

• $x^2 + y^2 = 4$

• vergelijking met 2 var.

• opvatten als $y = y(x)$
of $x = x(y)$

• functions $\begin{cases} y(x) = \sqrt{4-x^2} \\ \text{of} \\ y(x) = -\sqrt{4-x^2} \end{cases}$

• parametervoorstelling
 $x = 2 \cos t, y = 2 \sin t \quad 0 \leq t < 2\pi$

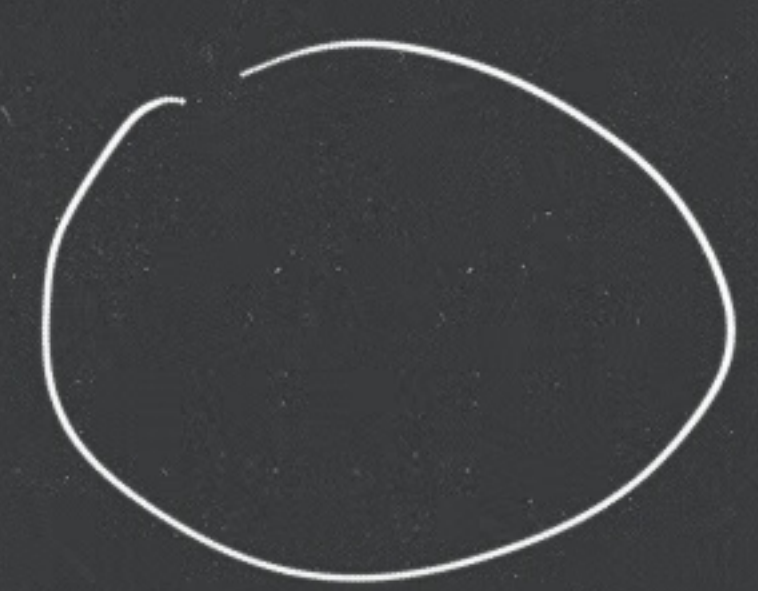
$x(y) = \sqrt{4-y^2}$ of $x(y) = -\sqrt{4-y^2}$

• pythagoras

• kromme in \mathbb{R}^2

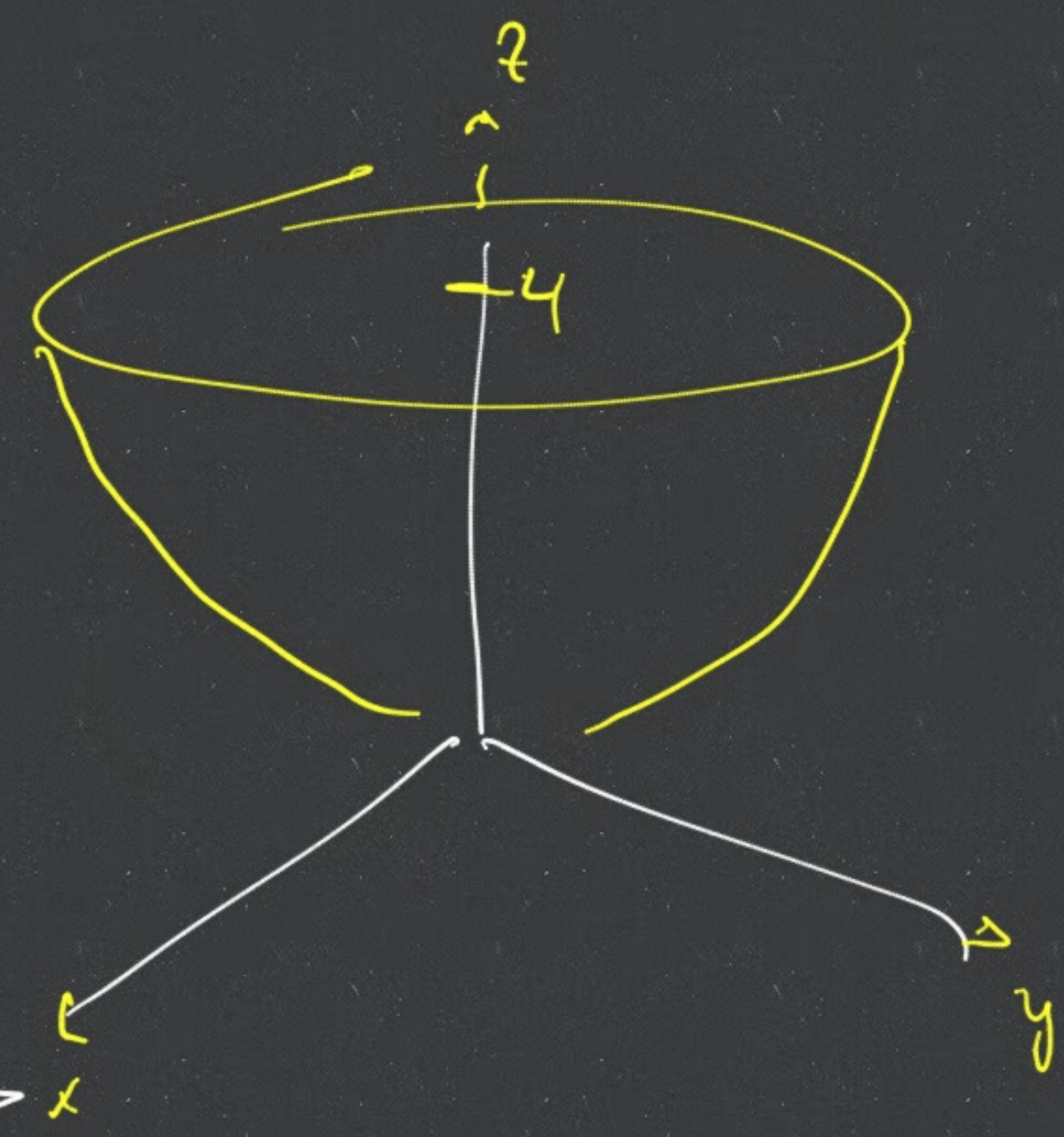
• $f(t) = 2e^{it} \quad -\pi \leq t < \pi$

• $x^2 + y^2 = z$ met $z = 4$



(oneindig veel symm.)

parametrisering in \mathbb{C}



$$\left(\begin{array}{l} f(t) = 2e^{it} \\ |f(t)| = \sqrt{f(t) \overline{f(t)}} = \sqrt{(2e^{it})(2e^{-it})} = \sqrt{4} = 2 \end{array} \right)$$

- Verzameling van punten in \mathbb{R}^2 (of \mathbb{C}) met afstand 2 tot oorsprong.
- De nulpunten van de veelterm $P(x, y) = x^2 + y^2 - 4$

$x^2 + y^2 = 4$ geeft aanleiding tot 4 fies:

$$y(x) = \pm \sqrt{4 - x^2} \quad \text{en} \quad x(y) = \pm \sqrt{4 - y^2}$$

↳ impliciet (verschillende) fies → §12.8 → Wistech 2

Impliciet diff → §2.9 → Wistech 1

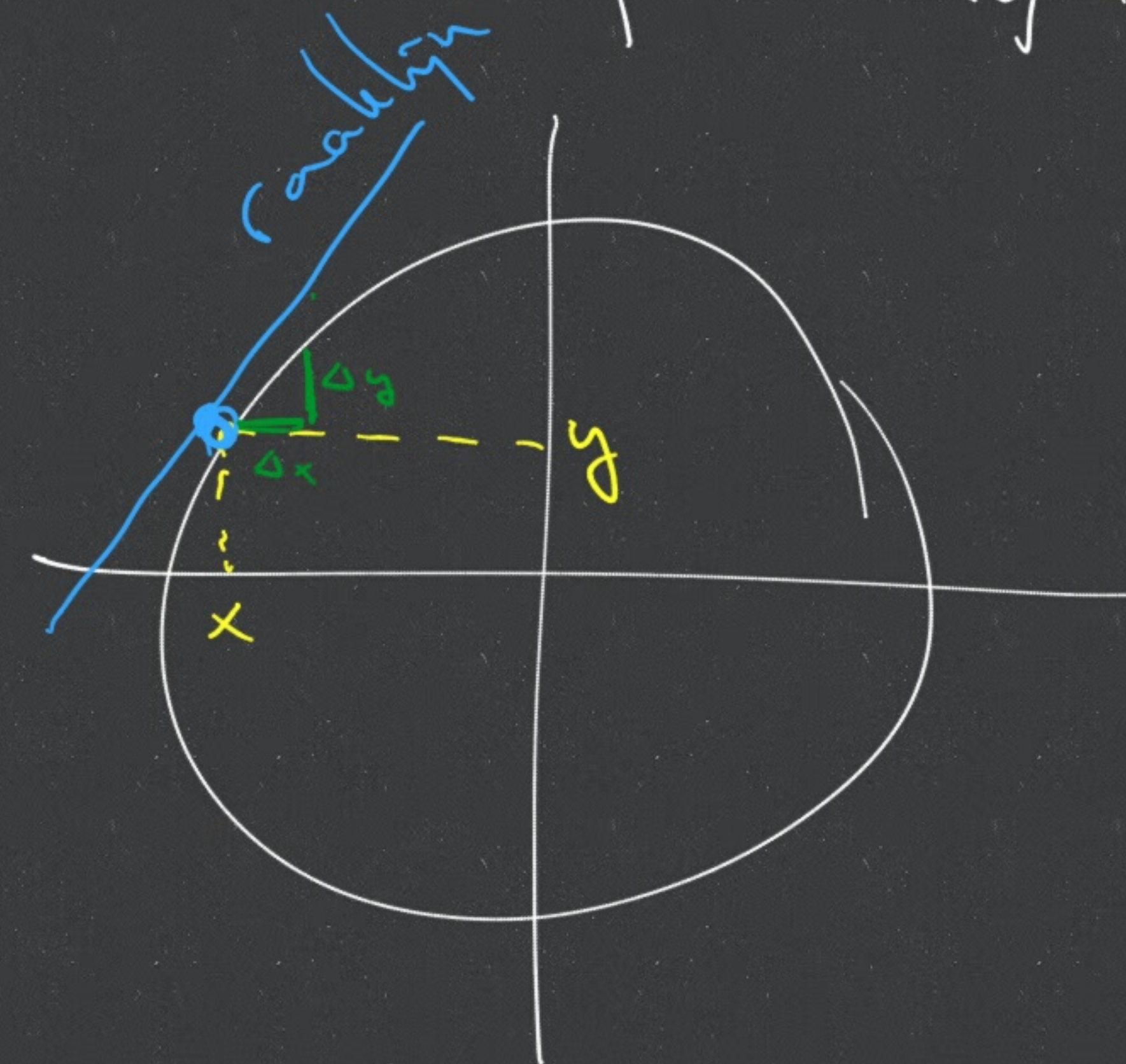
Kies een variabele bijv. x , en beschouw y als van x afhankelijk.
Diff beide kanten vd vgl naar je gekozen x :

$$\frac{d}{dx}(x^2 + y^2) = \frac{d}{dx}(4)$$

$$2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$2y \frac{dy}{dx} = -2x$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} \quad \text{Klaar.}$$

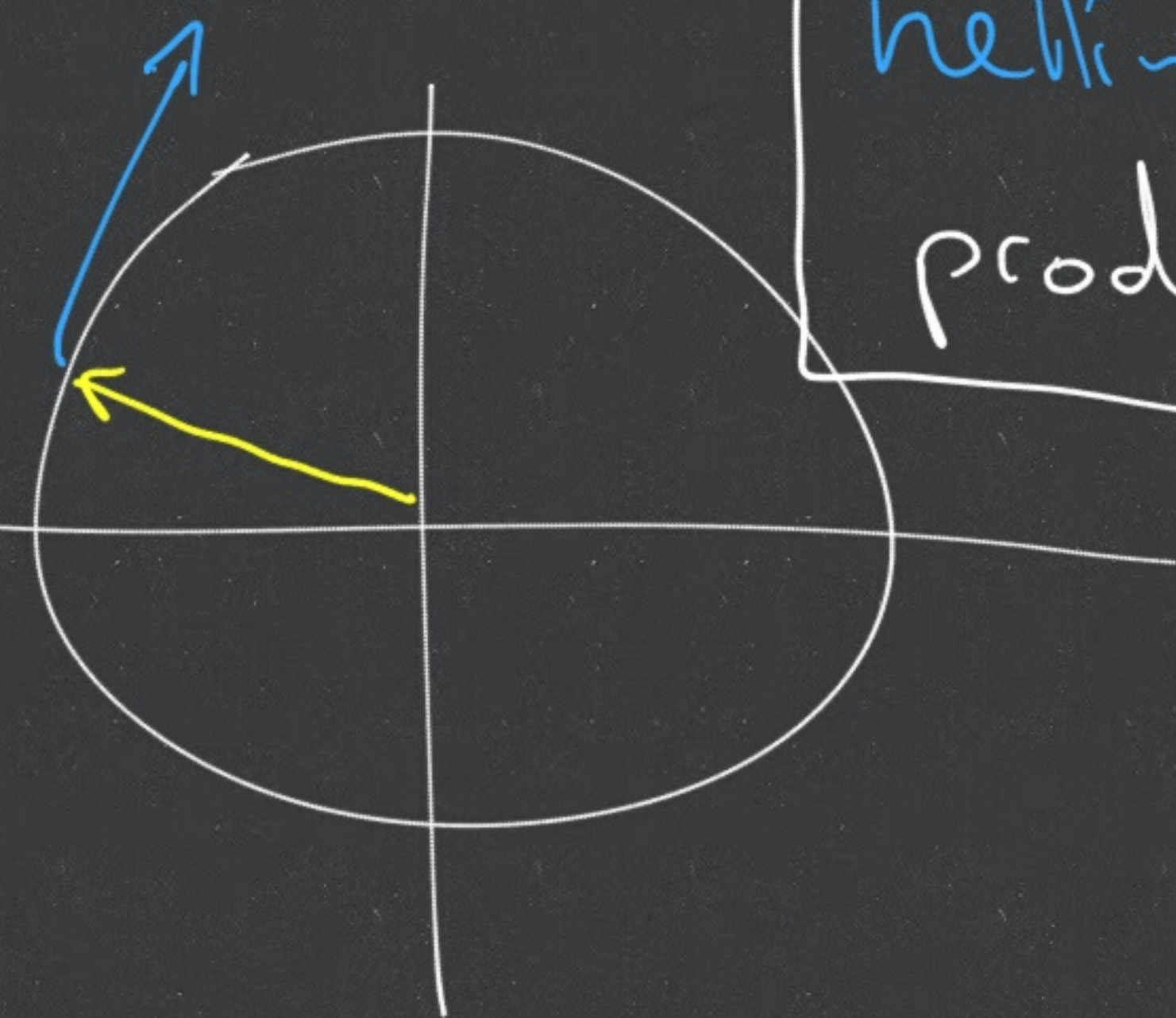


Hebben: $x^2 + y^2 = r$, in een punt (x, y) op de kromme
is $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ de helling vd raaklijn.

Vraag: Check dat dit \perp op straal staat.

Criteria: 1) product vd hellingen is -1
of 2) inproduct

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{x}{y} \\ y \end{pmatrix} \\ = x + y \left(-\frac{x}{y} \right) \\ = x - x = 0 \end{aligned}$$



helling y/x
helling $-\frac{x}{y}$
product -1

Tweemaal impliciet diff:

$x^2 + y^2 = 4$, impl. diff geeft $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$

Noegmaals impl. diff:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(-\frac{x}{y} \right)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \left[\frac{y \cdot \downarrow - x \cdot \left(\frac{dy}{dx} \right)}{y^2} \right] = - \left[\frac{-x}{y^2} - \frac{x^2}{y^3} \right] = - \left[\frac{-x}{y^2} - \frac{x^2}{y^3} \right]$$

$$= - \left[\frac{-x^2 + y^2}{y^3} \right] = - \frac{4}{y^3}$$