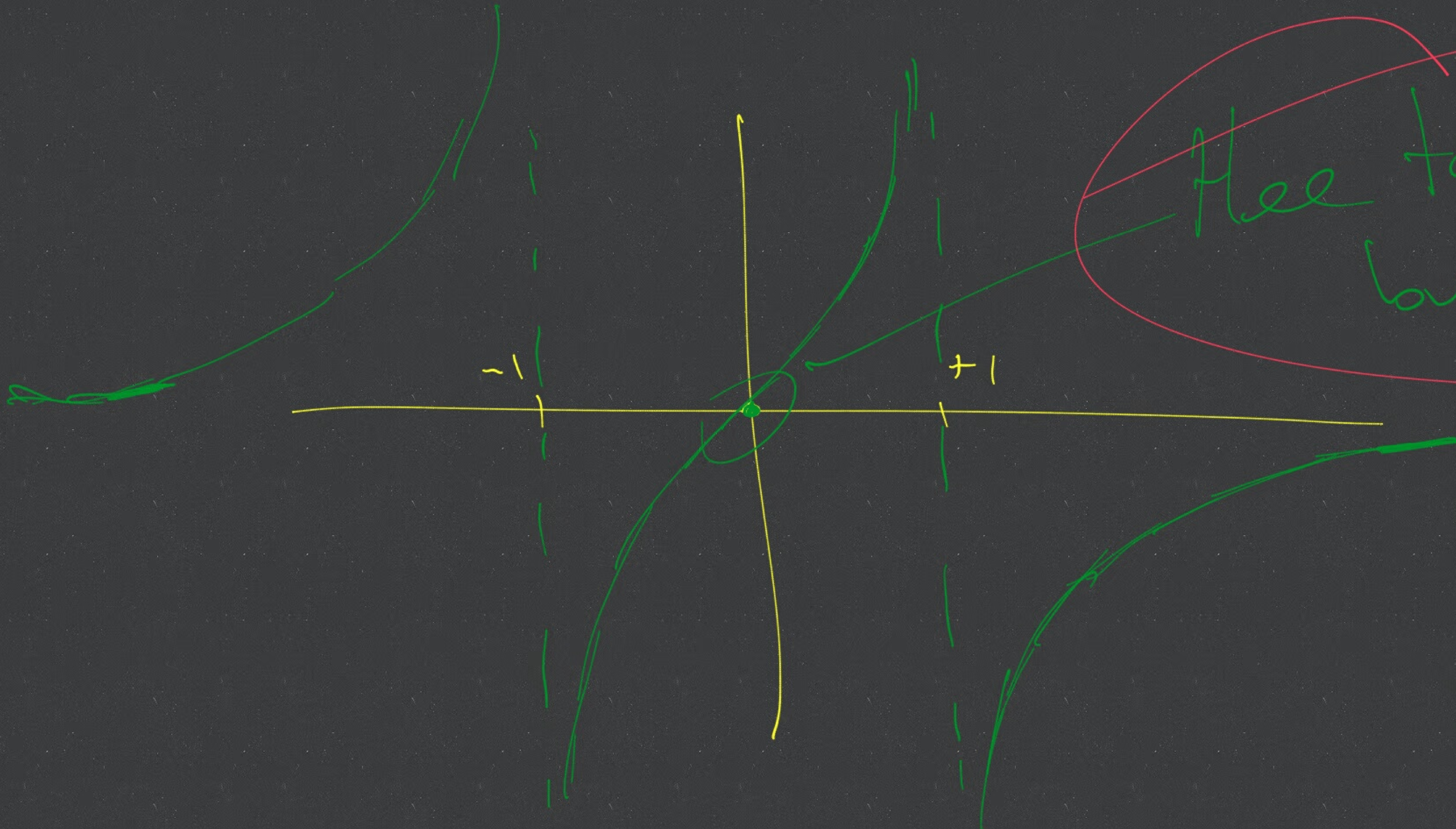
dus er zijn geen hor. raaklijnen.

⑥ $f''(x)$ ~~niet~~ WEL meer interessant vanwege $f'(x)>0$.

⑦ Tekenschema,

x	$-\infty$		-1		0		$+1$		∞
$f(x)$	0^+	ST +	$\uparrow\downarrow$	ST −	0	+	$\uparrow\downarrow$	ST − ST	0^-
$f'(x)$		+ +		+	1	+		+ + +	
$f''(x)$									

NB
$f'(0)=1$



Hee toch een buigpunt