Outline

Vlakken, stelsels en matrices

Eigenwaarden en zo

Waar of niet?

1. Als **c** in het opspansel van **a** en **b** ligt, dan ligt **b** in het opspansel van **a** en **c**.
2. Als **a**, **b** en **c** lineair onafhankelijk zijn, dan is

$$\det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \neq 0.$$

- beide zijn waar
- 1 waar, 2 niet
- 2 waar, 1 niet
- beide zijn niet waar

Outline

Vlakken, stelsels en matrices

Eigenwaarden en zo

Eigenvectoren

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$A\begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4a \\ 4b \\ 0 \end{pmatrix} = 4\begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$ dus $\begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$ is e.v.

mits a, b niet tegelijk 0

- $\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ en $\begin{pmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$ zijn eigenvectoren van A mits $a \neq 0$ EN $b \neq 0$.
- $\begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$ is een eigenvector van A mits $a \neq 0$ OF $b \neq 0$.
- beide waar
- beide niet waar

Som van eigenvectoren

stel $A\bar{u} = \lambda \bar{u}$
$A\bar{v} = \mu \bar{v}$

$A(\bar{u}+\bar{v}) = A\bar{u} + A\bar{v} = \lambda \bar{u} + \mu \bar{v}$
$\stackrel{?}{=} k(\bar{u}+\bar{v})$
↪ kan als $\lambda = \mu = k$

Stel **u** en **v** zijn eigenvectoren van A.
Is $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ ook een eigenvector?

als $\bar{v} = c\bar{u}$ en $A\bar{u} = \lambda \bar{u}$
dan $A\bar{v} = \lambda c \bar{u}$
$A(\bar{u}+\bar{v}) = \lambda(c+1)\bar{u}$

- ~~ja, altijd~~
- ~~alleen~~ als **u** en **v** lineair afhankelijk zijn
- ~~alleen~~ als **u** en **v** eigenvectoren bij dezelfde eigenwaarde zijn
- geen van bovenstaande is goed

Eigenwaarden

A en B zijn $n \times n$ matrices.
A heeft een eigenwaarde λ en B heeft een eigenwaarde μ.
Conclusie?

- AB heeft eigenwaarde $\lambda\mu$.
- $A + B$ heeft eigenwaarde $\lambda + \mu$.
- Als A^{-1} bestaat, dan is $1/\lambda$ eigenwaarde van A^{-1}.
- Minstens twee van bovenstaande conclusies zijn mogelijk.

Doordenken

De 8×8 matrix A heeft eigenwaarden -1, 1 en 64, en geen andere.
Welke conclusie kun je hieruit trekken?

- A is inverteerbaar
- kolommen van A zijn lineair onafhankelijk
- beide
- geen van beide

Det?

Het karakteristieke veelterm van een matrix A is $(\lambda - 2)(3 - \lambda)(\lambda + 1)(\lambda + 5)$.

$\det A =$

- dat weet je niet
- weet niet, maar zeker niet 0
- 7
- -30