Hertentamen WISN102 Wiskundige Technieken 2

Ma 21 maart 2016 13:30–16:30

Aanwijzingen

- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- Zorg voor voldoende **tekst en uitleg** bij je uitwerkingen.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Gebruik van elektronica of naslagwerken is niet toegestaan.
- Totaal 38 punten.

1. Een lijn gaat door de punten $(2, -1, -1)$ en $(2, 1, 1)$. Vind van deze lijn twee verschillende vectorvoorstellingen $\boldsymbol{a} + \lambda \boldsymbol{b}$, met verschillende vectoren $\boldsymbol{a}$ en verschillende vectoren $\boldsymbol{b}$. 4 pt.

2. De sfeer met middelpunt O en straal 1 en de elliptische cylinder met vergelijking $x^2 + 2z^2 = 1$ snijden elkaar in een kromme. Geef een parametrisering van dat deel van de kromme waar zowel $y \geq 0$ als $z \geq 0$. 4 pt.

3. Een deeltje heeft op tijd t positie $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$, waarin $\boldsymbol{r}$ voldoet aan het beginwaardeprobleem 4 pt.

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \hat{\mathbf{k}} \times \boldsymbol{r},$$
$$\boldsymbol{r}(0) = \hat{\mathbf{\imath}} + \hat{\mathbf{k}}.$$

Los het beginwaardeprobleem op en beschrijf de vorm van de baan ook in woorden.

4. Zij $f(x, y) = x^2 \mathrm{e}^{3y}$. Geef een benadering van $f(3.05, -0.02)$ met behulp van een linearisering rond $(3, 0)$. 4 pt.

5. We bekijken een bewegend deeltje P met tijdafhankelijke poolcoördinaten (r, θ). Laat de vectorfunctie $\boldsymbol{r}(t)$ de plaats van P op tijdstip t zijn. We definiëren 4 pt.

$$\hat{\boldsymbol{r}} = \cos\theta \hat{\mathbf{\imath}} + \sin\theta \hat{\mathbf{\jmath}},$$
$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = -\sin\theta \hat{\mathbf{\imath}} + \cos\theta \hat{\mathbf{\jmath}}.$$

Druk de plaats, snelheid en versnelling van P uit in de vectoren $\hat{\boldsymbol{r}}$ en $\hat{\boldsymbol{\theta}}$.

6. Bereken de oppervlakte van het vlakdeel ingesloten door de krommen $xy = 1$, $xy = 4$, $y = x$ en $y = 2x$. 4 pt.
   Hint: kies handige coördinaten u, v.

7. Bereken de totale flux van het veld $\boldsymbol{F} = z\hat{\mathbf{k}}$ door de sfeer met straal 2 en middelpunt in de oorsprong. 4 pt.

8. Laat met een expliciete berekening zien dat $\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{F}) = 0$ voor elk glad vectorveld $\boldsymbol{F}$ in $\mathbb{R}^3$. 4 pt.

9. Zij $\boldsymbol{F} = y\hat{\mathbf{\imath}} + z\hat{\mathbf{\jmath}} + xz\hat{\mathbf{k}}$. Bepaal met een integraalstelling en gezond verstand $\iint_{\partial\mathcal{V}} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$ indien $\mathcal{V}$ is beschreven door: 6 pt.
   a. $x^2 + y^2 \leq z \leq 1$,
   b. $x^2 + y^2 \leq z \leq 1$ en $x \geq 0$,
   c. $x^2 + y^2 \leq z \leq 1$ en $x \leq 0$.